

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2015.01.005

# 充泥过程中土工织物管袋的受力和变形分析

陈亮<sup>1,2,3</sup>, 雷国辉<sup>1,2</sup>, 赵仲辉<sup>1,2</sup>

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098;  
2. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098; 3. 长江新能源开发有限公司, 上海 200001)

**摘要:** 为充分认识大型土工织物充泥管袋受力和变形的时变特性, 并为管袋设计提供计算依据, 采用无量纲化的方法, 推求土工织物管袋在充泥过程中, 从管袋顶部压力为零(即自由充填)到大于零(即通过泵压充填阶段)的拉力、变形形状以及充填高度随时间变化过程的解答。结果表明: 当采用密度为  $\rho$  的泥浆充填横截面周长为  $L$  的管袋时, 从自由充填到泵压充填的临界充填高度为  $0.1L$ , 单位长度充填体积为  $0.04L^2$ , 对应的管袋拉力为  $0.0025\rho gL^2$ ; 管袋在达到临界充填高度后, 需要持续增加泵压才能使其继续充填, 所需泵压与管袋拉力均随充填高度呈非线性快速增长。  
**关键词:** 土工织物管袋; 无量纲化方法; 管袋受力; 临界充填高度; 管袋变形形状  
**中图分类号:** TU447; TU531.7      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1000-1980(2015)01-0022-06

## Analysis of force and deformation of geosynthetic tube filling with slurry

CHEN Liang<sup>1,2,3</sup>, LEI Guohui<sup>1,2</sup>, ZHAO Zhonghui<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;  
2. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China;  
3. Yangtze New Energies Development Co. Ltd., Shanghai 200001, China)

**Abstract:** To understand the time-variant characteristics of force and deformation of large-size geosynthetic tubes filled with slurry and to provide a calculation basis for tube design, the tension, shape, and height of a geosynthetic tube during the filling process were calculated using the dimensionless method. Two working conditions during the filling process were considered: one was the free filling condition, under which the pressure at the top of the geosynthetic tube was zero, and the other was the pump filling condition, under which the pressure at the top of the geosynthetic tube was greater than zero. It was found that, when a geosynthetic tube with a perimeter of  $L$  was filled with slurry with a density of  $\rho$ , the critical filling height from the free filling condition to the pump filling condition is  $0.1L$ , the filling volume per unit length of the geosynthetic tube is  $0.04L^2$ , and the corresponding tension of the geosynthetic tube is  $0.0025\rho gL^2$ . After the critical filling height was reached, a continuous increase in the pump pressure was needed to maintain the filling process. Both the required pump pressure and the tension of the geosynthetic tube increase nonlinearly and rapidly with the filling height.

**Key words:** geosynthetic tube; dimensionless method; tube force; critical filling height; tube deformed shape

长条形土工织物管袋充泥筑堤、围埝及护岸技术在水利和海岸工程中得到越来越广泛的应用<sup>[1-6]</sup>, 该技术已成功应用于我国连云港<sup>[2]</sup>、黄骅港<sup>[7]</sup>和天津港<sup>[8-9]</sup>工程建设。在土工管袋设计中, 管袋的拉力和变形形状是需要考虑的重要因素<sup>[10]</sup>。针对土工管袋的受力和变形问题已经提出了一些相对简便实用的解析计算方法, 通常是将其假设为刚性水平地基上的平面应变问题, 忽略管袋的自重和拉伸变形, 在已知管袋横截面

周长和底部或顶部压力的条件下,通过平衡方程和几何约束条件,采用不同的数学方法或考虑不同的工况,求解管袋的拉力、充填高度和形状<sup>[10-22]</sup>。通过文献分析发现,管袋受力和变形问题的支配方程是非线性偏微分方程,管袋拉力将随充填过程中管袋的变形而非线性增长,而现有的解析计算方法主要给出了在特定泵压充填压力条件下管袋拉力和变形的解答,对于在充填过程中,充填压力随充填速率或充填时间变化情况下管袋拉力和变形变化规律的分析尚欠深入。为此,笔者针对刚性水平地基上的充泥土工织物管袋,采用 Plaut 等<sup>[13]</sup>运用无量纲化方法建立的特定泵压充填压力条件下的支配方程,考虑充填过程中充填压力随充填速率的变化,以及自由充填工况,推导了充填过程中管袋受力和变形的解析解答,分析管袋拉力和形状在充填过程的变化规律,并探讨不同管袋横截面周长情况下的合理充填体积或充填高度问题。

