

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2015.01.017

土壤非饱和区含水层对潮致地下水波动的影响

程博超¹, 罗照阳¹, 严佳伟¹, 孔俊^{1,2}

(1. 河海大学港口海岸与近海工程学院, 江苏 南京 210098;
2. 河海大学水文水资源及水利工程科学国家重点实验室, 江苏 南京 210098)

摘要: 针对滨海潜水层中存在的潮致地下水波动现象,以 Kong 等提出的新型 Boussinesq 方程为理论基础,通过摄动解析法剖析波动组成及函数表达,在此基础上分析土壤非饱和区含水层对潮致地下水波动的影响机制。结果表明:地下水波传入滨海潜水层后,主频波幅呈指数型衰减,且渗透系数越小波能衰减越快;在非线性的作用下,波动传播过程中将衍生出高频波,波能从低频波向高频波迁移;当土壤的非饱和持水性较强、土壤层非饱和区厚度较小、土壤孔隙率较小时,有利于潜水层内高频波的形成。

关键词: Boussinesq 方程;摄动解析法;土壤非饱和含水层;地下水波动
中图分类号: TV131.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2015)01-0090-05

Unsaturated zone aquifer's impact on tidally-induced groundwater fluctuations

CHENG Bochao¹, LUO Zhaoyang¹, YAN Jiawei¹, KONG Jun^{1,2}

(1. College of Harbor, Coastal and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Concerning the phenomenon of tidally-induced groundwater fluctuation in a coastal aquifer, based on the new Boussinesq equation derived by Kong et al., the function express and composition of the wave were analyzed using the perturbation method. Analytical research on the influence mechanism of a tidally-induced high-frequency groundwater wave affected by the unsaturated zone aquifer was conducted. The results indicate that, after the groundwater wave propagated into the coastal aquifer, the dominant frequency amplitude decreased exponentially, and the smaller the hydraulic conductivity was, the larger the decay rate of wave energy was. Besides, under the nonlinear effect, a high-frequency wave was generated during the wave propagation process, and the wave energy transformed from a low-frequency wave to a high-frequency wave. Numerical experiment results show that the increase of unsaturated water holding capacity, the decrease of thickness of the unsaturated zone, and the decrease of porosity of soil promote the formation of a high-frequency wave.

Key words: Boussinesq equation; perturbation method; unsaturated zone aquifer; groundwater fluctuation

目前,沿海地下水运动问题研究已成为国内外的热点课题之一^[1-2]。传统 Boussinesq 方程的理论研究^[3-5]均假定地下水自由面是饱和含水层和不含水层间的突变界面,实际上这一突变界面并不存在,而是存在一过渡区(又称毛细效应区)^[6]。Millham 等^[7]曾经指出,如果不考虑非饱和流的存在,会严重错估地下水水头的时空特征。为了进一步分析2种不同区域的相互影响,Parlange 等^[8]引入 Green 等的假定,在方程中添加了高阶项,提出考虑毛细效应的 Boussinesq 方程。Barry 等^[9]研究表明,在一般情况下对于长周期波(如潮波),紧邻饱和区上层的毛细效应作用不明显,但对高频波(波浪)来说,毛细效应的诱发作用较明显,在非饱

和区作用下高频波向潜水层传播时,向陆一侧衰减速度会有所减慢,位相偏移减小,传播距离更远。Li 等^[10-11]通过对高频波动的数值模拟证实了这一现象的存在并将修正项引入中等水深 Boussinesq 方程,扩展了其在描述高频波传播方面的适用范围。但上述研究考虑的毛细效应区仅仅是位于非饱和区与饱和区交界处较窄的一段饱和负压区,不能完全代表非饱和区的效用。为此,Kong 等^[12]针对上述不足,提出了一个在有限非饱和厚度区域内、综合考虑水平和垂向流的新型地下水波动控制方程。本文针对该方程通过摄动解析法剖析波动组成和波动的函数表达,进一步分析波动特征并对其影响因素展开分析。

1 控制方程

Kong 等^[12]基于 Richards 方程^[13],通过静压法和动压校正法推求的地下水 Boussinesq 方程可表述为

$$F n_e \frac{\partial h}{\partial t} = K_s \frac{\partial}{\partial x} \left(M h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} \right) \tag{1}$$

