

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2014.06.017

上游水电站调蓄下施工导流风险效益分摊模型

刘 澍^{1,2}, 胡志根¹

(1. 武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 三峡大学水利与环境学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 为有效地均衡上、下游水电站与调峰电站之间的风险并合理分摊合作效益, 将上游水电站汛期调蓄过程对导流系统和调峰电站引起的成本收益看作一种合作性的风险效益, 运用合作博弈中的最小核心法建立梯级水电站建设条件下的导流风险效益分摊最小核心模型, 求解梯级水电站建设条件下施工导流风险效益的分摊额度。实例计算结果表明: 由于下游水电站施工导流系统和抽水蓄能电站受惠于上游水电站的调蓄作用, 其分摊结果为负值, 需支付上游水电站补偿金; 不同的导流标准使分摊额度在梯级水电站群与调峰电站之间转移。

关键词: 施工导流; 风险效益分摊; 合作博弈; 梯级水电站

中图分类号: TV551 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2014)06-0559-06

Construction diversion risk benefit sharing model based on water diversion and storage at upstream hydropower station

LIU Lian^{1,2}, HU Zhigen¹

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China;
2. College of Hydraulic and Environment Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: In order to effectively balance the risks of upstream and downstream hydropower stations and the peak load dispatching hydropower station, and reasonably share their benefits, we considered the effects of flood regulation and the storage process of the upstream station as a cooperative risk benefit and used the least core method in cooperative games to establish a least core model of diversion risk benefit sharing under the conditions of the construction of cascade hydropower stations, in order to calculate the diversion risk benefit sharing quota. A case study shows that the sharing of the diversion system and the pumped storage hydropower station exhibited negative values due to the benefits from the water diversion and flood storage at the upstream station, which means that we need to compensate the upstream hydropower station. The sharing of expenses of all the three hydropower stations varied with the change of diversion standards.

Key words: construction diversion; risk benefit sharing; cooperative game; cascade hydropower station

在梯级水电站建设中,上游已建水库库容较大、调蓄能力较强时,往往会利用上游水电站的调蓄作用削减下游汛期施工导流流量。在这一过程中,上游运行水电站改变了其最优经济运行方式,减少了发电出力,对当地电网系统电力负荷组织产生了影响,此时电网调峰容量可能会转移至其他抽水蓄能电站或火电站等调峰电站。因此,有效地分配上游调蓄电站、下游水电站施工导流系统及调峰电站 3 个主体的风险,合理协调各方经济利益的要求,对充分发挥梯级水电站综合利用的整体效益、保证梯级水电站施工的统筹安排和有序开发具有重要意义。

收稿日期: 2013-10-09
基金项目: 国家自然科学基金(51279137, 51079115)
作者简介: 刘澍(1986—), 女, 湖北宜昌人, 博士研究生, 主要从事水利水电施工优化与决策研究。E-mail: amelielau@whu.edu.cn
通信作者: 胡志根, 教授。E-mail: zhigenhu@163.com

目前国内对于梯级水电站建设条件下主体风险效益分摊的研究主要为传统分摊法——按比例或影响因素分摊,如可获经济效益现值比例法、可分离费用-剩余效益比例分摊法(SCRIB)、熵权法^[1]、离差平方方法^[2]等。基于合作博弈论的 Shapely 值和 Nash 协商分摊以及基于委托代理理论效益分配模型逐渐成为该领域的研究热点^[3-6]。陈明千等^[7]对纳什-古诺均衡和贝叶斯博弈条件下的 Chatterjee-Samuelson 议价模型进行了研究,建立了流域梯级水库的水调决策模型。李金鹏等^[8]提出了补偿效益分摊的群体一致协调规划法,通过协调规划分摊模型确定各水电站的分摊比例。刘激等^[9]针对上游控泄水电站与下游水电站施工导流系统的利益冲突问题,建立了基于委托代理关系的激励参与约束下风险补偿模型。然而这些研究都侧重于梯级水电站建设下已建水电站之间的运行,就上游水电站调蓄对下游水电站施工导流系统的效益影响及如何有效分摊风险损失和效益没有深入探讨。