1 管袋的受力和变形解答

1.1 假设条件与控制方程

为推求刚性水平地基上充泥管袋的受力和变形解答,考虑问题的复杂性和求解难度,进行如下假设:(a)所研究问题为平面应变问题;(b)管袋不可拉伸、无弯曲刚度、不计自重,在充填过程中不透水;(c)管袋内部充填泥浆,且在充填过程中保持为液态;(d)管袋与泥浆、地基之间的摩擦力忽略不计。

建立坐标系如图 1 所示,坐标原点设置于管袋与地基接触和分离的临界点位置(图中  $H$  为管袋高度, $L$  为管袋横截面周长, $C$  为管袋与地基的接触长度, $S$  为管袋与地基非接触部分即自由变形部分的弧长, $\theta$  为管袋任意一点切线方向与  $X$  轴正向的夹角)。

如图 2 所示,取垂直于横截面的纵向单位长度管袋上任一微段做受力分析。图 2 中  $T$  为管袋横截面的周向拉力, $P_A$  为管袋上任一微段处所受内部泥浆压力,则  $P_A = P - \rho g Y$ , $P$  为管袋底部与地基接触部分受到的泥浆压力, $\rho$  为管袋内部充填泥浆的密度, $g$  为重力加速度。

根据受力平衡  $P_A dS = 2T \sin(d\theta/2) = T d\theta$ ,得

$$\frac{d\theta}{dS} = \frac{P - \rho g Y}{T} \tag{1}$$

另由几何关系可知管袋受力和变形的控制方程为

$$\frac{dX}{dS} = \cos\theta \tag{2}$$

$$\frac{dY}{dS} = \sin\theta \tag{3}$$

参考 Plaut 等<sup>[13]</sup>的方法,引入下列无量纲参数:

$$x = \frac{X}{L} \quad y = \frac{Y}{L} \quad s = \frac{S}{L} \quad p = \frac{P}{\rho g L} \quad \tau = \frac{T}{\rho g L^2} \quad c = \frac{C}{L} \quad v = \frac{V}{L^2} \quad h = \frac{H}{L} \tag{4}$$

式中: $p$ ——管袋底部压强的无量纲数; $\tau$ ——管袋周向拉力的无量纲数; $V$ ——垂直于管袋横截面方向即纵向单位长度管袋的体积。

控制方程(1)~(3)可转换为

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{p - y}{\tau} \tag{5}$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos\theta \tag{6}$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin\theta \tag{7}$$

值得注意的是,式(5)仅在  $p > y$  即  $P > \rho g Y$  时才有意义。由于管袋充填时  $Y$  的最大值为充填高度  $H$ ,因此

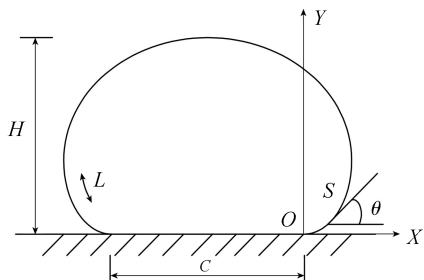


图 1 刚性水平地基上的管袋示意图  
Fig. 1 Sketch of a geosynthetic tube on rigid horizontal foundation

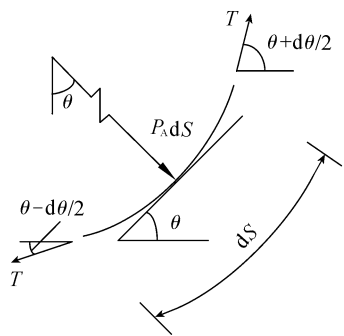


图 2 管袋任一微段的受力分析示意图  
Fig. 2 Force diagram of geosynthetic tube at an arbitrary infinitesimal segment