其中

$$F = 1 - e^{\alpha(h-Z_0)} \quad M = 1 + \frac{1}{\alpha h} [1 - e^{\alpha(h-Z_0)}]$$

$N = \frac{n_e}{\alpha^2} [2e^{\alpha(h-Z_0)} - 2 + \alpha(Z_0 - h)e^{\alpha(h-Z_0)} + \alpha(Z_0 - h)] + \frac{D^2}{3} n_e$

边界条件为

$$h(0,t) = D + A \cos(\omega t) \quad \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x \rightarrow \infty} = 0$$

式中: n_e ——土壤的有效孔隙率; h ——地下水水头高度; K_s ——土壤的渗透系数; α ——与土壤非饱和特性成反比的参数,反映土壤的含水特性; Z_0 ——土壤层顶面高度; D ——平均海平面以下的潜水层厚度; A ——地下水波动振幅; t ——时间; ω ——海潮波动频率。

2 解析解

针对上述方程,Kong 等^[12]通过小参数摄动法推求出方程的解析解,得到 1 阶主频波和 2 阶倍频波(弥散波)的解析表达形式,考虑到 1 阶主频波和 2 阶弥散波可基本反映潮波传入潜水层后的波动特征,本文重点分析这 2 个频率的波动特征和影响因素。1 阶主频波表述为

$$h_1 = e^{-x k_{us} F_1} \cos(\omega t - x k_{us} F_2) \tag{2}$$

2 阶弥散波的解析表达式为

$$h_2 = Y e^{-2k_{us} F_1 x} \cos(2\omega t - 2k_{us} F_2 x) - Y e^{-k_1^* x} \cos(2\omega t - k_1^* x) + \Gamma e^{-2k_{us} F_1 x} \sin(2\omega t - 2k_{us} F_2 x) - \Gamma e^{-k_1^* x} \sin(2\omega t - k_1^* x) + \frac{1}{4} \left(\frac{R_4}{R_2} - \frac{R_5 F_2 \omega}{R_2 F_1} \right) [1 - e^{-2F_1 k_{us} x}] \tag{3}$$

其中

$$F_1 = \frac{\sqrt{\frac{N_{us}}{\sqrt{1+N_{us}^2}} + \frac{N_{us}}{1+N_{us}^2}}}{\sqrt{\frac{N_{us}}{\sqrt{1+N_{us}^2}} - \frac{N_{us}}{1+N_{us}^2}}} \quad F_2 = \frac{\sqrt{\frac{N_{us}}{\sqrt{1+N_{us}^2}} - \frac{N_{us}}{1+N_{us}^2}}}{\sqrt{\frac{N_{us}}{\sqrt{1+N_{us}^2}} + \frac{N_{us}}{1+N_{us}^2}}} \quad k_{us} = \sqrt{\frac{R_1 \omega}{2R_2}} \quad N_{us} = \frac{R_2}{R_3 \omega}$$
$$Y = \frac{Q_1 Q_3 + Q_2 Q_4}{Q_1^2 + Q_2^2} \quad \Gamma = \frac{Q_2 Q_3 - Q_1 Q_4}{Q_1^2 + Q_2^2}$$
$$R_1 = n_e [1 - e^{\alpha(D-Z_0)}] \quad R_2 = K_s D + K_s \frac{1}{\alpha} [1 - e^{\alpha(D-Z_0)}]$$
$$R_3 = \frac{n_e}{\alpha^2} \left[2e^{\alpha(D-Z_0)} - 2 + \alpha(Z_0 - D)e^{\alpha(D-Z_0)} + \alpha Z_0 - \alpha D + \frac{D^2 \alpha^2}{3} \right]$$
$$R_4 = K_s D [1 - e^{\alpha(D-Z_0)}] \quad R_5 = \frac{n_e}{\alpha^2} [e^{\alpha(D-Z_0)} \alpha D + \alpha^2 D (Z_0 - D) e^{\alpha(D-Z_0)} - \alpha D] \quad R_6 = -n_e \alpha D e^{\alpha(D-Z_0)}$$
$$Q_1 = -8F_1 F_2 k_{us}^2 R_2 + 8\omega R_3 k_{us}^2 (F_2^2 - F_1^2) + 2\omega R_1 \quad Q_2 = 4k_{us}^2 (F_1^2 - F_2^2) R_2 - 16R_3 F_1 F_2 k_{us}^2 \omega$$
$$Q_3 = -\frac{1}{2} \omega R_6 + 2R_4 F_1 F_2 k_{us}^2 - R_5 \omega k_{us}^2 (F_2^2 - F_1^2) \quad Q_4 = 2R_5 F_1 F_2 k_{us}^2 \omega - R_4 k_{us}^2 (F_1^2 - F_2^2)$$
$$Q_5 = R_2 \Gamma - 2\omega R_3 Y \quad Q_6 = 2R_2 Y + 4R_3 \Gamma \omega \quad Q_7 = -2Y R_1 \omega \quad Q_8 = 2\Gamma R_1 \omega$$
$$k_1^* = \sqrt{\frac{2Q_5 Q_7 + Q_6 Q_8 + \sqrt{(2Q_5 Q_7 + Q_6 Q_8)^2 + (Q_6 Q_7 - 2Q_5 Q_8)^2}}{Q_6^2 + 4Q_5^2}}$$

