

基于风险的债券定价评述

史兹国^{1,2},牟 星³,方先明¹

(1. 南京大学商学院,江苏南京 210093; 2. 南京晓庄学院,江苏南京 211171;
3. 南京证券,江苏南京 210008)

摘 要:根据金融市场中收益与风险相对应原则,债券的定价应体现相应的风险补偿。由于利率风险、违约风险、流动性风险是债券所面临的最主要风险,因此,对债券价格中所包含的即期利率、违约风险溢价以及流动性风险溢价进行了系统剖析,进而对基于这 3 种风险的债券定价模型进行评述,指出其在实际应用中的可行性及存在的不足并从风险补偿角度提出债券定价的未来研究方向。
关键词:利率期限结构;违约风险;流动性风险;债券定价
中图分类号:F812.5 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-4970(2014)02-0067-06

作为多层次资本市场重要组成部分的债券市场,其稳定发展与不断完善依赖于债券的合理定价。根据收益是对风险补偿的原则,债券价格确定的依据是其所面临的风险。债券的风险主要源于利率风险、预期违约风险和流动性风险,因此债券的理论定价应该综合考虑市场无风险收益率、预期违约溢价以及流动性溢价。目前,众多关于债券定价的文献对于市场无风险收益率及债券违约风险溢价、流动性溢价进行了深入研究,对这些文献进行系统的梳理,有助于明确未来的研究方向,并为中国债券市场中的债券定价提供参考。

一、利率风险

作为债券市场的基础利率,无风险利率的变化会引起几乎所有债券价格的变化。由无风险利率变化导致资产价格发生变化的风险被称为利率风险。对于无风险利率,时间是唯一的自变量。因此,描述即期收益率随时间变化的利率期限结构成为债券定价研究中的关键。

1. 利率期限结构理论

Irving^[1]提出市场预期理论,他认为未来市场即期利率期望值与远期利率相等,即 $E(r_t)=f_t$, 于是零息债券的到期收益率与未来市场即期利率之间的关系表述为:

$$y_n = \sqrt[n]{(1+E(r_1))(1+E(r_2))\cdots(1+E(r_t))} - 1$$
$$t = 2,3,\cdots,n \tag{1}$$

由式(1) 可见,如果未来的即期利率期望值不变,即 $E(r_1)=E(r_2)=\cdots=E(r_t)$, 则收益率曲线将是一条平坦的直线;如果未来的即期利率期望值增加,即 $E(r_1)<E(r_2)<\cdots<E(r_t)$, 则收益率曲线将是向上倾斜的曲线;如果未来的即期利率期望值下降,即 $E(r_1)>E(r_2)>\cdots>E(r_t)$, 则收益率曲线将是向下倾斜的曲线;而未来的即期利率期望如果先升后降,则收益率曲线将会呈现先上升后下降的驼峰式。

然而,市场预期理论假设投资者对于未来市场的即期利率有明确的预期,且期限不同的债券之间是完全可以替代的,这与现实的金融市场相距甚远,在实际应用中存在严重的缺陷。

鉴于市场预期理论受制于严格的假设,流动性偏好理论对此进行了修正。该理论认为虽然一种期限的债券收益率可以影响另一种期限的债券收益率,但长短期债券间替代是有成本的,且并不是完全可以替代的。Van^[2]明确指出,远期利率不应仅仅局限于未来短期利率的预测信息,还应反应因流动性受限而提供的风险补偿,即应该兼顾投资者的流动性偏好。在投资者是风险厌恶型的假设基础上,流动性偏好理论认为:

$$f_t^l = E(r_t) + l_t, t = 2,3,\cdots,n \tag{2}$$

收稿日期:2013-12-12
基金项目:国家社会科学基金(14BGL031);江苏省哲学社会科学基金重点项目(13YEA001);江苏省教育厅重点项目(2013ZDIXM013)
作者简介:史兹国(1970—),男,江苏高淳人,副教授,博士后,从事应用经济学研究。

其中, $l_i > 0$, 于是

$$y_n^l = \sqrt[n]{(1+y_1)(1+E(r_2)+l_2)(1+E(r_3)+l_3)\cdots(1+E(r_l)+l_l)} - 1 \quad (3)$$