式(5)要求  $p > h$  即  $P > \rho g H$ , 这种工况对应于泵压充填即管袋顶部压力不为零的工况。而管袋在充填过程中, 初期将在泥浆自重作用下使其膨胀, 此时对应于自由充填即管袋顶部压力为零的工况, 式(5)及其现有的相应解答并不适用; 充填后期当管袋膨胀到一定高度后, 只有增加泵压即对应于管袋顶部压力不为零的工况, 才能使管袋继续充填和膨胀, 此时式(5)方才适用。为此, 以下将区分这 2 种工况分别对管袋的受力和变形进行求解。

1.2 管袋顶部压力不为零即泵压充填时解答

将管袋划分为足够小的微段, 求解式(5)~(7)可以得到任一微段的形状方程为

$$x_\beta = \tau \int_{\theta_\alpha}^{\theta_\beta} \frac{\cos\theta d\theta}{\sqrt{p^2 - 2\tau(\cos\theta_\alpha - \cos\theta)}} \tag{8}$$

$$y_\beta = p - \sqrt{p^2 - 2\tau(\cos\theta_\alpha - \cos\theta_\beta)} \tag{9}$$

$$s_\beta = \tau \int_{\theta_\alpha}^{\theta_\beta} \frac{d\theta}{\sqrt{p^2 - 2\tau(\cos\theta_\alpha - \cos\theta)}} \tag{10}$$

式中:  $\alpha, \beta$ ——各微段的始末端。

令式(9)中  $\theta_\alpha = 0, \theta_\beta = \pi$ , 此时的  $y$  值即为管袋高度  $h$ , 则

$$h = p - \sqrt{p^2 - 4\tau} \tag{11}$$

令式(8)中  $\theta_\alpha = 0, \theta_\beta = 2\pi$ , 此时  $x$  的绝对值为管袋底部与地基的接触长度  $c$ , 即

$$c = -\tau \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta d\theta}{\sqrt{p^2 - 2\tau(1 - \cos\theta)}} \tag{12}$$

由管袋的整体受力平衡, 即管袋底部与地基接触面上的法向压力与充填泥浆的重力相等, 可得  $\rho g V = PC$ , 则根据式(4)可得  $v = pc$ , 将式(12)代入后即可求出单位长度管袋的体积为

$$v = -p\tau \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta d\theta}{\sqrt{p^2 - 2\tau(1 - \cos\theta)}} \tag{13}$$

由图 1 可知, 当  $\theta_\alpha = 0, \theta_\beta = 2\pi$  时,  $s$  为管袋与地基非接触部分的弧长,  $c$  为管袋底部与地基接触部分的长度, 因此, 根据管袋周长的无量纲值为 1 可得此时  $s + c = 1$ 。将式(10)和式(12)代入后可得

$$\tau \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{p^2 - 2\tau(1 - \cos\theta)}} - \tau \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta d\theta}{\sqrt{p^2 - 2\tau(1 - \cos\theta)}} = 1 \tag{14}$$

设泥浆充填速率为  $q_t$ , 充填时间为  $t$ , 则  $V = q_t t$ , 由式(4)可得  $v = q_t t / L^2$ , 则由式(13)可得

$$-p\tau \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta d\theta}{\sqrt{p^2 - 2\tau(1 - \cos\theta)}} = \frac{q_t t}{L^2} \tag{15}$$

某一时刻  $t$ , 对于给定的管袋周长及  $q_t$ , 联立式(14)和(15)即可组成含有 2 个未知数  $p$  和  $\tau$  的方程组。求解此方程组即可得到  $p$  和  $\tau$ , 进而分别由式(11)~(13)可得到  $h, c, v$ 。将求得的  $p$  和  $\tau$  代入式(8)~(10)即可求得管袋在此充填时刻的形状。