$$k_2^* = \frac{Q_6Q_7 - 2Q_5Q_8}{\sqrt{(Q_6^2 + 4Q_5^2)[2Q_5Q_7 + Q_6Q_8 + \sqrt{(2Q_5Q_7 + Q_6Q_8)^2 + (Q_6Q_7 - 2Q_5Q_8)^2}]}}$$

3 波动特征及影响因素分析

由于土壤的非饱和效应,潮波自外海传入潜水层后运动特征发生了明显的改变,在传播过程中,波的振幅出现了一定的衰减,同时产生了高频波。本文基于上述1阶主频波和2阶解析表达形式,分析各阶组成波振幅沿程变化特征及其主要影响因素。

分别将 α 、 Z_0 、 K_s 、 n_e 作为研究变量,并对1阶主频波、2阶弥散波波动方程(式(2)、式(3))中各常量参数赋值,得到5种取值方案,进而利用数值模拟方法绘出各取值情况下主频波与弥散波的波幅曲线,从而分析各参数变量对波幅的影响机制。以下是方案的取值情况。方案1: $Z_0=5.5\text{ m}$, $K_s=4\times 10^{-5}\text{ m/s}$, $T=12\text{ h}$, $D=5\text{ m}$, $n_e=0.3$, α 为变量;方案2: $K_s=4\times 10^{-5}\text{ m/s}$, $T=12\text{ h}$, $D=5\text{ m}$, $n_e=0.3$, $\alpha=0.2$, Z_0 为变量;方案3: $K_s=4\times 10^{-5}\text{ m/s}$, $T=12\text{ h}$, $D=10\text{ m}$, $n_e=0.1$, $\alpha=0.2$, Z_0 为变量;方案4: $Z_0=5.5\text{ m}$, $K_s=4\times 10^{-5}\text{ m/s}$, $T=12\text{ h}$, $D=5\text{ m}$, $\alpha=0.2$, n_e 为变量;方案5: $Z_0=5.5\text{ m}$, $T=12\text{ h}$, $D=5\text{ m}$, $n_e=0.3$, $\alpha=0.2$, K_s 为变量。

3.1 α 对波幅的影响

α 是反映土壤非饱和和持水特征的参数,其与土壤的非饱和程度成反比,其值越小,土壤的非饱和和持水性越强。进一步结合已推求的解析解,对比不同 α 取值情况下各阶组成波振幅的沿程变化趋势,本文主要针对1阶主频波和2阶弥散波进行讨论。对于1阶主频波,沿程振幅呈指数型衰减。当 α 增大时,土壤的非饱和和持水特性减弱,非饱和和区持水能力降低,1阶主频波振幅的衰减速度加快,见图1(a)(其中A1、A2分别表示1阶主频波与2阶弥散波的波幅,下同)。对于2阶弥散波,沿程的振幅表现为先递增、后减小,反映了能量从低频波向高频波的迁移过程。当2阶弥散波从1阶主频波获得的能量大于其本身向3阶高频波的输出时,表现为其振幅不断增加;反之则表现为振幅不断减小。从图1(b)可以看出,当 α 取值越大时,2阶弥散波所能达到的最大振幅越临近海边界,同时振幅也越小。这是由于非饱和和区持水能力降低后增加了波动传播的阻尼效应,限制了2阶弥散波的成长;当 α 减小时这种趋势恰好相反,2阶弥散波成长距离变长,最大波幅增大,表明土壤的非饱和效应有利于让能量更多地从低频波向高频波转移,使高频波的毛细效应更加显著。

