

基于破产模型的高等教育资源 Shapley 值分配研究 ——以高考招生计划分配为例

魏 针^{1,2}, 李登峰¹, 余高锋¹

(1. 福州大学经济与管理学院, 福建福州 350108; 2. 福建省教育考试院, 福建福州 350003)

摘 要: 招生计划分配是实现高等教育资源合理分配的重要手段, 招生政策、高校需求和主观因素等的复杂性加大了招生计划分配的难度。为实现招生计划分配的有效性和合理性, 提出省属高校高考招生计划分配的破产模型及 Shapley 值分配算法, 进一步论证招生计划分配的破产博弈是凸合作博弈, 因此分配解是稳定且符合个体理性, 进而讨论分配解的存在性、唯一性、有效性、匿名性、个体理性等性质对招生计划分配的现实意义。通过实例分析验证了招生计划分配的破产模型具有良好的可操作性和合理性, 分配结果不仅能有效避免主观因素影响, 且符合实际分配规律, 体现招生计划分配的公平性和科学性。

关键词: 破产模型; 招生计划分配; Shapley 值; 合作博弈

中图分类号: G471

文献标志码: A

文章编号: 1671-4970(2020)02-0072-07

招生计划编制工作对高等教育综合改革和国家人才战略部署具有深远的影响。当前, 社会高速发展对招生计划分配的合理性和有效性提出了新挑战: 第一, 生源总体规模下降和高校招生规模扩大的冲突, 增加招生计划分配的难度; 第二, 为了追求利益最大化, 高校与省级教育行政部门博弈时可能夸大对自己有利的信息, 从而影响招生计划分配的公平性, 影响高校的长远发展; 第三, 政策、综合评价等因素的复杂性将降低招生计划分配的效率, 可能影响招生录取工作。

针对上述问题, 国内学者开展了一系列相关研

究, 主要包括: 一是采用定量方法研究全国或高校层面的招生计划分配, 如模糊指标评价方法^[1]、层次分析法^[2]、数据包络分析^[3]、基于合作博弈的 APL 规则^[4]。二是研究特殊类型计划的分配, 如高校专项计划^[5]、协作计划^[6]。三是对招生计划分配的评价和理论研究, 有王光荣等针对优质高等教育招生计划属地化倾向突出的问题, 提出各省优质教育招生录取率应大体一致的目标^[7]; 杨艳飞从法理层面提出实现招生计划分配制度公平的措施^[8]; 廖素娴等提出加强招生计划分配顶层设计、动态调整和寻求与培养计划适应的内涵发展等政策建议^[9]。以

收稿日期: 2019-08-19

基金项目: 福建省社会科学规划项目(FJ2017C040)

作者简介: 魏针(1984—), 女, 福建宁德人, 博士研究生, 从事经济管理决策与对策(博弈)研究。

往研究主要集中在全国层面和高校层面的计划分配或特殊类型的计划分配(如协作计划、专项计划等),而较少从省级教育行政部门层面研究招生计划分配。作为教育部与省属高校的桥梁,省级教育行政部门对协调省属高校的高考招生计划分配具有决策作用。从省级教育行政部门层面,采用合作博弈框架下的破产理论研究省属高校高考招生计划分配破产模型和 Shapley 值分配算法,可为省级教育行政部门的决策提供参考依据。

一、破产问题及破产博弈

1. 破产问题

破产问题是研究总资源无法满足所有参与人需求时,如何寻找一种合理的规则进行资源分配的问题。类似于公司破产“资不抵债”时的清算资产分配问题,资源不足的分配问题被形象地称作破产问题。1982 年, O'Neill 首次将破产问题纳入合作博弈领域,提出与破产问题相关联的合作博弈模型,论证递归完成规则(RC)与合作博弈的 Shapley 值一致^[10]。之后,学者们引入各种解概念(如核仁^[11]、 τ 值^[12]等)对分配解进行公理化刻画,并应用于解决实际问题,如博物馆通票收益分配^[13]、税收分配^[14]、稀缺水资源分配^[15]和出租车合乘费用分摊^[16]等。

定义破产问题 $(N, \mathbf{c}, E)$,带影响因子的破产问题 $(N, \mathbf{c}, \mathbf{a}, E)$,要求满足^[10]:

$$E \leq \sum_{i=1}^n c_i \quad (1)$$

式中: n 为债权人人数; $E \in R_+$ 表示可分配的总资产, R_+ 为正实数集; $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n) \in R_+^n$ 表示债权向量; $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in R_+^n$ 表示与债权人相关的另一个影响因子向量。