因此, $y_n^l > y_n$ 。

由此可见, 流动性偏好理论认为投资者是风险厌恶的, 由于期限较长的债券相较于期限较短的债券而言流动性较差, 因此, 投资者更愿意持有期限较短的债券, 为了增加长期债券的吸引力, 就必须向期限较长债券的持有者提供流动性溢价。

市场预期理论和流动性偏好理论基于未来市场即期利率是可以预测的, 从是否应该提供流动性溢价的角度, 对利率期限结构进行了解释。但事实上, 未来市场的即期利率是一个随机变量, 而且其分布函数不易确定, 因此, 对未来的即期利率进行精确预测是非常困难的。如果未来的即期利率不可预测, 则不同期限的债券之间是不可完全相互替代的, 资金也不会长期债券市场和短期债券市场之间自由流转。在此条件下, 市场分割理论认为不同到期期限的债券在互不相关的市场上进行交易, 各市场中的均衡利率是由各自市场中的供求所决定的, 因此利率期限结构是由不同市场的均衡利率决定的。这一理论在一定程度上规避了未来短期利率不可预测的难题, 但仍然不能完全反映市场利率的真实情况。因为, 长短期债券市场既不是完全自由替代, 也不是完全割裂的。理由在于: 一方面现代高度发达的金融市场在不同的证券市场间架起了资金流转的桥梁; 另一方面, 市场分割理论无法解释不同期限债券的利率波动显现出来的相关性。

2. 利率期限结构模型

经过长时间的发展, 利率期限结构模型根据建立的基础不同, 演化为两大类, 即一般均衡模型和无套利模型。而根据状态变量个数的不同, 又可分为单因子模型和多因子模型。一般均衡模型假设利率或状态变量服从某种随机过程, 并通过该过程计算债券价格。在一般均衡模型中, 单因子模型往往假设瞬时利率服从以下过程:

$$dr_t = \mu(r_t)dt + \sigma(r_t)dz_t \quad (4)$$

式(4)是最常见的一般均衡单因子模型。当 $\mu(r_t)$, $\sigma(r_t)$ 为常数时, 该模型为 Black-Scholes-Merton 模型^[3-4]; 当 $\mu(r_t) = \alpha + \beta r_t$, $\sigma(r_t)$ 为常数时, 该模型为 Vasicek 模型^[5]; 当 $\mu(r_t) = \mu(\theta - r_t)$, $\sigma(r_t) = \sigma\sqrt{r_t}$ 时, 该模型为 CIR 模型^[6]。根据对 $\mu(r_t)$, $\sigma(r_t)$ 的不同假设, 以上模型描述了不同的利率变化特征。随着研究的深入, 学者们发现单因子模型只能描述一部分利率变化的特征, 为了更好地拟合现实的利

率期限结构, 后来的研究中引入了双因子模型和多因子模型, 通过增加状态变量的个数来捕捉更多的利率变化。相关的主要研究包括 Cox 等^[7], Longstaff^[8]等。

无套利模型假设在既定的初始状态下, 远期和即期债券价格之间不存在套利机会, 并籍此推出即期瞬时利率的变化情况。在无套利模型中, 具有代表性的是 Ho-Lee 模型^[9], Hull-White 模型^[10], Heath-Jarrow-Merton 模型^[11]。Ho-Lee 模型在定价模型中引入了二叉树方法; Hull-White 模型形式上与 Vasicek 模型相似, 但由于其假设 α 为 t 的函数, σ 为 r_t 的函数, 所以 Hull-White 模型比 Vasicek 模型更具有普遍性; Heath-Jarrow-Merton 模型根据远期利率建立模型, 通过市场数据估计参数, 使得模型结果更贴合现实的利率期限结构。另外, 在后期研究中, Heath 等将模型从单因子向多因子扩展。

从一般均衡模型到无套利模型, 约束条件逐渐放松; 从单因子模型到多因子模型, 捕捉的利率期限结构的特征逐渐增多, 对无风险债券收益率曲线的拟合度也在提高。但是, 对于实际应用来说, 不管是一般均衡模型还是无套利模型, 都存在一定的困难: ①瞬时利率无法直接观察, 所以模型效果难以直接衡量; ②在考虑交易成本和税收的条件下, 模型结果会受较明显的影响; ③虽然多因子模型能够克服单因子模型在捕捉利率波动特征上的局限性, 但是随着模型因子数的增多, 模型演算的复杂程度急剧上升, 给模型的推广带来困难; ④模型参数的估算依赖于已有的历史数据, 对于利率期限结构不健全的债券市场应用受到限制。