1.3 管袋顶部压力为零即自由充填时解答

由式(11)可知, 只有当  $\tau < p^2/4$  时才可用式(14)和式(15)进行求解。对于充填初期管袋顶部压力为零的工况, 此时  $p = h$  即  $\tau = p^2/4$ , 管袋的受力和变形需另行求解。在这种状态下, 管袋为扁平状, 顶部基本水平, 横截面形状近似如图 3 所示。为简便起见, 假设管袋的形状为矩形, 根据管袋周长的无量纲数为 1 可知此时  $2h + 2c = 1$ , 即

$$h = 0.5 - c \tag{16}$$

由  $p = h$  可得

$$c = 0.5 - p \tag{17}$$

由  $v = pc$  可得

$$v = p(0.5 - p) \tag{18}$$

再由  $v = q_t t / L^2$  可得

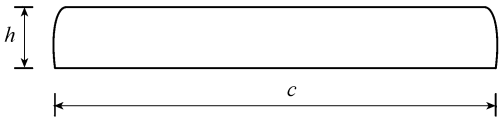


图 3 充填初期管袋的形状  
Fig. 3 Shape of geosynthetic tube at early stage of filling

$$p(0.5 - p) = \frac{q_t t}{L^2}$$

(19)

另外,根据式(20)可知,对于给定的管袋周长和充填速率,由式(19)可求出管袋顶部压力为零时任意充填时刻的  $p$ ,再由式(16)、式(17)和式(20)可求出对应的  $h$ 、 $c$  以及  $\tau$ 。

$$\tau = \frac{p^2}{4}$$

(20)

1.4 临界充填高度及求解方法

从管袋充填时刻  $t=0$  起,管袋高度逐渐增加,将分别经历管袋顶部压力为零即  $p=h$  阶段以及管袋顶部压力不为零即  $p>h$  阶段。定义管袋在泥浆充填过程中从  $h=p$  达到  $h<p$  时的  $h$  值为临界充填高度  $h_c$ 。笔者采用 Mathematica 软件来确定  $h_c$  值,方法如下:(a)假设某一  $p$  值,由式(14)求解  $\tau$ ;(b)若  $|\tau-p^2/4|/\tau > 10^{-4}$ ,则重新选取较小的  $p$  值,代入式(14)求解  $\tau$ ;(c)重复上述步骤直至  $|\tau-p^2/4|/\tau \leq 10^{-4}$ ,并记录  $p$  值。

计算结果如图 4 所示,可以看出:当  $p=0.1$  时,  $|\tau-p^2/4|/\tau=0.98\times 10^{-4}$ ,即式(14)与式(20)这 2 种求解管袋拉力方法的结果相对误差小于  $10^{-4}$ 。因此,此时的管袋高度即为临界高度,其无量纲值  $h_c=p=0.1$ ,由式(20)可知对应的管袋周向拉力的无量纲数  $\tau_c=0.0025$ ,由式(18)可知对应的管袋充填体积  $v_c=0.04$ ,由式(19)可求出给定管袋周长和充填速率下达到临界充填高度的充填时间  $t_c=0.04L^2/q_t$ 。

综上可知,当  $t \leq t_c$  时  $h=p$ ,管袋的受力和变形按 1.3 节的解答进行求解;当  $t > t_c$  时  $h < p$ ,管袋的受力和变形按 1.2 节的解答进行求解。将求得的无量纲解答  $v$ 、 $p$ 、 $t$ 、 $h$ 、 $c$  代入式(4)中,即可求出对应的有量纲的解答。

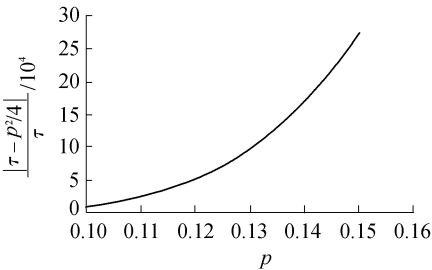


图 4  $\tau$ 与  $p^2/4$  的相对误差  
随底部压强的变化

Fig. 4 Variation curve of relative error between  $\tau$  and  $p^2/4$  against  $p$  during filling process