根据特定的分配规则,债权人的支付向量 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R_+^n$,满足:

$$0 \leq x_i \leq c_i (i \in N) \text{ 且 } \sum_{i=1}^n x_i = E \quad (2)$$

当 $E = \sum_{i=1}^n c_i$ 时, $x_i = c_i$ 。这里,研究 $0 < E <$

$\sum_{i=1}^n c_i$ 的情况。 $0 \leq x_i \leq c_i$ 表示债权人分配到不大于其债权的资产,体现个体理性; $\sum_{i=1}^n x_i = E$ 表示总资产被全部分配完成,体现有效性。

2. 破产博弈

对于任意的破产问题 $(N, \mathbf{c}, E)$ 都有一个与之相

应的合作博弈模型(破产博弈)^[10]表示为 v 。 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示局中人集合,即债权人集合。 n 表示局中人的个数, $S \in 2^N$ 表示集合 N 的子集,称为局中人的联盟,即 $S \subseteq N$ 。当 $S = N$ 时,称为大联盟。 $v(S)$ 是联盟的特征函数,即联盟 S 的价值。破产博弈的特征函数 $v(S)$ 表示为^[10]:

$$v(S) = \max \{ E - \sum_{i \in N \setminus S} c_i, 0 \} \quad (S \subseteq N) \quad (3)$$

式中: $\sum_{i \in N \setminus S} c_i$ 是联盟 S 以外的局中人的债权总和。

$v(S)$ 表示任意债权联盟 S 的价值。联盟 S 的价值不是联盟中所有局中人的债权之和,而是联盟可以得到的最小支付。大联盟的价值 $v(N) = \max \{ E - \sum_{i \in N \setminus N} c_i, 0 \} = \max(E, 0)$,即 $v(N) = E$,那么破产问题要求 $\sum_{i \in N} x_i = E$,就转化为研究与之相应的合作博弈的大联盟分配问题,即 $\sum_{i \in N} x_i = v(N)$ 。特征函数式(3)的破产博弈是凸博弈^[12],因此,局中人对某个联盟的边际贡献随着联盟规模的扩大而增加。

二、省属高校高考招生计划分配破产模型

1. 招生计划分配破产问题的描述

省级教育行政部门根据国家核定的属地招生计划总量,指导和协调本地高等学校编制招生计划。在进行招生计划分配前,省级教育行政部门要求省属高校如实申报招生计划的需求量,但每年高校申报计划量之和超过核定的计划总量,即国家核定的招生计划总规模无法满足所有高校的需求。因此,当招生计划总规模不足时,省级教育行政部门如何进行招生计划分配就是一个破产问题。

省级教育行政部门从高校办学水平、区域经济发展需要和社会评价等方面对省属高校进行综合评价,结合综合评价结果和高校申报计划量进行计划分配。魏针等构建了3个一级指标和10个二级指标的高校综合评价指标体系,并采用相对比值法进行综合评价^[17],计算的相对比值 $\xi_i \leq 0$ 作为综合评价结果, ξ_i 越大,即越接近0,表示高校的综合评价结果越优,因此,笔者将综合评价结果作为已知量使用。招生计划分配的破产问题引入高校综合评价结果这一重要的影响因子向量,由此,招生计划分配问题是带影响因子的破产问题。

2. 招生计划分配破产模型的构建

定义 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示参与计划分配的省属高校集合,高校综合评价结果为 $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$,

E 表示核定的计划总量, c 为省属高校的申报计划量。由于申报计划量之和大于核定的计划总量, 即满足条件 $E \leq \sum_{i=1}^n c_i$ 。带影响因子 ξ 的招生计划分配破产问题为 (N, c, ξ, E) , 根据某种分配规则, 省属高校分配到的招生计划为 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。出于合理性和有效性考虑, 要求高校分配到的招生计划为正整数且不大于申报计划量, 且招生计划总量要分配完成, 要求满足条件:

$$0 \leq x_i \leq c_i (i \in N) \text{ 且 } \sum_{i=1}^n x_i = E$$

按照教发〔2004〕2号文件要求, 被确定为限制招生的高校, 其招生规模不得超过当年毕业生数; 被确定为暂停招生的高校, 当年不安排普通高等教育招生计划, 因此限制招生或暂停招生的处罚可能使计划总量 E 不能完全分配。研究招生计划分配的破产模型应满足的前提条件, 定义 $B = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in R_+$ 表示省属高校的毕业生数, N 表示参与计划分配的省属高校集合, S_5 、 S_4 和 S_3 分别表示正常招生、限制招生、暂停招生的省属高校集合。其中, $N = \bigcup_{k=3}^5 S_k$, $S_k \cap S_l = \varnothing (k \neq l; k=3, 4, 5; l=3, 4, 5)$ 。根据教发〔2004〕2号文件规定, 招生计划分配的破产模型应满足条件:

$$E \leq \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} \min\{b_i, c_i\} \quad (4)$$

