

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2014.06.010

碎石桩复合地基非线性固结分析

高炳鑫¹, 樊荣霞²

(1. 中国石化集团管道储运公司, 江苏 徐州 221008; 2. 南京瑞迪建设科技有限公司, 江苏 南京 210029)

摘要: 针对非线性偏微分固结方程难以直接求得解析解答的问题, 采用对固结时间离散化的方法编制固结计算程序, 在每个计算时间段内假设桩周土土体及碎石桩参数为常数, 建立固结控制方程并求解。根据上一时间段的计算结果确定下一时间段的计算参数和初始条件, 实现了同时考虑碎石桩和软土非线性特征的复合地基固结计算。在此基础上, 分析了复合地基的固结性状, 得出碎石桩复合地基随着 C_c/C_k 增大其固结速率变慢的结论。

关键词: 复合地基; 非线性偏微分方程; 地基固结; 碎石桩

中图分类号: TU46 文献标志码: A 文章编号: 1000-1980(2014)06-0518-06

Nonlinear consolidation analysis of stone column composite ground

GAO Bingxin¹, FAN Rongxia²

(1. Sinopec Pipeline Storage and Transportation Company, Xuzhou 221008, China;

2. Nanjing R&D Tech Group Co., Ltd., Nanjing 210029, China)

Abstract: It is difficult to obtain the analytical solution of a nonlinear consolidation partial differential equation. In order to solve this problem, the consolidation time is segmented into small intervals and the parameters of soft soil and stone columns are assumed to be constants at any time interval. Then, the governing consolidation equation of the stone column composite foundation is built and solved at each time interval. The calculation parameters and initial conditions of the computing unit can be determined by the calculation results of a previous time interval. Finally, consolidation calculation is conducted for the composite ground, with consideration of the nonlinear characteristics of the stone column and soft soil. On this basis, the nonlinear consolidation properties of composite ground are analyzed. The results show that the consolidation rate of the stone column composite ground decreases with the increase of C_c/C_k .

Key words: composite foundation; nonlinear partial differential equation; foundation consolidation; stone column

软土的渗透系数较低, 但压缩性很大, 因此在软土地基上修建工程时, 沉降量以及沉降速率难以控制。碎石桩由于其桩身模量和渗透系数较大, 能够有效减少地基沉降并加快固结速率, 因此被广泛应用于软土地基处理中^[1-4]。

对于碎石桩复合地基的固结问题, 求解时通常假设桩周土渗透系数 k_h 、压缩模量 E_s 以及碎石桩压缩模量 E_c 为常数。如邢皓枫等^[5]在忽略施工引起的涂抹区影响的基础上, 根据排水量与体积应变相等的条件, 给出一种碎石桩复合地基简化方程; Xie 等^[6]考虑了桩体固结以及涂抹区渗透系数的 3 种变化规律, 推导了碎石桩复合地基的计算方程; 王瑞春等^[7]以碎石桩完全排水为前提, 根据正交性条件给出了双层碎石桩地基的固结解答; 张玉国等^[8]在进行碎石桩复合地基求解时, 将模型的顶面和底面假设为半透水边界, 即考虑了固结模型边界的渗透阻力。虽然这些关于碎石桩复合地基固结研究成果各自的侧重点不同, 但都是在桩土压缩模量以及渗透系数均为常数的基础上开展的。而 Tavenas 等^[9]的研究表明, 软土的压缩性和渗透性随着孔隙比的变化呈现出非线性的特点; 朱志铎等^[10]的研究结果也表明, 碎石桩的压缩模量是与施加应力

有关的指数函数,亦呈现出非线性的特点。随着固结过程的发展,土体和桩体的孔隙比及有效应力不断变化,因此渗透性和压缩性必然是非线性的。如果将土体和碎石桩参数认为是常数,必然会引起固结计算结果的偏差。

到目前为止,关于复合地基的非线性固结理论研究较少,主要成果有:Indraratna 等^[11]采用半对数模型给出了瞬时加载情况下考虑涂抹区影响和土体应力历史的砂井径向固结解。但由于砂井的压缩模量与软土相近,因此砂井地基没有应力集中效应,从而有别于碎石桩复合地基。卢萌盟^[12]在假设桩体压缩模量和桩周土压缩模量同步变化的基础上考虑了应力集中效应和涂抹区的影响,给出了瞬时加载情况下碎石桩复合地基径向固结解。但需要注意的是,文献[11-12]中列出的非线性偏微分固结方程很难直接得到解析解,因此对 $k_h E_s$ 做了平均化假设,以便于求解。实际中,碎石桩和软土的渗透系数及压缩模量在固结过程中是不断变化的,并不能简单地用平均化假设进行处理。