本文将合作博弈中一个重要概念——核心应用于梯级水电站建设条件下的施工导流风险效益分配研究,以上游调蓄电站、下游水电站施工导流系统和调峰电站3个利益主体为研究对象,定量评估梯级水电站建设条件下施工导流风险和效益,在同时满足个体与系统理性下,建立梯级水电站建设条件下的导流风险效益分摊最小核心模型,并求解出不同导流方案下的合理分摊额度,为研究梯级水电站建设条件下施工导流风险的协调和分配提供新方法。

1 上游水电站调蓄下的施工导流风险效益计算

为减小下游水电站汛期施工导流流量,上游水电站在不增加自身防洪风险的情况下对施工洪水进行临时调度,使下游水电站风险损失减小至合理范围内^[10]。在这一过程中,上游水电站改变其最优经济运行方式,影响电网运行负荷,致使电网调峰容量转移至其他调峰电站。因此,通过梯级水电站调节减小施工导流风险的行为必然会引起上游调蓄电站、下游施工导流系统和其他调峰电站风险效益的改变。

1.1 上游调蓄电站发电损失

在上游水电站坝高和总库容一定的条件下,一般通过2种方式来满足下游水电站施工导流防洪要求:一是降低上游水库防护标准;二是改变上游水库运行方式,降低汛期水位。第1种方式会使上游水电站承担的防护风险大大增加,在实际工程设计中运用较少,因此本文主要对第2种方式进行探讨。在枯水期施工时,在上游保证下游施工安全的前提下,有可能增大出库流量以增加发电量。但从整体运行方式来看,引入下游水电站施工导流约束,上游水电站最终发电效益将有所减小。上游水电站风险效益 C_i 计算公式为

$$C_i = \sum_{i=1}^N \int_{\Delta t} \xi p \eta (q_i - q_{imax}) \bar{H}_i dt \tag{1}$$

式中: N ——导流施工期内调蓄次数; Δt ——调蓄持续时间; ξ ——出力系数; p ——上网电价; η ——水轮机功率; q_i ——自然下泄流量; q_{imax} ——第*i*次调蓄最大控泄流量; $\bar{H}_i$ ——第*i*次调蓄的平均水头。

1.2 下游电站施工导流风险收益

施工导流风险收益是指与天然来(洪)水相比,上游水电站调蓄作用下零施工导流系统风险损失的减小。考虑河道具有一定的滞洪能力,风险损失不考虑下游淹没损失,只计算围堰基坑内的损失。每次溃堰风险损失 C_r 包括:围堰重建费、工程清淤费用、度汛缺口修复费和工期损失导致的推迟发电损失。风险损失的降低转化为下游施工导流系统获得的风险收益 B_p ,可表示为

$$B_p = \sum_{n=0}^k C_r(n) (1 + \theta)^{-n} [R(n) - R'(n)] \tag{2}$$

式中: k ——围堰运行的年限; θ ——风险损失折算成工程投资概算基准年的折现率; $R(n)$ ——无上游水电站调蓄下的导流风险率; $R'(n)$ ——上游水电站调蓄下的导流风险率。

1.3 电网调峰电站损益

为保证汛期下游水电站导流系统施工时电网负荷不受上游水电站调洪发电损失的影响,区域内的调峰电站会根据电网需求安排调度,按上游水库不同蓄水量来确定调峰幅度,保障电力系统安全稳定运行和连续可靠供电。以抽水蓄能电站为例,其在汛期施工导流阶段发生的损益主要包括:电力投资及运行费用折损 C_i 和电网填谷收益 B_i ,表示为

$$C_i = (I_i r + O_i + p_{in} Q_{in}) \frac{\Delta d}{365} \tag{3}$$

式中: I_i ——抽水蓄能电站初始投资成本; r ——年折旧系数; O_i ——抽水蓄能电站年运行成本; p_{in} ——电站蓄水时用电价格; Q_{in} ——电站蓄水时年用电量; Δd ——发电天数。

$$B_i = \sum_{j=1}^N [(\Delta W_i + W_i)p_f - W_i p_j] t_i$$

(4)

式中: ΔW_i ——第*i*次调蓄时区域电网发电量缺口; W_i ——基荷电量; p_f ——峰谷电价; p_j ——基荷电价; t_i ——第*i*次调峰持续时间。