定理 1: 对于带影响因子 ξ 破产模型 (N, c, ξ, E) , 若满足式(4), 那么一定满足破产条件 $E \leq \sum_{i=1}^n c_i$ 。

证明: 由于 $N = \bigcup_{k=3}^5 S_k$, 可知 $\sum_{i \in N} c_i = \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} c_i + \sum_{i \in S_3} c_i$ 。

① 当 $i \in S_4$ 时, 若 $b_i \geq c_i$, 则 $E \leq \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} \min\{b_i, c_i\}$, 有 $\sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} \min\{b_i, c_i\} = \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} c_i$, 又有 $\sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} c_i \leq \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} c_i + \sum_{i \in S_3} c_i$ 。

因为, $\sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} c_i + \sum_{i \in S_3} c_i = \sum_{i \in N} c_i$, 因此, 可得

$$E \leq \sum_{i=1}^n c_i$$

② 当 $i \in S_4$ 时, 若 $b_i < c_i$, 即 $\sum_{i \in S_4} b_i < \sum_{i \in S_4} c_i$, 则

$$E \leq \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} \min\{b_i, c_i\}。$$

有 $\sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} \min\{b_i, c_i\} = \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} b_i$, 可知 $\sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} b_i < \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} c_i \leq \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} c_i + \sum_{i \in S_3} c_i$ 。

由于 $\sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} c_i + \sum_{i \in S_3} c_i = \sum_{i \in N} c_i$, 可得 $E < \sum_{i=1}^n c_i$ 。定理 1 证毕。

省级教育行政部门强化高校的日常监管和评估, 因此, 较少高校被限制招生或停招。若出现 $E - \sum_{i \in S_5} c_i - \sum_{i \in S_4} \min\{b_i, c_i\} > 0$, 建议将多余的招生计划 $E - \sum_{i \in S_5} c_i - \sum_{i \in S_4} \min\{b_i, c_i\}$ 转入当年其他类型招生使用。因此, 式(4)对招生计划总量的核定具有指导意义。

3. 招生计划分配破产模型 Shapley 值分配算法

选择 Shapley 值作为分配规则是因为凸博弈的 Shapley 值位于核心, 处于核心的分配解是稳定的, 也就是说, 联盟中的参与人都认为自己被公平对待, 得到应得的那一部分联盟剩余, 因此体现所有联盟对当前的分配收益都比较满意。计划分配结果能使所有联盟整体满意很重要, 体现招生计划分配的合理性, 有利于决策主体与高校的和谐发展。因此, 研究招生计划 Shapley 值分配算法。

定义 $B = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in R_+$ 为省属高校的毕业生数, $B' = (b'_1, b'_2, \dots, b'_n) \in R_+$, 根据正常招生、限制招生或暂停招生 3 种招生类型的高校集合来确定 b'_i :

$$b'_i = \begin{cases} +\infty & i \in S_5 \\ b_i & i \in S_4 \\ 0 & i \in S_3 \end{cases} \quad (5)$$

招生计划破产模型的特征函数 $v(S)$ 定义为:

$$v(S) = \max \left\{ E - \sum_{i \in N \setminus S} \min\{b'_i, c_i\} + h\mu \sum_{i \in N \setminus S} \xi_i, 0 \right\} \quad (6)$$

其中, $h = \frac{\sum_{j \in N} \min\{b'_j, c_j\} - E}{\xi_j}$

式中: h 为常量。 $\sum_{j \in N} \min\{b'_j, c_j\} - E$ 表示申报计划量总和比核定的计划总量的超出值。根据式(4)可得 $\sum_{j \in N} \min\{b'_j, c_j\} - E = \sum_{j \in S_5} c_j + \sum_{j \in S_4} \{b_j, c_j\} - E$ 。 μ 是常量, 取值于区间 $(0, 1)$, 这里取 $\mu = 0.5$, 表示将超出值的一半根据综合评价结果的比例调整 $\sum_{j \in N} \min\{b'_j, c_j\}$ 。由于暂停招生高校 $\min\{b'_i, c_i\} =$