2 计算结果及分析

采用 Mathematica 软件进行求解计算。假定土粒相对密度  $G_s=2.65$ ,充填泥浆含水率  $w=190\%$ ,则袋内充填泥浆的饱和密度  $\rho_s=1273\text{ kg/m}^3$ ,假定泥浆充填速率  $q_t=0.145\text{ m}^3/\text{min}$ ,选取 2 种不同横截面周长的管袋  $L=8\text{ m}$  和  $L=10\text{ m}$ ,对其受力与变形情况进行对比分析。

2.1 充填过程中管袋的形状

充填过程中管袋的变形形状如图 5 所示。由图 5 可见,采用本文解答可以模拟充填过程中管袋的形状变化。充填初期,管袋为扁平状;充填后期,随着泥浆的持续充入,管袋最终将变为圆柱状(因为在相同的横截面周长情况下,圆形的横截面积最大)。然而,管袋从扁平状变化到圆柱状需要充填压力作为保障,即需要增加泵压才能实现。

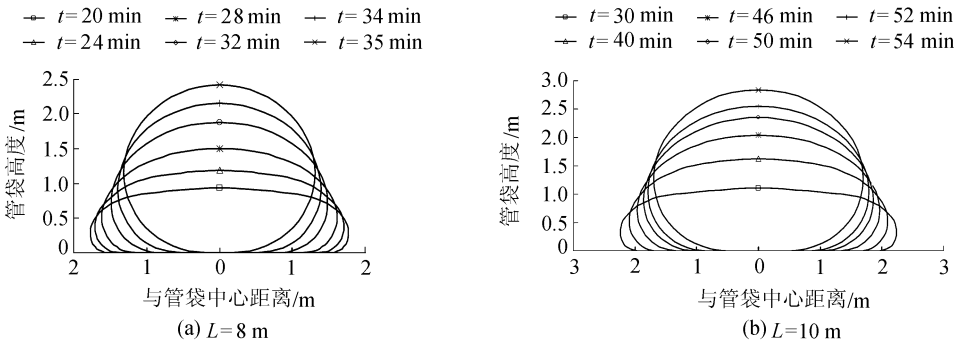


图 5 充填过程中管袋的形状

Fig. 5 Shape of geosynthetic tube during filling process

2.2 充填过程中管袋的受力和变形

图 6 所示为泥浆充填速率  $q_t=0.145\text{ m}^3/\text{min}$ 、管袋横截面周长为  $L=8\text{ m}$  和  $L=10\text{ m}$  时,充填过程中管袋

底部压力  $P$ 、管袋拉力  $T$ 、管袋底部与地基接触长度  $C$  以及管袋高度  $H$  随时间的变化过程。图中实心圆点代表  $p=h=0.1$  (即管袋达到其临界充填高度  $h_c$ ) 对应的值。