本文同时考虑了碎石桩和软土的非线性,采用对固结时间离散化的方法,在每个计算时间段内假设桩周土及碎石桩参数为常数,利用上一步的计算结果推算下一时间段内桩体和桩周土的计算参数,以及固结方程的初始条件,从而实现同时考虑碎石桩和软土非线性特点的固结计算。

1 数学模型

1.1 计算简图

图 1 为碎石桩复合地基计算简图, q 为瞬时施加的垂直于影响区域的均布荷载。图中 r_c 、 r_s 、 r_e 分别为桩体、扰动区和影响区域半径, k_s 、 k_h 分别为扰动区和非扰动区的渗透系数。模型周边为不透水边界。

1.2 基本假定

根据已有研究成果,做出如下假设:

- a. 桩土间的等应变条件成立,复合地基中桩和桩周土完全饱和,且渗流符合 Darcy 定律。
- b. 碎石桩复合地基中桩周土主要通过径向渗流向碎石桩排水实现固结,因此对于桩周土仅考虑径向渗流,外荷载瞬时施加^[11]。
- c. 碎石桩的渗透系数较高,认为桩体完全透水,即不考虑桩阻作用。
- d. 扰动区 k_s 为常数,其他性质与未扰动区相同。
- e. 桩周土的压缩性和渗透性随孔隙比的减小而减小,符合对数函数关系,即

$$e = e_0 - C_k \lg \left(\frac{k_h}{k_{h,i}} \right) \tag{1}$$

$$e = e_0 - C_c \lg \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{s,i}} \right) \tag{2}$$

式中: e ——软土孔隙比; e_0 ——软土的初始孔隙比; C_k 、 C_c ——软土的渗透指数和压缩指数; $k_{h,i}$ 、 $\sigma_{s,i}$ ——软土的初始渗透系数和初始竖向有效应力; σ_s ——软土竖向有效应力。

- f. 碎石桩的压缩模量变化规律为

$$E_c = k_m P_a \left(\frac{\sigma_c}{P_a} \right)^f \tag{3}$$

式中: P_a ——大气压(一般取 100 kPa); f ——试验参数; k_m ——桩体的渗透系数; σ_c ——均布荷载在桩体中任一深度产生的有效应力。

1.3 控制方程

在整个固结过程中,复合地基的参数是随着超静孔隙水压力的消散而不断变化的,控制方程是关于超静孔隙水压力的非线性偏微分方程,难以求得解析解。现将固结时间划分为 M 段(图 2),由于在各时间段内超静

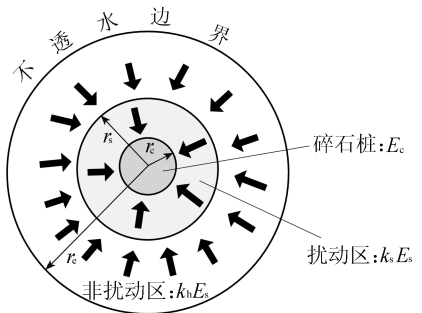


图 1 复合地基计算简图

Fig. 1 Calculation diagram of composite ground

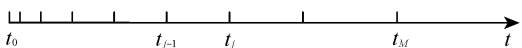


图 2 固结时间划分

Fig. 2 Division of consolidation time

孔隙水压力变化有限,因此可以假设每个时间段内复合地基的参数为常数。在复合地基固结过程中,初始时间段超静孔隙水压力变化剧烈,随着时间的增长变化趋势逐渐变缓。因此在初始阶段时间间隔划分较密,随着固结的进行,时间间隔逐渐增大。

在任意时间段 $[t_j, t_{j+1}]$ ($0 \leq j \leq M-1$) 内,推导碎石桩复合地基的固结控制方程。

对于碎石桩复合地基,由竖向平衡条件以及等应变条件可得

$$\bar{\sigma}_{s,j} = \frac{n^2 \sigma_0 - (n^2 - 1) \bar{u}_{s,j}}{n^2 + Y_j - 1}$$

(4)

其中

$$Y_j = \frac{E_{c,j}}{E_{s,j}} \quad n = \frac{r_e}{r_c}$$

式中: $\bar{\sigma}_{s,j}$ ——上部荷载在桩周土中引起的附加竖向有效应力; σ_0 ——均布荷载; $\bar{u}_{s,j}$ ——桩周土某一深度处的平均超静孔隙水压力; Y_j ——时间段 $[t_j, t_{j+1}]$ 内的桩土压缩模量比。