0, 因此令 $\xi_i = 0 (i \in S_3)$, 即不再调减计划。高校的申报计划量进行两次调整: 一是根据正常招生、限制招生或暂停招生 3 种类型将 c_i 调整为 $\min\{b'_i, c_i\}$; 二是将 $\mu(\sum_{j \in N} \min\{b'_j, c_j\} - E)$ 根据综合评价结果的比例调整 $\min\{b'_i, c_i\}$ 。联盟 S 的价值是联盟外部高校经上述调整后的申报计划量被全部满足后剩余的 plan 总量。

定义 $S \in 2^N$ 表示集合 N 的子集, N 为大联盟, $N \setminus i$ 表示不包含高校 i 的子集, s 表示集合 S 的高校个数, 省属高校的 Shapley 值为:

$$x_i = \sum_{S \subseteq N \setminus i} \frac{s! (n-s-1)!}{n!} (v(S \cup i) - v(S)) \quad i \in N \quad (7)$$

招生计划分配的破产模型 Shapley 值的分配结果是实数, 而招生计划以人为单位, 分配结果要求为非负整数, 根据魏针等提出的方法^[17]对 Shapley 值的分配结果进行整数处理。整数处理目的在于高校分配到的招生计划为整数, 由于高校的招生计划均有一定规模, 增加或减少一个计划不影响整体分配结果, 适用于招生计划分配的实际问题。

4. Shapley 值分配解的性质及现实意义

研究特征函数为式(6)的招生计划破产博弈 v 是凸博弈。

定理 2: 特征函数定义式(6)的带影响因子 ξ 招生计划分配的破产博弈 v 是凸博弈。

证明: 带影响因子 ξ 的招生计划分配的破产模型 (N, c, ξ, E) 满足条件:

$$E \leq \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} \min\{b_i, c_i\}$$

$$\text{又有 } \sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} = \sum_{i \in S_5} c_i + \sum_{i \in S_4} \min\{b_i, c_i\}$$

$$\text{即 } E \leq \sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\}$$

首先, 定义一个新的招生计划分配的破产模型 (N, c', E) , 对于任意债权人 i 的债权为 $c_i = \min\{b'_i, c_i\} - h\mu\xi_i$, 论证是否满足条件: $\sum_{i \in N} c'_i \geq E$ 。

$$\text{由于 } h = \sum_{i \in N} \frac{\min\{b'_i, c_i\} - E}{\xi_i}, \text{ 那么,}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i \in N} c'_i &= \sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - \sum_{i \in N} h\mu\xi_i = \\ &= \sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - h\mu \sum_{i \in N} \xi_i = \\ &= \sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - \frac{\sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - E}{\sum_{i \in N} \xi_i} \mu \sum_{i \in N} \xi_i = \end{aligned}$$

$$\sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - \mu \left(\sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - E \right)$$

根据 $E \leq \sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\}$, 有 $\sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - E \geq 0$, 因为 $0 < \mu < 1$, 可得,

$$\sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - E \geq \mu \left(\sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - E \right)$$

$$\begin{aligned} \text{即 } & \sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - E - \\ & \mu \left(\sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - E \right) \geq 0 \end{aligned}$$

那么

$$\sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - \mu \left(\sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - E \right) \geq E$$

$$\text{由于 } \mu \left(\sum_{i \in N} \min\{b'_i, c_i\} - E \right) \geq 0$$

$$\text{因此 } \sum_{i \in N} c'_i \geq E$$

因此, 招生计划分配的破产模型 (N, c', E) 是合理的。根据式(3), 招生计划分配的破产问题 (N, c', E) 与之相应的合作博弈子联盟 $S \subseteq N$ 的特征函数为: $v(S) = \max\{E - \sum_{i \in N \setminus S} c'_i, 0\}$, 由于 $c_i = \min\{b'_i, c_i\} - h\mu\xi_i$, 可得,

$$\begin{aligned} v(S) &= \max\{E - \sum_{i \in N \setminus S} (\min\{b'_i, c_i\} - h\mu\xi_i), 0\} = \\ &= \max\{E - \sum_{i \in N \setminus S} (\min\{b'_i, c_i\}) + \sum_{i \in N \setminus S} h\mu\xi_i, 0\} \end{aligned}$$

由于 h 和 μ 是常量, 可得,

$$v(S) = \max\{E - \sum_{i \in N \setminus S} (\min\{b'_i, c_i\}) + h\mu \sum_{i \in N \setminus S} \xi_i, 0\}$$