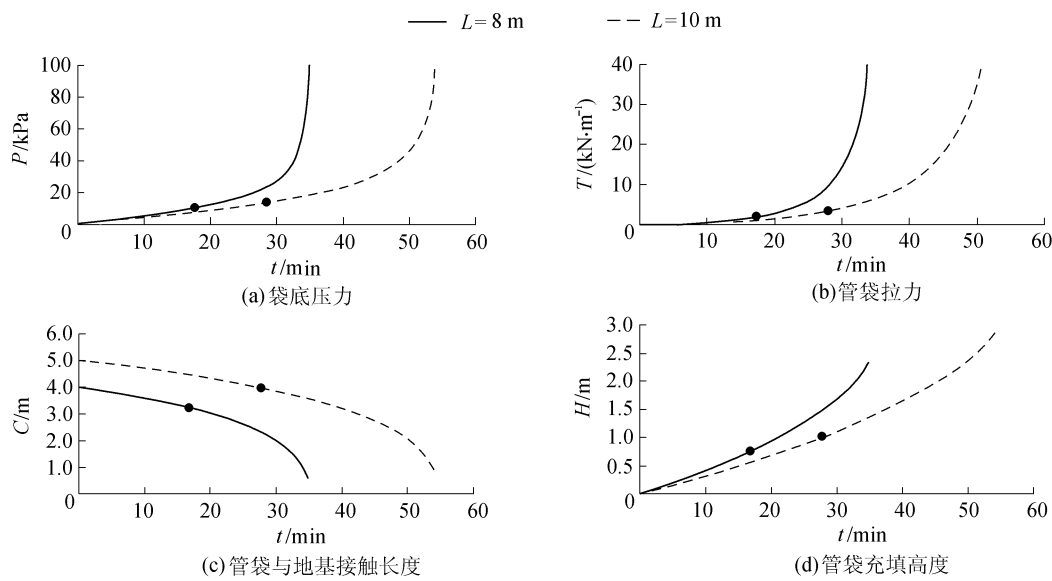


图6 充填过程中管袋的受力与变形

Fig. 6 Force and deformation of geosynthetic tube during filling process

从图6可以看出,管袋在达到临界高度前, $P$ 、 $H$ 、 $C$  基本都随着充填时间线性变化。而当管袋达到临界充填高度之后继续充填时,所需的  $P$  将随着充填时间非线性增长,增长速率迅速增大,但  $H$  的增长却相对缓慢。显然,在管袋达到临界高度后,只有大幅度增加泵压才能使管袋继续充填,但充填高度的增长却相对有限。

同时可以看出: $T$  在整个充填过程中都随着充填时间非线性增长,管袋在达到临界高度前  $T$  增长相对缓慢;当管袋达到临界高度后,继续充填则  $T$  将显著增大。不同的  $q_t$  及不同  $L$  的管袋均表现出与上述情况类似的变化特征。管袋材料选型时,可根据管袋拉力的计算值确定满足抗拉强度要求的土工织物材料。

由上述分析可知,在实际工程中通过增加泵压以增加充填体积将大幅度增加施工成本,而充填体积的增加却是有限的,性价比差。因此, $h_c$  可为管袋的设计提供参考。根据无量纲化方法确定的结果可知, $h=h_c=0.1$  (即  $H=0.1L$ ) 时,  $\tau=0.0025$ , 即  $T=0.0025\rho gL^2$ , 对应的  $v=0.04$ , 即  $V=0.04L^2$ 。

3 结 语

- a. 考虑充填速率和充填时间的作用影响,推导了管袋在整个充填过程中从自由充填到泵压充填情况下的拉力、充填高度、形状和体积的求解方法。
- b. 确定了从自由充填到泵压充填的临界充填高度为 0.1 倍的管袋周长  $L$ , 对应的管袋拉力为  $0.0025\rho gL^2$ , 单位长度充填体积为  $0.04L^2$ , 充填时间为  $0.04L^2/q_t$ 。
- c. 在自由充填阶段,管袋拉力增长缓慢。但在管袋充填达到临界充填高度之后需要显著增加泵压才能使管袋继续充填,而充填高度和充填体积的增加却不明显;充填高度和充填体积与充填压力之比显著减小,充填效率明显降低。

参考文献:

[1] 朱朝荣, 束一鸣, 姜俊红, 等. 管袋堤坝在水流作用下的稳定性模型试验[J]. 河海大学学报:自然科学版, 2008, 36(3): 333-336. (ZHU Chaorong, SHU Yiming, JIANG Junhong, et al. Experiment on the stability of geotube embankments in river current[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2008, 36(3): 333-336. (in Chinese))

[2] 范公俊, 贾延权, 王艳红. 几种围堰施工技术在连云港滩涂区的应用[J]. 水利水电科技进展, 2011, 31(1): 62-65. (FAN Gongjun, JIA Yanquan, WANG Yanhong. Application of several kinds of cofferdam construction techniques in tidal flat of Lianyungang[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2011, 31(1): 62-65. (in Chinese))