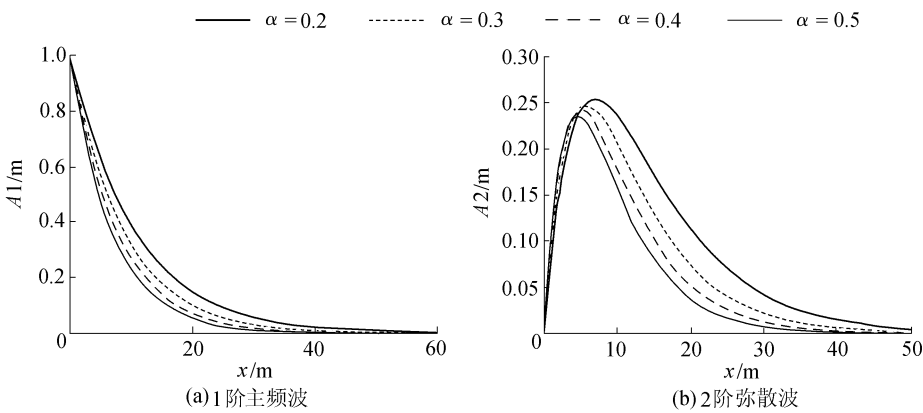


图1 α 对波幅的影响(方案1)

Fig. 1 Impact of α on amplitude in project 1

3.2 Z_0 对波幅的影响

Z_0 越大表明平均水面线高度以上的土壤层越厚。当保持外海潮汐振幅不变时,通过改变 Z_0 ,可分析不同非饱和和区厚度影响下1阶主频波和2阶弥散波的振幅沿程变化趋势。从图2(a)、图3(a)可见,1阶主频波的振幅呈指数型衰减特征。当非饱和和区厚度增大后,1阶主频波振幅沿程衰减速度变快。分析其原因在于随着潜水面上层土壤层厚度的增大,非饱和和区持水量也逐渐增大,上层非饱和和区与下层饱和和区之间垂向水量交换作用加强,由于土壤含水量与气压之间的关系,增厚的非饱和和区需要获取更多的水分得以维持,这就迫使1阶主频波在传播过程中不仅需要在水平方向输送水分,同时在垂向上还要不断补给非饱和和区,因而就促进了1阶主频波的能量衰减。此外从图2(b)、图3(b)可以看出,非饱和和区厚度增大后,2阶弥散波的成长

受限,其所能达到的最大振幅也有所减小。这表明,在保持土壤持水特性不变的情况下,非饱和区厚度加大后,由于 1 阶主频波波能衰减速度加快,部分能量用于维持非饱和区内水体的运动,限制了其本身能量向高频波的迁移,导致高频波的振幅呈现出减弱的趋势。

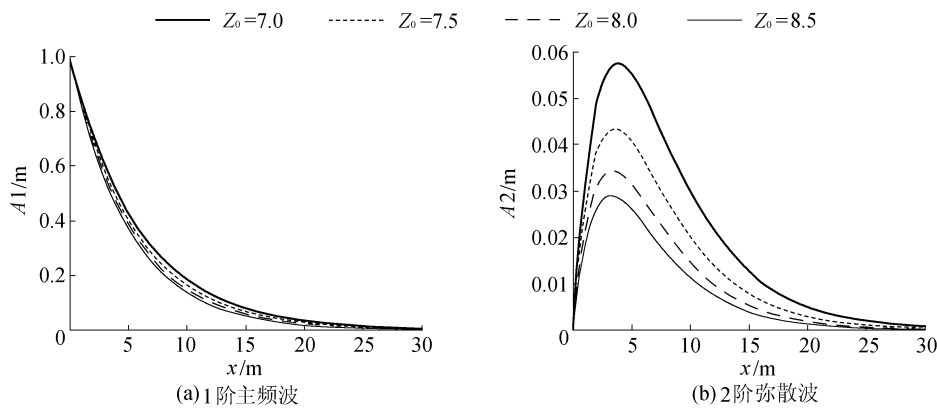


图 2 Z_0 对波幅的影响(方案 2)