因此, 招生计划分配的破产问题 (N, c', E) 的特征函数就是带影响因子 ξ 的招生计划分配的破产模型 (N, c, ξ, E) 的特征函数。那么, 破产模型 (N, c, ξ, E) 可转化为破产模型 (N, c', E) 。破产问题 (N, c', E) 对应的破产博弈是凸博弈, 因此带影响因子 ξ 的招生计划破产博弈 v 是凸博弈。定理 2 得证。

Shapley 值满足存在性、唯一性、有效性、匿名性、可加性和虚拟局中人性, 因此招生计划破产博弈模型的 Shapley 值具有这些性质。由于招生计划破产博弈是凸博弈, 凸博弈具有超可加性, 若合作博弈具有超可加性, 那么 Shapley 值分配解具有个体理性。因此, 招生计划破产模型的 Shapley 值还满足个体理性。招生计划破产模型的 Shapley 值分配解具有以下的现实意义。

一是分配解的存在性和唯一性, 说明分配方案是可行和合理的, 招生计划分配具有可操作性。

二是分配解的个体理性说明局中人参与联盟后得到的盈利不比个人单干少, 保证了大联盟的稳定,

局中人偏离大联盟的可能性小。对于参与招生计划分配的高校来说,他们参与其中的所得不低于单干,反映高校对分配结果是认可和满意的。

三是分配解的有效性,说明分配方案是稳定的,即大联盟的所有财富可以完全分配给所有局中人,保证核定的计划总量完全分配给省属高校。若高校分配的计划之和大于核定的计划总量是不现实的,但若小于核定的计划总量,将造成招生计划的浪费,可能引起高校和社会的不满和冲突,这样的方案是不稳定的。

四是分配解的匿名性,说明博弈中若任意两个局中人的地位或起的作用相同,他们将得到一样的盈利。公平性和客观性是招生计划分配工作的重点,匿名性体现招生计划分配中任意两所地位相同或角色相同的高校,即招生计划分配考虑的各项指标相同,按照 Shapley 值规则将分配到同等份额的计划量,体现 Shapley 分配解的公平性。

五是分配解的虚拟局中人性,表明没有做出贡献的局中人将得不到任何收益,不论它是否参与联盟,都不影响联盟的收益和分配结果。招生计划分配中,被暂停招生的高校,不论是否参与招生计划分配,都不能获得任何计划量,且不影响其他高校的分配结果。

三、实例分析

2017—2019 年某省份参与招生计划分配的省属本科高校有 20 所,已知综合评价结果 ξ_i 、申报计划量 c_i 、毕业生数 b_i 、招生计划实际分配结果和院校类型(其中,类型 5 为正常招生高校、类型 4 为限制招生高校、类型 3 为暂停招生高校)。招生计划实际分配结果用于与 Shapley 值分配结果比较,验证模型的合理性和可行性(表 1~2)。

下面,以 2017 年为例介绍破产模型构建和 Shapley 值分配的具体步骤。

1. 建立招生计划分配的破产模型

构建省属高校招生计划分配的破产模型为 (N, c, ξ, E) 。参数具体为: $N = \{1, 2, \dots, 20\}$, $E = 72\,290$,

$$\sum_{i=1}^{20} c_i = 80\,690, \text{ 满足基本条件 } E \leq \sum_{i=1}^{20} c_i。$$

院校 20 为暂停招生高校,属于集合 S_3 。院校 5、院校 7、院校 14 是限制招生高校,属于集合 S_4 。当 $i = 5, \min\{b_5, c_5\} = \min\{5\,100, 5\,800\} = 5\,100 = b_5$, 要求 $0 \leq x_5 \leq b_5$; 同理可得, 当 $i = 7$, 要求 $0 \leq x_7 \leq c_7$; 当 $i = 14$, 要求 $0 \leq x_{14} \leq b_{14}$ 。其余高校属于集合 S_5 。那么 $\sum_{i \in S_5} c_i +$

$$\sum_{i \in S_4} \min\{b_i, c_i\} = \sum_{i \in S_5} c_i + b_5 + c_7 + b_{14} = 76\,490, \text{ 满足}$$