参照文献[3,13],可得土体径向固结方程:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{k_r(r)}{\rho_w g} r \frac{\partial u_{s,j}}{\partial r} \right] = - \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad 0 \leq r \leq r_e$$

(5)

其中

$$k_r(r) = k_h f(r)$$

式中: ρ_w ——孔隙水密度; g ——重力加速度; ε_v ——体积应变。根据本文假设, $r_c \leq r \leq r_s$ 时 $f(r) = k_s/k_h$, $r_s \leq r \leq r_e$ 时 $f(r) = 1$ 。

求解条件为

$$r = r_e \quad \frac{\partial u_{s,j}}{\partial r} = 0$$

(6)

$$r = r_c \quad u_{s,j} = 0$$

(7)

式(5)两边对 r 积分 2 次,利用边界条件(6)和(7)可得

$$\bar{u}_{s,j} = \frac{\rho_w g r_e^2 F_c}{2k_h} \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial t}$$

(8)

其中

$$F_c = \frac{n^2}{n^2 - 1} \left[\ln(n) - \frac{3}{4} + \frac{4n^2 - 1}{4n^4} + \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \left(\ln s + \frac{1 - s^2}{n^2} + \frac{s^4 - 1}{4n^4} \right) \right]$$

$$s = \frac{r_s}{r_c} \quad \alpha = \frac{k_{s,j}}{k_{h,j}}$$

式中: ε_j —— $[t_j, t_{j+1}]$ 时间段内的体积应变。

将式(8)代入式(4)可得

$$\bar{u}_{s,j} = - \frac{\rho_w g r_e^2 F_c (n^2 - 1)}{2k_{h,j} E_{s,j} (n^2 + Y_j - 1)} \frac{\partial \bar{u}_{s,j}}{\partial t}$$

(9)

式(9)即为本文的固结控制方程。

1.4 方程求解

在初始时刻($t=0$), $\bar{\sigma}_{s,0} = \bar{\sigma}_{c,0} = 0$,根据竖向平衡条件可得方程(9)的初始条件:

$$\bar{u}_{s,j} = \frac{n^2}{n^2 - 1} \sigma_0$$

(10)

结合初始条件式(10),对于方程(9)求解可得

$$\bar{u}_{s,j} = \frac{n^2}{n^2 - 1} \sigma_0 e^{-\beta t}$$

(11)

其中

$$\beta = \frac{2k_{h,j} E_{s,j} (n^2 + Y_j - 1)}{\rho_w g r_e^2 F_c (n^2 - 1)}$$

2 求解思路

利用 MATLAB 软件编写求解程序,基本编写思路如下:

a. 输入复合地基基本参数,包括 σ_0 、 r_c 、 r_s 、 r_e 、 ρ_w ,桩体和桩周土的初始压缩模量 $E_{c,0}$ 和 $E_{s,0}$,扰动区和非扰

动区的初始渗透系数 $k_{s,0}$ 和 $k_{h,0}$, 碎石桩参数 P_a 、 k_m 和 f , 土体和桩体的初始有效应力 (即自重) $\sigma_{s,i}$ 和 $\sigma_{e,i}$ 。

b. 在每个时间段内建立固结控制方程, 根据初始条件对方程进行求解, 得到 t_1 时刻土体中的平均超静孔隙水压力 and 有效应力 $\bar{u}_{s,0}(t_1)$ 、 $\bar{\sigma}_{s,0}(t_1)$, 碎石桩的有效应力 $\bar{\sigma}_{e,0}(t_1)$ 。

c. 根据计算所得的有效应力计算得到 t_1 时刻土体的压缩模量、渗透系数及碎石桩的压缩模量。将土体和碎石桩参数代入固结方程, 并将 $\bar{u}_{e,0}(t_1)$ 作为初始条件, 开始 $[t_1, t_2]$ 时间段的固结计算。

d. 重复 (b) ~ (c) 步, 即可进行后续各时间段内的固结计算。以 $\bar{u}_s(t_j)$ 作为控制条件, 当 $\bar{u}_{s,j}(t_j) < 0.1 \text{ kPa}$ 时, 判断程序结束。