- [3] 杨智,袁磊,李森,等. 充泥管袋和模袋混凝土在堤防中的应用[J]. 水利水电科技进展, 2000, 20(2): 44-46. (YANG Zhi, YUAN Lei, LI Miao, et al. Application of sacked soil and fabric-wrapped concrete to dykes[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2000, 20(2): 44-46. (in Chinese))
- [4] CHU Jian, GUO Wei, YAN Shuwang. Geosynthetic tubes and geosynthetic mats: analyses and applications[J]. Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS & AGSSEA, 2011, 42(1): 56-65.
- [5] LAWSON C R. Geotextile containment for hydraulic and environmental engineering[J]. Geosynthetics International, 2008, 15(6): 384-427.
- [6] LEE E C, DOUGLAS R S. Geotextile tubes as submerged dykes for shoreline management in Malaysia[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2012, 30: 8-15.
- [7] 马燕. 大型充泥袋结构在黄骅港一期工程引堤工程中的应用[J]. 港工技术, 1999(4): 21-24. (MA Yan. Application of big filled bags to the approach embankment of phase one project, Huanghua Port[J]. Port Engineering Technology, 1999(4): 21-24. (in Chinese))
- [8] YAN Shuwang, CHU Jian. Construction of an offshore dike using slurry filled geotextile mats[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2010, 28(5): 422-433.
- [9] YEE T W, LAWSON C R, WANG Z Y, et al. Geotextile tube dewatering of contaminated sediments, Tianjin Eco-City, China[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2012, 31: 39-50.
- [10] LESHCHINSKY D, LESHCHINSKY O, LING H I, et al. Geosynthetic tubes for confining pressurized slurry: some design aspects[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1996, 122(8): 682-690.
- [11] 闫玥, 闫澍旺, 邱长林, 等. 土工织物充灌袋的设计计算方法研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 327-330. (YAN Yue, YAN Shuwang, QIU Changlin, et al. Design and calculation methods of geotextile tubes filled with soil slurry[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 327-330. (in Chinese))
- [12] 邱长林, 闫玥, 闫澍旺. 泥浆不均匀时土工织物充填袋特性[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(5): 760-763. (QIU Changlin, YAN Yue, YAN Shuwang. Behavior of geotextile bags filled with non-uniform silty slurry[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(5): 760-763. (in Chinese))
- [13] PLAUT R H, SUHERMAN S. Two-dimensional analysis of geosynthetic tubes[J]. Acta Mechanica, 1998, 129(3/4): 207-218.
- [14] KAZIMIEROWICZ K. Simple analysis of deformation of sand-sausages[C]//The International Geotextile Society. Proceedings of the 5th International Conference on Geotextiles. Geomembranes and Related Products. Singapore: Southeast Asian Chapter of the International Geotextile Society, 1994: 775-778.
- [15] NAMIAS V. Load-supporting fluid-filled cylindrical membranes[J]. Journal of Applied Mechanics, 1985, 52(4): 913-918.
- [16] WANG C Y, WATSON L T. The fluid-filled cylindrical membrane container[J]. Journal of Engineering Mathematics, 1981, 15(2): 81-88.
- [17] LIU G S, SILVESTER R. Sand sausages for beach defence work[C]//The Institution of Engineers, Australia. Proceedings of the 6th Australasian Hydraulics and Fluid Mechanics Conference. Australia. Perth: University of Western Australia, 1977: 340-343.
- [18] LIU Weichao, ZHANG Yiping, LI Tao, et al. Simulation of filling construction of permeable geosynthetic tubes[J]. Journal of Zhejiang University-Science A: Applied Physics & Engineering, 2010, 11(6): 425-431.
- [19] MALIK J, SYSALA S. Analysis of geosynthetic tubes filled with several liquids with different densities[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2011, 29(3): 249-256.
- [20] 刘伟超, 张仪萍, 杨艳, 等. 任意对称刚性地基上土工管袋充填形状和受力分析[J]. 浙江大学学报:工学版, 2011, 45(7): 1308-1313. (LIU Weichao, ZHANG Yiping, YANG Yan, et al. Shape and mechanical behavior of geotubes on rigid foundation with symmetry arbitrary shape[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2011, 45(7): 1308-1313. (in Chinese))
- [21] PLAUT R H, STEPHENS T C. Analysis of geotextile tubes containing slurry and consolidated material with frictional interface[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2012, 32: 38-43.
- [22] GUO Wei, CHU Jian, YAN Shuwang, et al. Geosynthetic mattress: analytical solution and verification[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2013, 37: 74-80.