表 1 2017—2019 年某省份省属高校招生计划分配的已知量 单位:人

院校	院校类型	综合评价结果	2017 年		2018 年		2019 年	
			毕业生数	申报计划量	毕业生数	申报计划量	毕业生数	申报计划量
院校 1	类型 5	-61.508	2 135	1 800	1 905	2 000	1 249	2 200
院校 2	类型 5	-2.411	4 966	4 560	4 870	4 130	4 640	4 420
院校 3	类型 5	-50.049	3 982	4 000	4 037	4 245	3 961	4 300
院校 4	类型 5	-64.522	4 971	4 170	4 978	4 000	4 667	4 370
院校 5	类型 4	-67.538	5 100	5 800	5 000	5 260	5 288	4 700
院校 6	类型 5	-81.004	3 126	3 000	2 979	3 000	3 112	3 300
院校 7	类型 4	-73.165	3 737	3 600	3 500	3 690	3 600	4 061
院校 8	类型 5	-70.15	3 595	3 900	3 592	3 850	3 956	3 850
院校 9	类型 5	-61.708	1 305	2 300	1 748	2 800	2 025	2 730
院校 10	类型 5	0	6 659	5 880	6 560	5 950	6 315	6 200
院校 11	类型 5	-65.729	6 316	5 850	5 959	6 000	6 002	6 000
院校 12	类型 5	-59.698	5 905	5 730	5 897	5 680	5 677	5 680
院校 13	类型 5	-10.25	2 837	3 100	2 830	2 800	2 814	2 830
院校 14	类型 4	-2.814	2 030	2 430	2 664	2 080	2 180	2 614
院校 15	类型 5	-61.507	6 923	6 150	6 862	6 300	6 993	6 500
院校 16	类型 5	-61.306	5 071	5 000	4 876	5 060	4 959	5 160
院校 17	类型 5	-11.859	6 489	5 220	6 621	4 940	6 453	4 975
院校 18	类型 5	-60.101	3 083	4 100	3 538	4 200	3 935	3 750
院校 19	类型 5	-71.759	1 040	1 000	1 334	1 180	1 335	1 180
院校 20	类型 3	0	2 310	3 100	1 890	2 600	1 650	2 300

条件式(4)。

表 2 2017—2019 年招生计划实际分配结果和

Shapley 值分配结果比较						单位:人
院校	2017 年		2018 年		2019 年	
	实际分 配结果	Shapley 值 分配结果	实际分 配结果	Shapley 值 分配结果	实际分 配结果	Shapley 值 分配结果
院校 1	1400	1571	1800	1889	1830	1986
院校 2	4020	4439	4020	4078	3780	4319
院校 3	3650	3772	4000	4145	4020	4108
院校 4	3870	3910	3870	3886	3910	4150
院校 5	4730	4833	4630	4882	4250	4474
院校 6	2720	2703	3000	2869	3050	3049
院校 7	3230	3320	3500	3377	3580	3364
院校 8	3850	3627	3850	3730	3850	3619
院校 9	2010	2046	2360	2688	2450	2516
院校 10	5880	5764	5950	5900	6140	6103
院校 11	5850	5587	6000	5884	5990	5777
院校 12	5530	5480	5680	5570	5670	5469
院校 13	2800	2961	2800	2740	2760	2714
院校 14	2030	1913	2080	2028	2120	2078
院校 15	6150	5896	6300	6188	6300	6285
院校 16	4740	4747	5060	4949	5060	4946
院校 17	5220	5077	4940	4878	4650	4856
院校 18	3610	3850	3810	4090	3750	3539
院校 19	1000	794	1180	1059	1180	988
院校 20	0	0	0	0	0	0

2. 采用 Shapley 值分配招生计划

当 $i \in S_4, \min\{b'_5, c_5\} = \min\{5\,100, 5\,800\} = 5\,100$, 同理 $\min\{b'_7, c_7\} = 3\,600, \min\{b'_{14}, c_{14}\} = 2\,030$; 当 $i \in S_5, \min\{b'_i, c_i\} = \min\{+\infty, c_i\} = c_i$ 。当 $i \in S_3, \min\{b'_{20}, c_{20}\} = \min\{0, 3\,100\} = 0$ 。取 $\mu = 0.5$, 根据式(6), 可得

$$h\mu = \sum_{j \in N} \frac{\min\{b'_j, c_j\} - E}{\xi_j} \times 0.5 = -\frac{4\,200}{937.078} \times 0.5 \approx -2.241;$$

$$v(S) = \max\{E - \sum_{i \in N \setminus S} \min(b'_i, c_i) +$$

$$h\mu \sum_{i \in N \setminus S} \xi_i, 0\} = \max\left\{72\,290 - \sum_{i \in N \setminus S} \min(b'_i, c_i) - 2.241 \times \sum_{i \in N \setminus S} \xi_i, 0\right\}$$