3 结果验证及固结性状计算

假设某碎石桩复合地基的基本参数为: $r_e = 1.5 \text{ m}$, $r_c = 0.5 \text{ m}$, $\sigma_0 = 100 \text{ kPa}$, $k_s/k_h = 0.1$, $r_s/r_c = 2$, $k_{h,0} = 0.0002 \text{ m/d}$, $e_0 = 1.0$, $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, 碎石桩桩长 $H = 10 \text{ m}$ 。

3.1 结果验证

我国软土的 C_c 一般在 $0.35 \sim 0.75$ 的范围内^[14]; C_c/C_k 的取值范围为 $0.5 \sim 2.0$ ^[15]。假设软土和碎石桩的 $\rho_s = 1650 \text{ kg/m}^3$ 和 $\rho_c = 2100 \text{ kg/m}^3$, 则软土和碎石桩的平均初始竖向应力 ($0.5\rho gH$) 分别为 82.5 kPa 和 105 kPa 。本文计算中固结计算时间共取 250 d , 划分为 $M=20$ 个时间段。为证明本文计算程序的正确性, 将计算条件取为与文献[8]相同。文献[8]假设在整个固结过程中桩土压缩模量比 Y 不变, 对 $k_h E_s$ 做了平均化假设, 因此, 本文取 $Y=15$ 。文献[15]的研究表明, 碎石桩复合地基的桩土压缩模量比一般为 $10 \sim 20$; 并令 $k_h E_s$ 在整个固结计算过程中等于 $(k_{h,1} E_{s,1} + k_{h,M} E_{s,M})/2$ 。固结完成时超静孔隙水压力为 0 kPa , 计算得出此时的附加竖向有效应力为 32.1 kPa , 则整体竖向应力为 114.6 kPa 。将竖向应力值代入式(1)和式(2), 即可计算得到 $k_{h,1}$ 、 $E_{s,1}$ 、 $k_{h,M}$ 以及 $E_{s,M}$ 。

在相同假设条件前提下, 本文计算结果与文献[8]的计算结果吻合, 如图 3 所示, 说明本文采用对时间离散化的方法求解固结控制方程的程序是正确可行的。

3.2 固结性状计算分析

对于碎石桩, 根据文献[10]的结果, 取其参数为 $P_a = 100 \text{ kPa}$, $k_m = 412$, $f = 0.27$; 对于桩周土体, 采用本文提出的时间离散化方法进行碎石桩复合地基非线性固结计算。

如图 4 所示, 随着 C_c/C_k 的增大, 碎石桩复合地基的固结速率变慢。分析其原因, 碎石桩复合地基的固结速率与土体的固结系数有关, 固结系数越大, 固结速率越快。而土体的固结系数又由土体压缩模量以及渗透系数组成。随着固结过程的发展, 土体的孔隙比减小, 因此土体压缩模量增大, 渗透系数减小。土体压缩