二、违约风险

利率期限结构模型描绘了无风险瞬时利率随时间的变化。而对于公司债券, 商业票据以及一些低信用评级国家政府债券, 不仅面临无风险利率变化带来的利率风险, 还可能面临由于债券本金及利息延迟或无法偿付所带来的违约风险。因此, 在对这些债券进行定价时, 有必要考虑违约风险对债券价格的影响。对含有违约风险的债券的定价研究多年来积累了大量文献, 这些文献逐渐形成两大分支, 即结构化模型和简约模型。

1. 结构化模型

结构化模型源于 Black-Scholes-Merton 模型, 近年来一直在不断地发展和完善。Black 等^[3]和 Merton^[4]研究认为, 公司资产实际上归债权人所有, 债权人赋予股票持有者一份看涨期权, 而公司价值 = (资产 - 负债, 0)⁺。基于此, 从期权的角度可对公

司债权进行定价。在这一理论分析框架下,公司价值 V 满足扩散过程:

$$dV = (\alpha V - C)dt + \sigma Vdz \quad (5)$$

其中, C 为单位时间内总的现金流, α 为标的资产瞬时回报率期望值, σ^2 为标的资产瞬时回报率的方差。

尽管 Black-Scholes-Merton 模型在指导思想上具有理论意义,但其在一系列假设前提下得到的。如 Gibbons 等^[12] 研究认为,要使 Black-Scholes-Merton 模型成立,必须满足的条件有:①资本市场是完美的,即不存在税负,没有交易成本,所有的投资者都能公平地获得信息,可以连续不间断地进行交易;②标的资产波动率 σ^2 为常数;③利率期限结构是非随机的,即利率是一个随时间变化的已知函数;④管理层的目标是致力于使股东权益最大化;⑤完全的破产保护,在债务完全偿还之前,股东不得分红,在出现破产时,债务权利绝对优先于股票;⑥在债务被偿还前,不得发行新的债券;⑦市场有充分的流动性,使得企业能够不受损失地将资产转换为现金;⑧企业发行的债券为贴现债券;⑨违约只发生在到期日;⑩债券不具有可赎回条款或者可转换条款;⑪企业只发行同一种债券。

缘于上述一系列的假设条件,Black-Scholes-Merton 模型在实际应用中受到了极大的限制。于是,后续的研究专门针对这些约束条件进行了放松,可以认为此后的结构模型研究几乎都是对 Black-Scholes-Merton 模型进行修正,以更加符合市场实际情况。Black 等^[13] 的研究对象不再是零息债券,而是连续付息的息票债券,并且认为存在一个外生的违约边界 V^* ,当企业价值低于 V^* 时违约发生。在此基础上,他们研究了债券中的安全条款(即赋予债权人在一定情况下强迫企业清算或者重组的权利),对利息和红利支付的融资限制条款对违约概率的影响,以及对低偿还等级债券的定价。Geske^[14] 解决了非连续付息的息票债券定价问题。Bongaerts 等^[15] 在对结构模型定价进行实证检验之后,建议在模型中引入随机利率。Kim 等^[16] 即假定无风险利率服从 CIR 过程,并验证当利率服从随机过程时可赎回条款对债券违约率的影响。Leland^[17] 在模型中加入了公司风险、税收、破产成本、保全条款的影响后得到违约概率的封闭解。Longstaff 等^[8] 模型允许违约发生时,债券不一定具有绝对优先的清偿权利,允许许多层次的债务结构存在,同时假设短期无风险利率服从随机过程,并假设公司资产风险与利率变动具有相关性。他们的研究不仅能对固定利率债券进行定价,还给出了浮动利率债券定价方

法。然而,在连续过程中,不会发生突然性的违约,这导致在安全条款保护下通过模型计算得到的信用价差与实际信用价差有一定的差距。为了捕捉违约的突然性这一特征,Zhou^[18] 引入了跳跃过程,这一改进不仅允许企业资产的突然性下跌,同时可以模拟各种形状的违约率曲线,较好地拟合了实际债券价格波动。

结构模型在对债券进行定价时,注重违约风险的本质,从发行主体的财务基础出发,结合资产和债务的价值确定债券的价格。虽然结构模型对债券的违约风险补偿设计了一个很好的分析框架,但是该模型也存在较多的限制。结构模型无法应用于发行人资产和负债价值不可衡量的情形,如无活跃交易的公司发行债券、主权债券等。另外,尽管众多的文献针对 Black-Scholes-Merton 模型的缺陷进行了进一步的完善,但是未见一篇文献的研究中将影响该模型实际应用的因素综合起来进行研究,因为这样的研究过于复杂。