采用 visual foxpro 软件编程计算 2^{20} 个联盟的特征函数及 Shapley 值, 程序建立两个数组: 第一个数组存储 2^{20} 对应的二进制数, 每个二进制数表示一个联盟, 二进制的 0 或 1 表示对应位置的局中人不参与或参与联盟, 例如 00000000000000000111, 表示联盟 $\{1, 2, 3\}$; 将第一个数组映射到另一个长度为 2^{20} 的数组, 该数组存储对应联盟的特征函数 $v(S)$ 。计算 $v(S \cup i) - v(S)$ 时, 提取局中人 i 对应位置为 1 的数组值, 即 $v(S \cup i), v(S)$ 为局中人 i 对应位置为 0 的数组值, 根

据式(7) 计算 Shapley 值。采用整数处理方法, 得到 Shapley 值的分配结果。

同理可得, 2018 年和 2019 年的 Shapley 值分配结果和残差分布(表 2、图 1~2)。

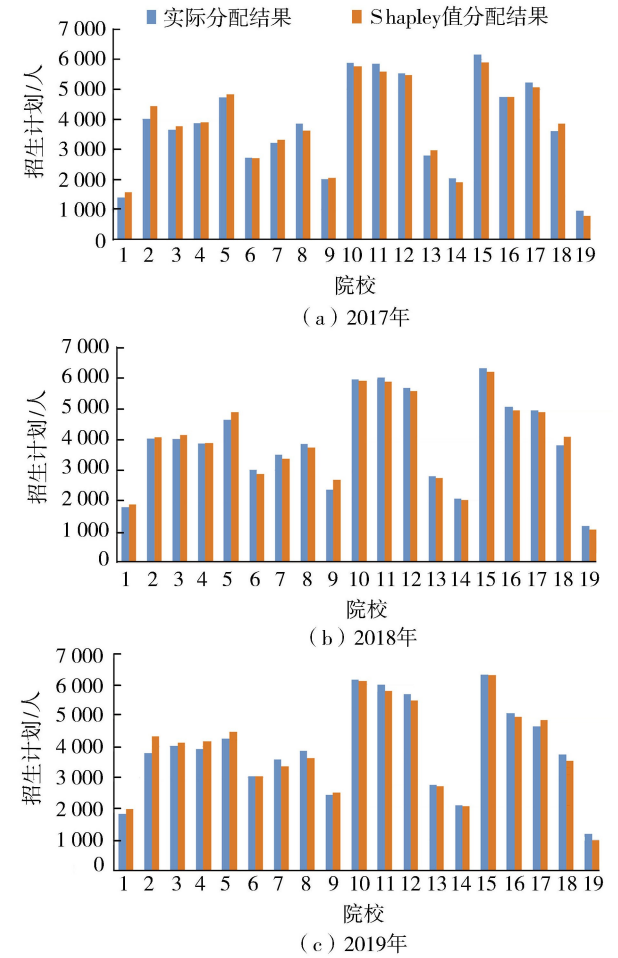


图 1 2017—2019 年实际分配结果和 Shapley 值分配结果比较

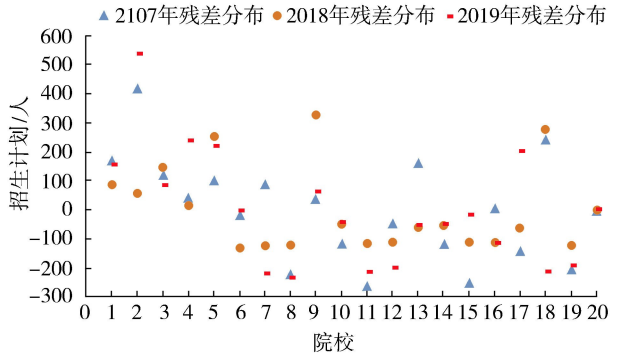


图 2 2017—2019 年实际分配结果和 Shapley 值分配结果的残差分布

根据表 2 和图 1 可知, 采用 Shapley 值的分配结果与实际分配结果的趋势总体一致, 2017—2019 年的

残差绝对值之和分别为 2 778、2 336 和 3 038,分别占核定计划总量的 3.84%、3.12% 和 4.09%,平均误差分别为 138.9、116.8 和 151.9,说明本文模型在实际应用中具有合理性和可操作性。