Fig. 2 Impact of Z_0 on amplitude in project 2

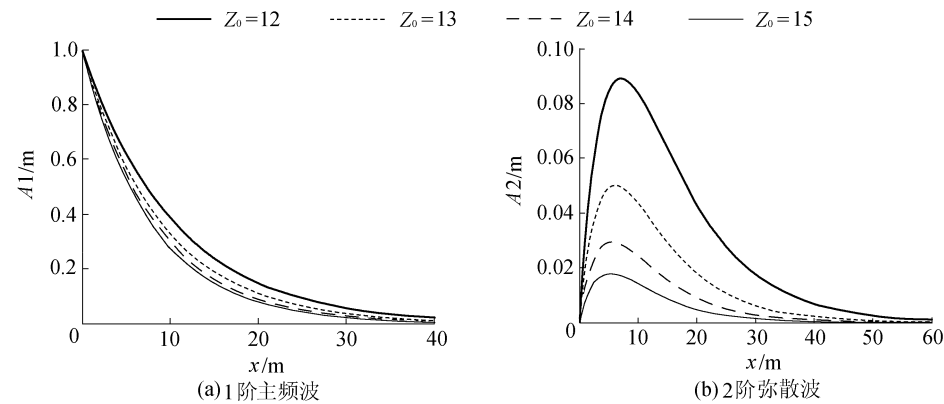


图 3 Z_0 对波幅的影响(方案 3)

Fig. 3 Impact of Z_0 on amplitude in project 3

3.3 n_e 对波幅的影响

从图 4 可见,考虑非饱和区存在时,随着 n_e 增大,1 阶主频波的振幅衰减速度增快,1 阶主频波能量转移到 2 阶弥散波的速度加快,则 2 阶弥散波达到最大的成长距离变短,所能达到的最大振幅减小。

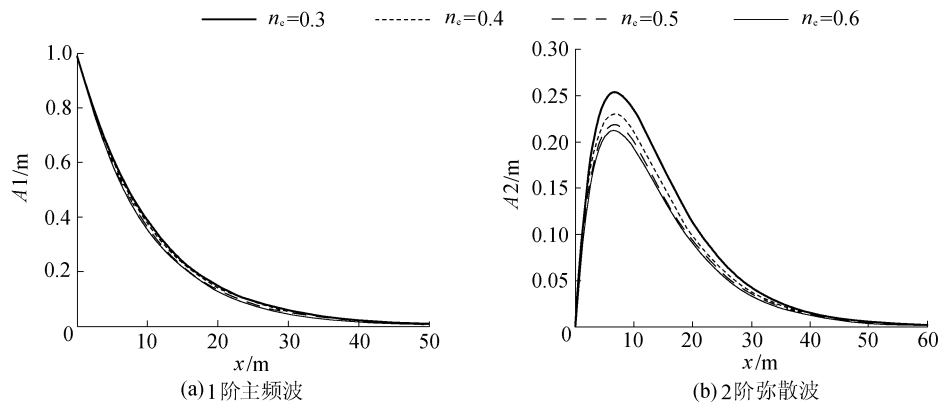


图 4 参数 n_e 对波幅的影响(方案 4)