2. 简约模型

在结构化模型中,侧重于通过公司资产价值来判断违约是否发生。而简约模型假设违约是不可预测的突发事件,把违约过程视为一个泊松过程,跳过公司资产价值,直接从市场数据对债券价值进行研究。在简约模型的框架下,债券价值和无风险利率、违约率和偿还率直接相关,对债券定价的研究焦点是对违约过程进行建模。

Litterman 等^[19] 在对公司债券价值及信用价差期限结构进行研究时假设破产的发生是外生的,并不依赖于公司价值。而 Madan 等^[20] 的研究更像结构模型向简约模型的过渡。他们的研究认为,债券价值是由无风险利率、违约密度和偿还率决定的,而违约率是一个与公司价值有关的随机过程,偿还率是一个在最终违约时才能确定的随机变量。简约模型成为一个独立的研究分支得益于 Jarrow 等^[21] 和 Lando 的贡献。Jarrow 等在经济学意义上论证了简约模型的合理性,并从离散和连续两个角度研究了最简单的简约模型,即假设无风险收益率与违约溢价无关,违约密度为常数,违约时偿还率也是常数的简约模型。他们的研究指出了简约模型的两个主要扩展方向:①引入向量形式的随机过程以研究不同信用等级的情况;②研究违约过程与无风险利率相关的情况。这两个方向在后来成为信用评级转移矩阵方法中的主要研究对象^[21]。Lando 在模型中加入了信用评级动态马尔可夫链,并对无风险利率与违约过程不独立的情况进行了研究,但是在他的研究中,各信用评级中的价差并非随机动态的^[22]。

Jarrow 等^[23]的研究在 Jarrow 等^[21]的基础之上,借助信用评级衡量违约的可能性,设定违约过程为基于信用评级的马尔可夫过程,风险中性转移密度矩阵由常数构成,无风险利率与违约过程不相关,偿还率是确定的且由债务的信用等级所决定。与 Jarrow 等^[23]相比, Das 等^[24]通过引入随机动态回收率,使得在违约密度仍然是常数的条件下得到随机信用价差,并使信用价差与无风险利率期限结构之间相关系数不为 0。

现存关于简约模型的研究文献中,许多研究对模型进一步简化,将违约过程视作一个既定的随机过程,从期限结构的角度来对其进行研究。这类模型完整的结构由 Duffie 等^[25]提出,并在 Duffie 等^[26]以及 Liang 等^[27]中进一步拓展,对偿还率不为常数的情况进行了研究。

简约模型直接从市场数据出发对债券进行定价,跳过了公司债务结构、债券偿还等级、债务保护条款等因素,相对于结构模型而言在建模和模型运算上都有较大的简化。同时,简约模型避免了结构模型所面临的最大困难——企业财务数据的可得性,扩大了模型的应用范围。然而,简约模型也存在其特有的困难。首先,模型参数的估计依赖于市场数据,在用模型进行定价时,市场数据的质量影响着债券的价格,这显然是与常理相悖的;其次,在简约模型框架下对债券的定价不仅依赖于对违约概率的建模,需要对偿还率进行建模,但目前对偿还率建模的方法较少。

三、流动性风险

利率风险和违约风险对债券定价的影响是毋庸置疑的。而与利率风险、违约风险相比,流动性风险是个相对主观的概念,人们对流动性风险的认识和研究较晚。其主要原因是,流动性风险的存在性并非显而易见,其大小也无法直接衡量,往往需要借助代理变量来进行研究。因此,对流动性定义及存在性的研究与流动性风险定价密不可分。

1. 流动性风险及其存在性研究

Duffie^[28]将流动性风险定义为:调整金融资产头寸的成本会大幅增加的风险或企业无法进行融资的风险。Houweling 等^[29]提出,债券流动性受以下 9 个因素的影响:债券发行量、债券登记量、市场存量、债券新旧程度、价格缺失、收益率波动性、收益率分布、货币、购买者数量。