2 风险效益分摊最小核心模型及其求解

2.1 合作博弈的最小核心模型

合作博弈的分摊是指在多个参与者共同使用某项资源时,将合作风险和收益按一定原则分配给各成员,最终得到各成员应该承担的风险效益^[11]。假定 $\Gamma(M, V)$ 为*m*人合作博弈模型,其中 $M = \{1, 2, \cdots, m\}$; $V(S)$ 为定义在*M*的一切子集(合作联盟*S*)上的特征函数,并满足:

$$\begin{cases} V(\varphi) = 0 \\ V \geq \sum_{l=1}^m V(\{l\}) \end{cases}$$

(5)

记*S*在*x*处的超出值为 $e(S, x) = V(S) - x(S)$,其中 $x = (x_1, x_2, \cdots, x_m)$ 为其中一种分摊方式。 $e(S, x)$ 可看成*S*对分摊*x*的满意程度, $e(S, x)$ 越大,*S*对分摊就越不满意。当 $S \neq \varphi$ 时, $x(S) = \sum x_l$;当 $S = \varphi$ 时, $x(S) = 0$ 。记广义分摊集 X^* 中元素*x*的集合 $C_\varepsilon = \{x: x \in X^*, e(S, x) \leq \varepsilon, S \subset M, S \neq \varphi, M\}$ 为 Γ 的强 ε 核心^[12-13]。当 ε_0 是使得 $C_\varepsilon \neq \varphi$ 的最小 ε 时,称 C_{ε_0} 为 Γ 的最小核心^[14]。

上游调蓄电站、下游水电站施工导流系统和调峰电站为合作联盟的3个成员,分别用1、2、3表示。令: $V(2, 3) = a_1$ 、 $V(1, 3) = a_2$ 、 $V(2, 1) = a_3$,其核心可以描述为

$$C_\varepsilon = \{ (x_1, x_2, x_3) \mid x_l \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 = V_m, x_1 + x_2 \geq a_3, x_1 + x_3 \geq a_2, x_2 + x_3 \geq a_1 \} =$$

$$\{ (x_1, x_2, x_3) \mid x_l \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 = V_m, x_l \leq V_m - a_l, l = 1, 2, 3 \}$$

(6)

从式(6)得出,当特征函数值 a_1 、 a_2 、 a_3 满足条件 $a_1 + a_2 + a_3 \leq 2V_m$ 时,核心 $C_\varepsilon \neq \varphi$,并存在多个分摊向量的解。若用边长为 V_m 正三角形表示该合作博弈对策的分摊集,核心将为图1中所示的阴影部分,其中 x_1 、 x_2 、 x_3 分别代表三角形上的点到三边的距离。核心分摊集的代数表达式为

$$X^* = \{ x_1, x_2, x_3 \mid x_l \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 = V_m \}$$

(7)

图1阴影显示,核心分摊集不是唯一的^[15]。存在最小数 ε_0 使上游水电站、下游水电站导流系统及调峰电站任何一方或两方独立于三方合作的风险效益与三方合作后分摊成本之差不大于该数,以保证结果分摊的公平性。 ε_0 对应的分摊解为 C_{ε_0} ,如图1所示。核心模型表示如下:

$$\begin{aligned} \min \varepsilon \\ \text{s. t. } \begin{cases} \sum_{l \in S} x_l \leq V(S) + \varepsilon & 1 < |S| < 3 \\ V(\{l\}) \leq x_l \leq V(3) - V(3 - \{l\}) \\ \sum_{l \in 3} x_l = V(3) \end{cases} \end{aligned}$$

(8)

模型对应的3个约束条件分别代表联盟理性、个体理性和集体理性^[16]。联盟理性表明在上游电站调蓄过程产生的合作联盟中,任何成员单独行动所得到的效益之和必然不大于成员联盟后的总效益,否则各方无意愿加入该合作联盟;个体理性确定成员分摊的区间,上限 $V(3) - V(3 - \{l\})$ 为成员加入三方联盟的边际效益,下限为成员单独行动的单个效益 $V(\{l\})$;集体理性表明成员分摊的效益之和应等于三方合作的效益总和 $V(3)$ 。

2.2 模型求解

核心模型(式(8))可转化为线性规划问题求解:

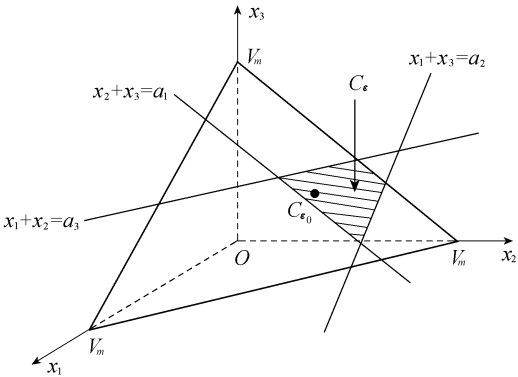


图1 最小核心模型的解

Fig. 1 Solution of least core model

$$\left\{\begin{array}{l}C_f + C_t - x_1 \leq \varepsilon \\ - \sum_{n=0}^k C_r(n) (1 + \theta)^{-n} R(n) - x_2 \leq \varepsilon \\ \sum_{i=1}^N W_i p_j \Delta t_i - x_3 \leq \varepsilon \\ \sum_{i=1}^N W_i p_j \Delta t_i - \sum_{n=0}^k C_r(n) (1 + \theta)^{-n} R(n) - (x_2 + x_3) \leq \varepsilon \\ B_p + B_t - C_t - C_f - (x_1 + x_3) \leq \varepsilon \\ B_p - C_f - C_t - (x_1 + x_2) \leq \varepsilon\end{array}\right. \quad (9)$$

同时满足集体合理性约束:

$$x_1 + x_2 + x_3 = B_p + B_t - C_t - C_f \quad (10)$$

计算得出最小核心公式为

$$C_{\varepsilon_0} = \{x: x_t = \frac{1}{3} \{V(a,b) + V(a,c) - 2V(b,c) + V(M)\}, a,b,c \in N \text{ 且互不相同} \} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 = & \frac{1}{3} \{V(\{1,2\}) + V(\{1,3\}) + V(\{2,3\}) - 2V(M)\} = \\ & \frac{1}{3} [\sum_{i=1}^N W_i p_j \Delta t_i - \sum_{n=0}^k C_r(n) (1 + \theta)^{-n} R(n) - B_t + C_t] \end{aligned} \quad (12)$$

3 实例分析

3.1 工程概况

某流域有已建水电站 A,总装机容量为 1 500 MW,多年平均年发电量为 20.37 亿 kW·h。下游 250 km 处有水电站 B 老化严重,存在安全隐患,需要重建。采用原大坝作为上游围堰、河床一次断流的导流方式。采用设计标准为 10 年一遇和 20 年一遇洪水设计的 2 种导流方案,施工总工期为 7 a。为保障下游导流防汛安全,拟采用调蓄能力较强的电站 A 进行控泄。该流域有抽水蓄能电站 C,利用水电站 A 作为上库,总装机容量为 300 MW,年抽水量约 17.65 亿 m³,可在水电站 A 对下游水电站导流系统进行洪水调蓄时担任电网调峰填谷任务。水电站 A、B 与抽水蓄能电站 C 属于同一业主,下游水电站施工导流设计流量不考虑区间洪水叠加作用。考虑调洪原则,结合上游电站出力运行规律以及电网吸纳能力,可计算出在遭遇各频率洪水时,各时段满足调洪要求的运行水位上限(表 1)。

3.2 施工导流风险效益分摊计算

为满足汛期上游水库防洪和控制下游水电站导流流量的要求,上游水电站 A 在 6 月汛期来临前将降低汛期水位,预留调洪库容。抽水蓄能电站 C 在 4—5 月将维持高水位运行,增加抽水量,以填补汛期发电量的缺口。效益指标如下:年平均抽水耗电量为 624 GW·h/a,年平均发电量为 481 GW·h/a,蓄水电价为 0.0011 元/(kW·h),基荷上网电价为 0.306 元/(kW·h),高峰上网电价为 0.405 元/(kW·h)。采用 10 年一遇洪水设计的导流标准为方案 1,20 年一遇洪水设计的导流标准为方案 2,不同调蓄方式下各导流方案风险效益如表 2 所示。

2 种导流方案的上游水电站、下游水电站导流系统和抽水蓄能水电站三方独立收益和任意组合获得的收益结果,见表 3。

表 1 上游电站汛期各时段汛限水位及最高调洪水位
Table 1 Control level and highest storage level at upstream hydropower station in flood season

时段	汛限水位/m	最高调洪水位/m
6 月上旬	409	413
6 月中旬	409	413
6 月下旬	409	413
7 月上旬	409	413
7 月中旬	409	413
7 月下旬	409	413
8 月上旬	411	413
8 月中旬	412	413
8 月下旬	413	413~416
9 月上旬	415	416
9 月中旬	415	416
9 月下旬	416	416