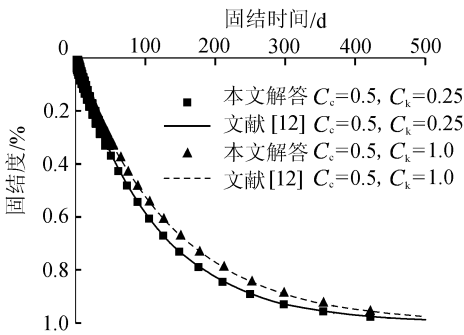


图 3 本文计算程序验证

Fig. 3 Verification of accuracy of program in this paper

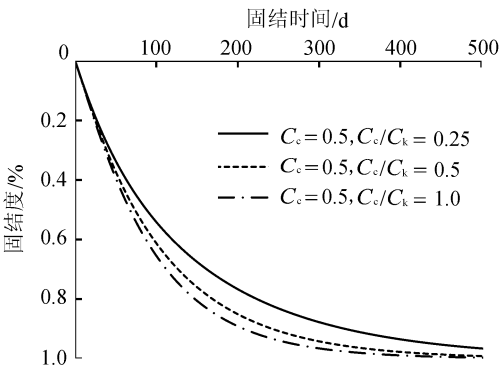


图 4 C_c 和 C_k 对固结速率的影响

Fig. 4 Influences of C_c and C_k on consolidation rate

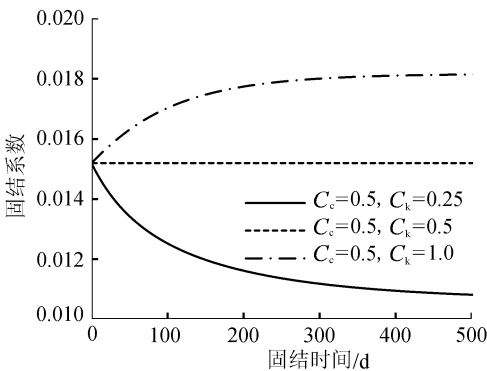


图 5 固结系数随时间变化规律

Fig. 5 Variation of consolidation coefficient with time

模量的增大使固结系数增大,渗透系数减小又使固结系数减小,所以在固结过程中土体压缩模量和渗透系数的变化对于渗透系数的影响是相反的。随着 C_c/C_k 数值的增大,固结过程中软土压缩模量的增大速率减小,而渗透系数的减小速率增大,因此软土压缩模量增大对于渗透系数的影响占优,如图 5 所示。 $C_c/C_k=1$ 是分界线:当 $C_c/C_k>1$ 时,随着固结时间增加,土体固结系数减小;当 $C_c/C_k<1$ 时,随着固结时间增加,土体固结系数增大。

在整个固结过程中,桩土模量比不断增加,即碎石桩桩体的压缩模量不断增加,如图 6 所示。如果将桩土模量比假设为常数进行计算,可能会使固结度计算产生偏差。土体的压缩模量与 C_c 有关, C_c 越大,土体压缩模量越小。如图 7 所示,随着土体压缩指数的增加(即土体压缩模量减小),碎石桩复合地基的固结速率减慢。

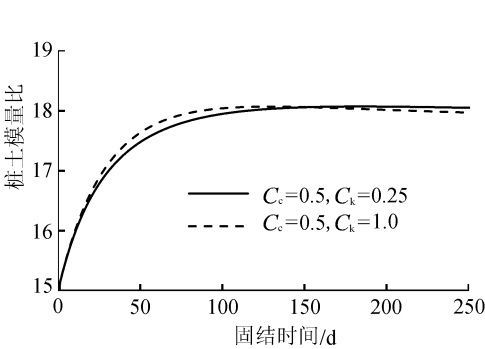


图 6 桩土压缩模量比随时间变化规律

Fig. 6 Variation of pile-soil modular ratio with time

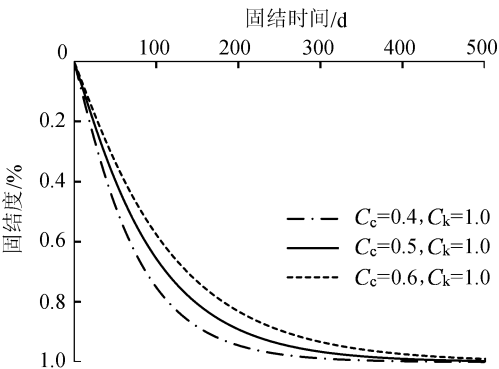


图 7 土体压缩指数对固结速率的影响

Fig. 7 Influence of C_c on consolidation rate

4 结 论

采用对时间离散化的方法,在每个时间段内将软土和碎石桩参数假设为常数,建立固结方程并求解。根据求解结果,确定下一时间段内的软土和碎石桩参数以及初始条件,实现了同时考虑碎石桩和软土非线性特点的复合地基固结分析。

- a. 随着 C_c/C_k 的增大,碎石桩复合地基的固结速率变慢。
- b. 当 $C_c/C_k>1$ 时,随着固结时间增加,土体固结系数减小;当 $C_c/C_k<1$ 时,随着固结时间增加,土体固结系数增大。
- c. 在整个固结过程中,桩土模量比不断增加。如果将桩土模量比假设为常数进行计算,可能会使固结度计算产生偏差。

参考文献:

[1] 张福海,王保田,王炳奇,等. 大粒径碎石桩在饱和超软土地基中的应用[J]. 河海大学学报:自然科学版,2006,34(4): 430-434. (ZHANG Fuhai, WANG Baotian, WANG Bingqi, et al. Application of large grain-size gravel piles to strengthening saturated super-soft ground[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2006, 34(4): 430-434. (in Chinese))

[2] 王保田,唐劲柏. 强夯碎石桩的发展及成桩机理分析[J]. 河海大学学报:自然科学版,1999,27(6): 30-34. (WANG Baotian, TANG Jingbo. Development of DRM and analysis of column-rormation mechanism[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 1999, 27(6): 30-34. (in Chinese))

[3] 谢康和,曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论[J]. 岩土工程学报,1989,11(2): 3-7. (XIE Kanghe, ZENG Guoxi. Equal strain consolidation of vertical drain foundation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 11(2): 3-7. (in Chinese))

[4] HAN Jie, YE Shulin. Simplified method for consolidation rate of stone column reinforced foundations[J]. Journal of Gotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(7): 597-603.