最早对流动性风险溢价存在性的研究源于股票市场,但其研究方法被广泛应用于债券市场之中。Amihud^[30], Vayanos^[31]等研究表明,流动性较低的

证券相对于高流动性证券有较高的期望收益率。之后,大量的文献以美国国债和公司债券为样本,对债券流动性的补偿的存在性和度量进行研究。对美国国债中的流动性风险进行研究的有 Elton^[32], Fleming^[33]等。公司债券方面, Duffie 等^[34]将收益率溢价中无法用信用风险解释的部分归结与流动性风险, Elton 等^[35]的研究同样也肯定了流动性被反映在了公司债券收益率中。Longstaff 等^[36]以及 Sircar 等^[37]借助 CDS 将公司债券信用价差中的非违约成分分离出来,发现非违约风险溢价显著存在,通过进一步检验,他们证明这部分非违约风险溢价即为流动性溢价。

2. 流动性风险与债券定价

对如何考量流动性风险对债券定价的影响目前尚未出现一种权威的方法,而在目前文献中广泛使用的方法大致可以分为 3 类。

第一类方法是对代理变量进行回归。Grinblatt 等^[38]将这一方法用于流动性引起的互换价差研究中。Collin-Dufresne 等^[39]以宏观因子作为代理变量,而 Campbell 等^[40]以会计指标作为代理变量, Chen 等^[41]则用多个影响因素对买卖价差进行了回归。

第二类方法是控制其他风险后单独对流动性风险溢价进行研究。Crabbe 等^[42]对来自同一发行人,具有同样发行日和到期日但是发行规模不同的债券进行比较以研究其流动性对债券价格的影响,但这一方法研究范围小。另一种更具有一般性的方法是构造相同的匹配条件债券以消除对应的风险。如 Fleming^[33]在研究美国长短期国债流动性时构造具有相同到期日的零息债券以抵消利率风险, Elton 等^[32]亦通过构造息票债券对不同交易量的债券的收益率进行研究。还有一种方法是用模型来控制其他风险。如 Houweling 等^[29]用 Fama 等^[43]的两因子模型控制了利率风险和信用风险,单独对流动性风险进行研究。Hong 等^[44]通过债券期限、信用评级分别控制债券定价过程中的利率风险和信用风险,由此建立线性回归模型研究相应的流动性补偿。

第三类方法是同时对包括流动性风险在内的多种风险建模。通过这类方法对债券定价进行的研究的中心文献是 Duffie 等^[26]。在信用风险溢价简约模型理论基础上,他们提出债券定价过程中流动性风险补偿的方法,即用违约和流动性修正短期利率过程。具体地,在违约强度与无风险利率随机过程确定的基础上,假设流动性补偿服从随即过程 γ_t , 进而,债券价格可以由以下表达式得到:

$$D_0(T) = E^Q \left[\exp \left(- \int_0^T (r_t + \lambda_t + \gamma_t) dt \right) \right] \quad (6)$$

债券收益率也可以表示为:

$$R_t = r_t - l_t + h_t \lambda_t \quad (7)$$

Janosi 等^[45]的研究证明,在无套利和不完全债务市场条件下,Duffie 等^[26]的研究是具有合理性的,且在信用风险模型中加入流动性贴现过程来捕捉流动性风险具有实践意义。Francis 等^[46]的研究也认为,可以通过利率过程、违约强度、流动性溢价等中的一个或几个状态变量的线性组合来对债券进行定价。同样在 Duffie 框架下对包含流动性风险的债券定价进行研究的还有 Chen^[41]、Nashikkar^[47]、Yang 等^[48]。这些文献基于不同的样本,对流动性风险定价进行实证检验,结果均表明流动性在债券定价中有显著的影响。

对流动性风险定价的研究远不如利率风险、违约风险成熟。流动性风险的度量、代理变量的选择、影响因素的确定等诸多方面都存在争议。同时,由于无法直接分离出流动性溢价,所以目前对流动性定价的研究主要是通过代理变量间接展开的。这一方面增加了模型的复杂性,另一方面,模型结果的准确性难以评价也降低了模型的理论价值。