注:6 月上旬至 8 月中旬调度方式视水库水位、来水情况和发电要求确定,8 月下旬至 9 月下旬调度方式为控制上游水库下泄流量。

表 2 不同导流案风险效益计算结果

Table 2 Calculated results of risk benefits in various diversion schemes											万元
导流 方案	考虑上游调蓄				不考虑上游调蓄				导流系统 风险收益 B_p	上游 水电站 风险效益 C_f	抽水蓄能 电站风险 效益 B_1-C_1
	导流系统 风险损失	上游水库 发电损失	抽水蓄能电站损益		导流系统 风险损失	上游水库 发电损失	抽水蓄能电站损益				
			运行费 用折损	电网填 谷收益			运行费 用折损	电网填 谷收益			
1	3 317. 66	520. 75	11 345. 80	702. 45	3 647. 10	0	11 304. 55	0	329. 44	-520. 75	661. 20
2	1 952. 93	309. 40	11 345. 80	409. 50	3 230. 92	0	11 304. 55	0	1 277. 99	-309. 40	368. 25

表 3 不同导流方案下三方独立收益和任意组合收益计算结果

Table 3 Calculated results of individual and cooperative benefits in various diversion schemes								万元
导流方案	收益							
	{1}	{2}	{3}	{1,2}	{2,3}	{1,3}	{1,2,3}	
1	520. 75	-3 647. 10	2 171. 21	-191. 31	-1 475. 89	469. 89	469. 89	
2	309. 40	-3 230. 92	1 265. 73	968. 59	-1 965. 19	1 336. 84	1 336. 84	

根据式(9)~(11)可求得方案 1 中施工导流风险效益分摊结果为: $\varepsilon_0=-712.36,x_1=1\,233.42$ 万元, $x_2=-712.36$ 万元, $x_3=-51.16$ 万元,最小核心为 $C_{\varepsilon,-712.36}=\{x:x_1=1\,233.42,x_2=-712.36,x_3=-51.16\}$ 。方案 2 的分摊结果为: $\varepsilon_0=-777.81,x_1=2\,524.22$ 万元, $x_2=-777.81$ 万元, $x_3=-409.56$ 万元,最小核心为 $C_{\varepsilon,-777.81}=\{x:x_1=2\,524.22,x_2=-777.81,x_3=-409.56\}$ 。

3.3 结果分析

a. 方案 1 与方案 2 中下游水电站导流系统和抽水蓄能电站二者所得的风险效益均为负值,若将二者看成是单纯盈利性质的企业,显然不存在这样的合作,因为每个经济实体都以获得利润为最终目的。而实际水利水电工程除了经济效益外还承担着防洪、供水供电等一系列综合效益,因而服从整体利益而出现某种程度的非经济人行为属正常现象。因此,计算结果中的负值可解释为下游水电站施工导流系统和抽水蓄能电站由于受惠于上游水电站的调蓄作用需要支付给上游水电站的补偿和补助资金;上游水电站正值可解释为除了分摊到相应的合作风险效益外,还将获得相应的发电损失补偿。

b. 施工导流风险效益分摊结果显示,导流标准越高,上游调蓄电站分摊额度越大,下游水电站施工导流系统分摊(支付)的额度越小(越大),抽水蓄能电站分摊(支付)的额度越小(越大),因此,导流标准越高,下游水电站施工导流系统和抽水蓄能电站需要支付给上游电站的补偿额度应越大。

4 结 语

以水电站梯级建设为背景,将上游水电站的调蓄作用对下游水电站施工导流风险和调峰电站发电效益的影响看作一种三方合作的博弈行为,从利益主体的风险度、风险损失、发电损失等指标分别计量三方的风险效益。采用合作博弈理论构建上游水电站调蓄下的导流风险效益分摊核心模型,运用最小核心法分摊施工导流风险效益,将分摊问题转化为最小核心法线性方程组求解,克服了合作博弈惯有的建模繁琐缺陷。实例计算表明:不同的施工导流标准使分摊额度在梯级电站群与调峰电站之间转移,验证了分摊模型的公平性和合理性。该模型对解决水电站施工导流阶段电站群和电网临时调度之间的利益分配冲突,指导合作主体风险决策,促进电站群与调峰电站之间密切合作具有一定的借鉴意义。