[5] 邢皓枫,龚晓南,杨晓军. 碎石桩复合地基固结简化分析[J]. 岩土工程学报,2005,27(5): 521-524. (XING Haofeng, GONG Xiaonan, YANG Xiaojun. Simplified analysis for consolidation of gravel-pile composite foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(5): 521-524. (in Chinese))

[6] XIE Kanghe,LU Mengmeng,LIU Ganbin. Equal strain consolidation for stone columns reinforced foundation[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics,2009,33:1721-1735.

[7] 王瑞春,谢康和. 双层散粒体材料桩复合地基固结解析理论[J]. 岩土工程学报,2001,23(4): 418-422. (WANG Ruichun, XIE Kanghe. Analytical theory for consolidation of double-layered composite ground with granular columns[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2001,23(4):418-422. (in Chinese))

[8] 张玉国,谢康和,应宏伟,等. 双面半透水边界的散体材料桩复合地基固结分析[J]. 岩土工程学报,2005,27(3):304-307. (ZHANG Yuguo,XIE Kanghe,YING Hongwei,et al. Consolidation analysis of composite foundation of granular columns with impeded boundaries[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2005,27(3):304-307. (in Chinese))

[9] TAVENAS P,JEAN P,LEBLOND P,et al. The permeability of natural soft clays. Part II: Permeability characteristics[J]. Canadian Geotechnical Journal,1983,20:645-659.

[10] 朱志铎,刘义怀. 碎石变形特征及挤密碎石桩复合地基效果评价[J]. 岩土力学,2006,27(7):1153-1157. (ZHU Zhiduo, LIU Yihuai. Deformation characteristics of broken stone and effect evaluation of composite foundation with stone compaction column[J]. Rock Soil Mech,2006,27(7):1153-1157. (in Chinese))

[11] INDRARATNA B,RUJIKIATKAMJORN C,SATHANANTHAN I. Radial consolidatin of clay using compressibility indices and varying horizontal permeability [J]. Canadian Geotechnical Journal,2005,42:1330-1341.

[12] 卢萌盟. 复杂条件下复合地基固结解析理论研究[D]. 杭州:浙江大学,2009.

[13] WANG Xusheng,JIAO Jiujiu. Analysis of soil consolidation by vertical drains with double porosity model[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics,2004,28(14):1385-1400.

[14] 戢英. 软土地基处理技术及在公路施工中的应用[D]. 天津:天津大学,2006.

[15] BERRY P L,WIKISON W B. The radial consolidation of clay soils [J]. Geotechnique,1969,19(2):253-284.

· 简讯 ·

河海大学杰出校友张建云院士当选英国皇家工程院外籍院士

英国皇家工程院 2014 年 9 月 16 日公布 2014 年度新增院士名单,河海大学杰出校友、中国工程院院士、南京水利科学研究院院长、河海大学博士生导师张建云当选英国皇家工程院外籍院士。

张建云院士 1982 年本科毕业于河海大学陆地水文专业,1987 年获河海大学水文学及水资源专业硕士学位,1996 年获爱尔兰国立大学土木及环境工程专业博士学位。曾任水利部水文局总工程师、副局长兼总工程师,现任南京水利科学研究院院长、水利部应对气候变化研究中心主任、国际水文科学协会中国国家委员会主席,《水科学进展》、《水利水电工程学报》杂志主编。2009 年当选中国工程院院士。

张建云教授主持了覆盖全国的国家防汛抗旱指挥系统工程的设计和一期工程建设的 technical 工作,该工程构建了中国国家防汛抗旱减灾决策平台,提升了国家水利信息化水平。在洪水预报理论研究及应用、气候变化对水文水资源影响评估和适应对策等方面取得了重要研究成果。主持开发了“全国洪水预报系统”、“国家防汛抗旱会商决策系统”、“防汛抗旱水文气象综合信息系统”等业务系统,为国家防洪抗旱调度决策和指挥提供科学依据。英国皇家工程院在评价其工作时称,张建云教授在水文学和洪水预报领域是国际有重要影响的水利工程师之一。

英国皇家工程院(Royal Academy of Engineering)是英国工程科技领域的最高殿堂。2014 年增选 59 位院士,其中英国籍院士 51 名,外籍院士 7 名,荣誉院士 1 名。

(本刊编辑部供稿)