Fig. 4 Impact of n_e on amplitude in project 4

3.4 K_s 对波幅的影响

K_s 越大,土壤的渗透性越强。从图 5 可见,当考虑土壤非饱和效应时,随着 K_s 增大,1 阶主频波的振幅

沿程衰减速率减慢。对于 2 阶弥散波,随着 K_s 增大,能量从 1 阶主频波转移到 2 阶弥散波的速度减慢,2 阶弥散波所能达到的最大振幅也变大。

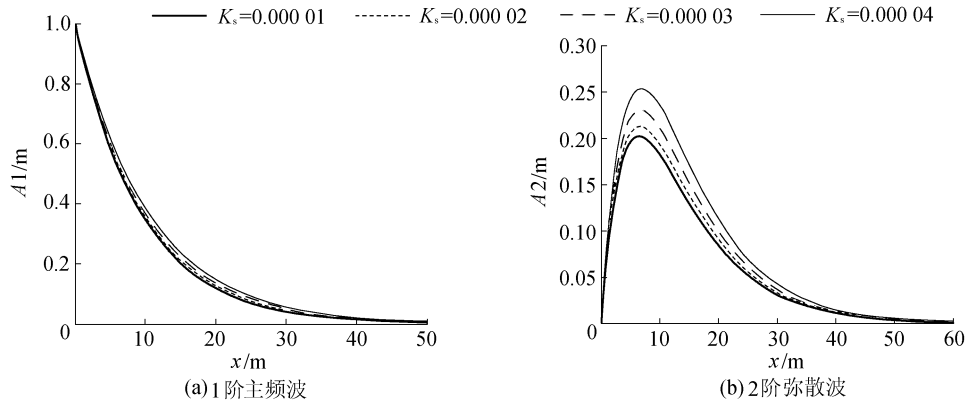


图 5 参数 K_s 对波幅的影响 (方案 5)
Fig. 5 Impact of K_s on amplitude in project 5

4 结 论

- a. 潜水层内 1 阶主频波的振幅沿程呈指数形式衰减;2 阶弥散波的振幅沿程变化特征为先增大、后减小,体现出能量从低频波向高频波迁移的过程。
- b. 各因素对比表明,非饱和区土壤持水能力越强,土壤渗透系数越大,越有利于高频波的产生和传播。
- c. 考虑到土壤层的非饱和持水效应,2 阶弥散波所能达到的最大振幅比不考虑土壤非饱和效应时大,说明考虑土壤非饱和效应时 2 阶弥散波所获得的能量较多。因此土壤的非饱和效应对于诱发非饱和区含水层内的高频波起到促进作用,而传统的地下水波动方程忽略了这一物理现象,导致对高阶倍频波的形成认识存在不足。
- d. Kong 等^[12]提出的新型地下水 Boussinesq 方程中,关于土壤含水量和土壤渗透性的参数指标过于单一,为进一步深入剖析不同土壤环境下的地下水波动特征,还需要对上述控制方程做进一步完善,以期更深入地认识潜水层内的水波运动理论。

参考文献:

[1] 陈吉余,陈沈良. 中国河口海岸面临的挑战[J]. 海洋地质动态,2002,18(1):1-5. (CHEN Jiyu, CHEN Shenliang. Estuarine and coastal challenges in China [J]. Marine Geology Letters, 2002, 18(1):1-5. (in Chinese))

[2] HORN D P. Beach groundwater dynamics[J]. Geomorphology, 2002, 48:121-146.

[3] NIELSEN P. Tidal dynamics of the water table in beaches[J]. Water Resource Research, 1990, 26(9):2127-2134.

[4] LI Ling, BARRY D A, PATTIARATCHI C B. Numerical modeling of tide-induced beach water table fluctuations[J]. Coastal Engineering, 1997, 30:105-123.

[5] PARLANGE J Y, STAGNITTI F, STARR J L, et al. Free-surface flow in porous media and periodic solution of the shallow-flow approximation[J]. Journal of Hydrology, 1984, 70:251-263.

[6] TURNER I. Water table outcropping on macro-tidal beaches: a simulation model[J]. Marine Geology, 1993, 115:227-238.

[7] MILLHAM N P, HOWES B L. A comparison of methods to determine K in a shallow coastal aquifer[J]. Ground Water, 1995, 33(1):49-57.

[8] PARLANGE J Y, BRUTSAERT W. A capillary correction for free surface flow of groundwater[J]. Water Resource Research, 1987, 23:805-808.

[9] BARRY D A, BARRY S J, PARLANGE J Y. Capillarity correction to periodic solutions of the shallow flow approximation[M]. Washington, D.C.: American Geophysical Union, 1996: 496-510.

[10] LI Ling, BARRY D A, PATTIARATCHI C B. Numerical modeling of tide-induced beach water table fluctuations[J]. Coastal Engineering, 1997, 30:105-123.

[11] LI Ling, BARRY D A, CUNNINGHAM C, et al. A two-dimensional analytical solution of ground-water responses to tidal loading in an estuary and ocean[J]. Advance of Water Resource, 2000, 23:825-833.

[12] KONG Jun, SHEN Chengji, XIN Pei, et al. Capillary effect on water table fluctuations in unconfined aquifers[J]. Water Resource Research, 2013, 49: 1-6

[13] GARDNER W R. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equations with application to evaporation from a water table[J]. Soil Science, 1958, 85(4): 228-232.