参考文献:

[1] 高仕春,陶自成,阳蓉. 熵权法在梯级电站效益补偿分摊中的应用研究[J]. 水电能源科学,2007,25(4):120-122. (GAO Shichun,TAO Zicheng,YANG Rong. The study of entropy-weighting method on apportion the compensation benefit of cascaded hydropower stations[J]. Water Resources and Power,2007,25(4):120-122. (in Chinese))

[2] 赵麦换,徐晨光,黄强,等. 离差平方法在梯级水库补偿效益和综合水利工程费用分摊中的应用[J]. 水力发电学报,2004,23(6):1-4. (ZHAO Maihuan,XU Chenguang,HUANG Qiang,et al. Application of differential square method for sharing compensation benefits between cascade hydropower stations and for sharing costs between multipurpose water projects [J]. Journal of Hydroelectric Engineering,2004,23(6):1-4. (in Chinese))

[3] 艾学山,王先甲,范文涛. 基于 Shapley 值法的梯级水库收益分配研究[J]. 武汉理工大学学报,2008,30(5):79-81. (AI

- Xueshan, WANG Xianjia, FAN Wentao. Distribution of benefits from the united operation of cascade reservoirs by Shapley-value method[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2008, 30(5): 79-81. (in Chinese))
- [4] HINOJOSA M A, MARMAL A M, MONROY L. Generalized maximin solutions in multicriteria bargaining[J]. Annals of Operations Research, 2005, 137(1): 243-255.
- [5] LI Sujin, ZHANG Qiang. Simplified expression of the Shapley function for fuzzy game[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 196(1): 234-245.
- [6] TRUDEAU C. A new stable and more responsive cost sharing solution for minimum cost spanning tree problems[J]. Games and Economic Behavior, 2012, 75(1): 402-412.
- [7] 陈明千, 李嘉, 安瑞东. 基于纳什-古诺均衡和 Chatterjee-Samuelson 议价模型的梯级水库水调决策研究[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2009, 41(2): 42-47. (CHEN Mingqian, LI Jia, AN Ruidong. Study on the operation decision of cascade reservoirs based on Nash-Cournot equilibrium and Chatterjee-Samuelson bargaining model[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2009, 41(2): 42-47. (in Chinese))
- [8] 李金鹏, 王永祥, 郭朝晖, 等. 梯级电站补偿效益分摊的群体一致协调规划法[J]. 水电能源科学, 2010, 28(7): 138-141. (LI Jinpeng, WANG Yongxiang, GUO Zhaohui, et al. Group consistency coordinated programming method for allocating compensation benefits of cascaded hydropower stations[J]. Water Resources and Power, 2010, 28(7): 138-141. (in Chinese))
- [9] 刘激, 胡志根, 崔金铁, 等. 上游水电站控泄条件下的施工导流风险补偿研究[J]. 水利学报, 2013, 44(2): 243-252. (LIU Lian, HU Zhigen, CUI Jintie, et al. Risk compensation of construction diversion based on upstream flow control [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 44(2): 243-252. (in Chinese))
- [10] 张超, 胡志根, 刘全. 上游水电站控泄条件下施工导流风险分析[J]. 水利学报, 2012, 43(11): 1328-1333. (ZHANG Chao, HU Zhigen, LIU Quan. Risk analysis for construction diversion with discharge control of the upstream hydropower stations [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, 43(11): 1328-1333. (in Chinese))
- [11] BORKOTOKEY S. Cooperative games with fuzzy coalitions and fuzzy characteristics function[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2008, 159(2): 138-151.
- [12] GILLIES D B. Some theorems on n -person games[M]. Princeton: Princeton University Press, 1953.
- [13] SCHULZ A S, NELSON A U. Approximating the least core value and least core of cooperative games with supermodular costs [J]. Discrete Optimization, 2013, 10(2): 163-180.
- [14] MYERSON R. Virtual utility and the core for games with incomplete information[J]. Journal of Economic Theory, 2007, 136(1): 260-285.
- [15] MOULIN H, SHENKER S. Distributive and additive cost sharing of an homogeneous good[J]. Games and Economic Behavior, 1999, 27(2): 299-330.
- [16] TODA M. Axiomatization of the core of assignment games[J]. Games and Economic Behavior, 2005, 53(2): 248-261.