四、简 评

从利率风险、违约风险、流动性风险的角度对债券定价进行研究,将利率期限结构模型、预期违约溢价模型以及流动性溢价模型,这 3 个方面结合起来,可以形成一个较为系统的债券定价思路。其中,无风险利率期限结构是基础,其他债券定价的研究是从利率风险加违约风险、利率风险加流动性风险或者利率风险加违约风险再加流动性风险展开的。利率风险的研究从一般均衡和无套利两个角度展开,用随机过程来描述利率的波动特征。违约风险研究则根据公司财务基础和市场数据两个不同的切入点,形成了结构模型和简约模型两个分支。虽然需要借助代理变量,随着债券定价研究的深入,流动性风险也逐渐成为研究的重点问题之一。但是,目前基于风险的债券定价模型在我国应用较少,这是由两方面的原因决定的:一方面,是模型本身在应用上的困难,针对各个风险的模型都较为复杂,而将各个风险结合在一起,考虑到风险之间相关性等因素,新的模型将非常复杂,庞大的运算量将限制模型的应用;另一方面,是我国债券市场信息程度、金融产品、市场活跃度上的不足所导致的。我国目前尚不存在一致认同的基准利率,且国债发行的不连续给现实中无风险利率期限结构的获得带来困难。同时,我

国债券市场上公司债券交易量小且交易次数少,难以获得足够的研究数据,影响实证研究结果的可靠性与稳定性。

参考文献:

- [1] IRVING F. The theory of interest [M]. New York: The Macmillan Company, 1930.
- [2] VAN H J. Interest-rate risk and the term structure of interest rates[J]. The Journal of Political Economy, 1965 (73): 344-351.
- [3] BLACK, SCHOLES. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973 (81): 637-654.
- [4] MERTON R C. Theory of rational option pricing [J]. Journal of Economics and Management Science, 1974 (4): 141-183.
- [5] OLDRICH V. An equilibrium characterization of the term structure[J]. Journal of Finance Economics, 1977 (5): 177-188.
- [6] COX J, JONATHAN I, STEPHEN R. An inter-temporal general equilibrium model of asset pricing [J]. Econometrica, 1985, 53: 363-384.
- [7] COX J, JONATHAN I, STEPHEN R. A theory of the term structure of interest rates [J]. Econometrica, 1985, 53: 385-407.
- [8] LOGSTAFF, SCHWARTZ. A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt[J]. Journal of Finance, 1995, 50(3): 789-809.
- [9] HO, THOMA S Y, SANG B L. Term structure movements and pricing interest rate contingent claims[J]. Journal of Finance, 1986(41): 1011-1029.
- [10] HULL, JOHN, ALAN W. Pricing interest-rate-derivative securities[J]. Review of Financial Studies, 1990 (3): 573-592.
- [11] HEATH, DAVID, ROBERT, et al. Bond pricing and the term structure of interest rates [J]. Econometrics, 1992 (60): 225-262.
- [12] GIBBONS, MICHAEL, KRISHNA R. A test of the cox, ingersoll, ross model of the term structure [J]. Review of Financial Studies, 1993(6): 619-658.
- [13] BLACK F, COX J. On the pricing of corporate debt: the risk structure of invest rates [J]. Journal of Finance, 1976 (29): 449-519.
- [14] GESKE R. The valuation of corporate liabilities as compound options [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1977(12): 541-552.
- [15] BONGAERTS D, DE-JONG F, DRIESSEN J. Derivative pricing with liquidity risk: theory and evidence from the credit default swap market [J]. The Journal of Finance, 2011, 66(1): 203-240.
- [16] KIM I J, RAMASWAMY K, SUNDARESAN S. The valuation of corporate fixed income securities [R]. New York: New York University, 1992.