从图 2 可知,误差总体集中分布在横坐标上下,院校 20 为暂停招生院校,Shapley 值分配结果为 0,符合政策要求,根据 Shapley 值的虚拟局中人性,剔除院校 20 进行重新分配,其他 19 所院校的分配结果不变;院校 5、院校 7 和院校 14 为限制招生院校,Shapley 值分配结果符合政策要求,即均低于毕业生数。同时,综合评价结果作为分配的重要因子,对综合评价结果好的院校起到激励作用,而对综合评价结果较差的院校起到惩罚作用,例如院校 10 和院校 2 的综合评价结果最优,Shapley 值的分配结果非常接近高校的申报计划量,尽管院校 2 误差值较大,如 2017 年为 419,但这正是体现模型对综合评价优的高校有激励作用;院校 17 作为综合评价较差的院校应有一定惩罚,但 2017—2019 年实际分配结果均等于申报计划量,而 Shapley 值分配结果均低于申报计划量,显然比实际分配结果更加合理。另外,由于决策者的主观偏好和知识水平限制、多方利益博弈等因素影响,可能造成 Shapley 值分配结果与实际分配结果的偏差。综合所述,采用 Shapley 值分配方法不仅有效避免分配过程中主观因素影响,更加便捷地分配招生计划,提高工作的准确性和效率,对决策者的实际分配具有重要的指导意义。

基于实例分析结果,提出以下政策建议:第一,通过招生计划分配的手段,激励高校调整和优化学科结构,加强内涵建设。省级教育行政部门应加强政策引导和宣传,强化高校基本办学条件、毕业生就业等因素对招生计划分配的影响和作用,引导高校优化学科结构,激励高校加强硬件设施建设和内涵建设。第二,制定招生计划分配的奖惩机制。省级教育行政部门在招生计划分配时,对综合评价结果较好的高校应给予一定的奖励措施,如增加招生计划;反之,综合评价结果较差的高校应给予一定的惩罚措施,如扣减招生计划。通过建立的奖惩机制,进一步引导高校加强内涵建设,合理获得更多的招生计划。第三,加强综合评估,引导高校诚信申报招生计划。省级教育行政部门应加强对高校的综合评估工作,真实掌握高校对招生计划的实际需求,制定相应的政策和惩罚措施,引导高校诚实、合理地申报招生计划,确保招生计划分配的公平性和合理性。

参考文献:

- [1] 郑庆华,罗京,王衍波,等.普通高校分省招生计划编制模型研究[J].计算机应用研究,2012,29(7):2567-2570.
- [2] 董业军.我国地方高校招生计划地区分配方法初探[J].教育理论与实践,2013,33(15):3-6.
- [3] 王科.高校博士招生计划优化分配研究:一种基于零和博弈前沿面分析的方法[J].数学的实践与认识,2018,48(10):66-75.
- [4] 荆慧双,徐根玖,刘洋.基于博弈理论的高校生源危机应对策略研究[J].运筹与管理,2016,25(15):224-230.
- [5] 吴秋翔,崔盛.农村学生重点大学入学机会的区域差异——基于高校专项计划数据的实证分析[J].中国高教研究,2018(4):70-77.
- [6] 张小萍,张良.中国高校“支援中西部地区招生协作计划”实施成效分析——“985工程”高校为例[J].清华大学教育研究,2015,36(3):48-56.
- [7] 王光荣,张雪.优质高等教育入学机会公平问题探析——基于“985”院校为例[J].教育科学,2014,30(5):62-66.
- [8] 杨艳飞.我国高校招生计划分配制的法理透视与制度反思——基于教育平等的考量[J].国家教育行政学院学报,2016(7):27-32.
- [9] 廖素娴,张立迁,王顶明,等.高校研究生招生计划分配及其优化研究[J].学位与研究生教育,2018(7):28-33.
- [10] O'NEILL B. A. Problem of rights arbitration from the Talmud[J]. Mathematical Social Sciences, 1982,2(4):345-371.
- [11] AUMANN R J, MASCHLER M. Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud[J]. Journal of Economic Theory,1985(36):195-213.
- [12] CURIEL I J, MASCHLER M, TIJS S H. Bankruptcy games[J]. Zeitschrift Für Operations Research, 1987(31):143-159.
- [13] CASAS-MENDEZ B, FRAGNELLI V, GARCIA-JURADO I. A survey of allocation rules for the museum pass problem[J]. Journal of Cultural Economics, 2014(38):191-205.
- [14] THOMSON W. A new characterization of the proportional rule for claims problems[J]. Economics Letters, 2016(145):255-257.
- [15] SECHI G M, ZUCCA R. Water resource allocation in critical scarcity conditions: a bankruptcy game approach[J]. Water Resource Management, 2015(29):541-555.
- [16] 卢雨婷,李登峰,胡勋锋.基于破产模型的出租车合乘定价方法[J].交通运输系统工程与信息,2017,17(4):7-12.
- [17] 魏针,李登峰.基于合作博弈的招生计划分配优化模型研究[J].系统科学与数学,2018,38(10):1160-1171.

(责任编辑:高虹)