- [17] LELAND H E. Corporate debt value, debt covenants and capital structure [J]. *Journal of Finance*, 1994, 44 (4) : 1213-1252.
- [18] ZHOU C S. A Jump-diffusion approach to modeling credit risk and valuing defaultable securities [R]. Washington, D C: Federal Reserve Board, 1997.
- [19] LITTERMAN, ROBERT, JOES S. Common factors affecting bond returns [J]. *Journal of Fixed Income*, 1991 (1) : 54-61.
- [20] MADAN D B, UNAL H. Pricing the risks of default [R]. The Wharton School of the University of Pennsylvania, 1994.
- [21] JARROW, TURMBULL. Pricing derivatives with credit risk [J]. *Journal of Finance*, 1995, 50(1) :53-85.
- [22] LANDO D. Three essays on contingent claims pricing [D]. New York: Cornell University, 1994.
- [23] JARROW, TURNBULL, LANDO. A markov model for the term structure of credit risk spreads [J]. *The Review of Financial Studies*, 1997, 10(2) :481-523.
- [24] DAS S R, TUFANO P. Pricing credit-sensitive debt when interest rates credit ratings and credit spreads are stochastic [J]. *Journal of Financial Engineering*, 1996 (9) :32-51.
- [25] DUFFIE, SINGLETON. An econometric model of the term structure of interest-rate swap yields [J]. *Journal of Finance*, 1997(53) :2225-2241.
- [26] DUFFIE, SINGLETON. Modeling the term structure of defaultable bonds [J]. *Review of Financial Studies*, 1999 (12) : 687-720.
- [27] LIANG G, JIANG L. A modified structural model for credit risk [J]. *Journal of Management Mathematics*, 2012, 23 (2) :147-170.
- [28] DUFFIE, SINGLETON. Credit risk: pricing measurement, and management [M]. New Jersey: Princeton University Press, 2003.
- [29] HOUWELING, MENTINK, VORST. Comparing possible proxies of corporate bond liquidity [J]. *Journal of Banking & Finance*, 2005(29) :1331-1358.
- [30] AMIHUD Y, MENDELSON T. Asset pricing and the bid-ask spread [J]. *Journal of Financial Economics*, 1986 (17) :223-249.
- [31] VAYANOS D. Transaction costs and asset prices: a dynamic equilibrium model [J]. *Review of Financial Studies*, 1998(11) :1-58.
- [32] ELTON E J, GREEN T C. Tax and liquidity effects in pricing government bonds [J]. *Journal of Finance*, 1998 (53) :1533-1562.
- [33] FLEIRING M J. Are larger treasury issues more liquid? Evidence from bill reopening [J]. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 2002, 3(2) :707-735.
- [34] DUFFEE D, SINGLETON K J. Modeling term structures of defaultable bonds [J]. *Review of Financial Studies*, 1999, 12(4) :687-720.
- [35] ELTON E J, GRUBER M J, AGRAWAL D, et al. Explaining the rate spread on corporate bonds [J]. *Journal of Finance*, 2001, 56(1) :247-277.
- [36] LONGSTAFF, MITHAL, NEIS. Corporate yield spreads: default risk or liquidity? New evidence from the credit default swap market [J]. *The Journal of Finance*, 2005, 60(5) :2213-2253.
- [37] SIRCAR R, ZARIPHOPULOU T. Utility valuation of valuation credit derivatives and application to CDOs [J]. *Quantitative Finance*, 2010, 10(2) :195-208.
- [38] GRINBLATT M, TITMAN S, WERMERS R. Momentums investment fund strategies, portfolio and herding: a study of mutual fund behavior [J]. *American Economic Review*, 1995(85) :1088-1105.
- [39] COLLIN D, PIERRE, ROBERT S, et al. The determinants of credit spreads [J]. *Journal of Finance*, 2001, 56(6) : 38-57.
- [40] CAMPBELL J, TAKSLER B. Equity volatility and corporate bond yields [J]. *Journal of Finance*, 2003(58) : 2321-2350.
- [41] CHEN L, LESMOND D A, WEI J. Corporate yield spreads and bond liquidity [J]. *The Journal of Finance*, 2007(1) : 119-148.
- [42] CRABBE L E, TUMER C M. Does the liquidity of a debt issue increase with size? Evidence from the corporate bond and medium-term note market [J]. *Journal of finance*, 1995(50) :1719-1734.
- [43] FAMAING E F, FRENCH R. Business conditions and expected returns on stocks and bonds [J]. *Journal of Financial Economics*, 1989(25) :23-49.
- [44] HONG G, WARGA A. An empirical study of bond market transactions [J]. *Financial Analysts Journal*, 2000 (56) : 32-46.
- [45] JANOSI, TIBOR, ROBERT J, et al. Estimating expected losses and liquidity discounts implicit in debt prices [J]. *Journal of Risk*, 2005(5) :1-38.
- [46] FRANCIS A, LONGSTAFF. The flight-to-liquidity premium in U. S. treasury bond prices [J]. *Journal of Business*, 2004(77) :105-127.
- [47] NASHIKKAR, SUBRAHMANYAM, MAHANTI. Limited arbitrage and liquidity in the market for credit risk [R]. New York: Stern School of Business, New York University, Working paper, 2007.
- [48] YANG J, YANG Z. Consumption utility-based pricing and timing of the option to invest with partial information [J]. *Computational Economics*, 2012, 39(2) :195-217.