

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2014.02.010

建筑结构振动的一种常分数阶控制策略

秦飞马,周星德,张安乐,李勇直,王露健,张翔

(河海大学土木与交通学院,江苏 南京 210098)

摘要: 为了在实际控制中取得更优的效果,结构阻尼采用分数阶表示,以建筑结构为研究对象,设系统的阻尼为位移向量的 α 阶导数,提出一种变异阶次控制器的设计方法。具体过程为:首先,假设原运动方程中的阻尼项为系统位移向量的 β 阶导数,并对该运动方程进行控制器设计;其次,考虑控制对象为含 α 阶导数的运动方程,为达到控制目的,采取基于输出相同的处理方式;再次,根据第 3 代基准建筑物定义的性能指标,通过搜索的方式确定最优参数 β ,分数阶阶次在 0 和 2 之间均有阻尼效果,搜索范围为 $[0,2]$ 。仿真结果表明,存在不同于 α 的 β 值可获得更优的控制效果,同时,针对不同的性能指标,最优 β 的选取亦不同。最后,通过一个仿真实例说明该控制方法的可行性。

关键词: 建筑结构;常分数阶;运动方程;主动控制

中图分类号:TU311.3 文献标志码:A 文章编号:1000-1980(2014)02-0150-05

A constant fractional-order control strategy for building structure vibration

QIN Feima, ZHOU Xingde, ZHANG Anle, LI Yongzhi, WANG Lujian, ZHANG Xiang
(College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: In order to achieve a better control effect, the fractional-order was used to describe the damping force, which was supposed to be an α -order derivative of the displacement vector, and a variational-order controller design method was developed. The detailed process is as follows: First, it is assumed that the damping force in the original equation of motion is a β -order derivative of the displacement vector and the controller is designed according to this assumption. Second, considering the equation of motion that includes an α -order derivative as the control object, a control strategy based on systemic output is applied to ensure that the designed controller can be used for the original model. Third, the optimal parameter β is determined with the search method according to the third generation of the benchmark building control performance index. In this study, there was a damping effect when the fractional-order ranged from 0 to 2, and the search scope was between 0 to 2. The simulation results show that optimal parameters can be found to obtain a better control effect when β is different from α . Meanwhile, the selection of the optimal β varied with different performance indices. Finally, a simulation example verified the feasibility of the proposed control strategy.

Key words: building structure; constant fractional-order; equation of motion; active vibration control

近年来,分数阶微积分在工程领域方面的研究应用逐渐增多^[1-3],Mandelboort 首次指出自然界许多科学技术领域存在大量分数维这一事实^[4]。在控制领域,分数阶控制策略近几年取得了一些研究成果:针对最简单的 PID 控制器,先后提出了 PD $^\alpha$ 控制器、CRONE 控制器、PI $^\lambda$ D $^\mu$ 控制器等。有关分数阶系统控制的研究主要集中于 PID 单自由度控制系统^[5-7],包括分数阶控制系统的仿真^[8]、优化^[9]、新控制策略^[10]等,目前研究表明,采用简单的分数阶控制器可取得比整数阶控制器更优的动态特性和鲁棒性^[11-12]。

结构阻尼采用分数阶表示与实际更为吻合。控制器设计时,原系统为含 α 阶导数的振动系统,本文假设其分数阶阶次为 β ,为建立 β 阶导数系统和原 α 阶导数系统之间的联系,取两者的输出变量一致,并采用

输出控制策略使所设计的分数阶控制器能够应用于原模型。根据第3代基准建筑物定义的性能指标,通过搜索的方式确定最优 β 。分数阶阶次在0和2之间均有阻尼效果,初定搜索范围为 $[0,2]$ 。

1 控制器设计方法

设含分数阶 α 、阻尼为比例阻尼的建筑结构振动控制系统运动方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}[\mathbf{X}(t)]^{(\alpha)} + \mathbf{K}[\mathbf{X}(t)] = \mathbf{B}_s \mathbf{U}(t) + \mathbf{E}_s \mathbf{F}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ ——结构质量、阻尼和刚度矩阵,均为 $n \times n$ 维矩阵; $\mathbf{X}^{(\alpha)}$ ——位移向量的 α 阶微分(α 为小数或分数); $\mathbf{B}_s \in \mathbf{R}^{n \times p}$ ——作动器定位矩阵; $\mathbf{U}(t) \in \mathbf{R}^{p \times 1}$ ——作动器控制力向量; p ——作动器数; $\mathbf{E}_s \in \mathbf{R}^{n \times q}$ ——外部激励定位矩阵; $\mathbf{F}(t) \in \mathbf{R}^{q \times 1}$ ——外部激励向量; q ——外部激励数。

采用模态降阶法,设系统的前 r 阶模态为 Φ_r ,令 $\mathbf{X}(t) = \Phi_r \mathbf{X}_r(t)$,将其代入式(1),并左乘 Φ_r^T 的转置,得

$$\mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{X}}_r(t) + \mathbf{C}_r[\mathbf{X}_r(t)]^{(\alpha)} + \mathbf{K}_r \mathbf{X}_r(t) = \mathbf{B}_r \mathbf{U}(t) + \mathbf{E}_r \mathbf{F}(t) \quad (2)$$

其中 $\mathbf{M}_r = \Phi_r^T \mathbf{M} \Phi_r$ $\mathbf{C}_r = \Phi_r^T \mathbf{C} \Phi_r$ $\mathbf{K}_r = \Phi_r^T \mathbf{K} \Phi_r$ $\mathbf{B}_r = \Phi_r^T \mathbf{B}_s$ $\mathbf{E}_r = \Phi_r^T \mathbf{E}_s$

式(2)中包含 r 个单自由度系统,则 r 个单自由度系统可表示为

$$\mathbf{m}_{ri} \ddot{\mathbf{x}}_{ri}(t) + \mathbf{c}_{ri}[\mathbf{x}_{ri}(t)]^{(\alpha)} + \mathbf{k}_{ri}[\mathbf{x}_{ri}(t)] = \mathbf{v}_{ri}(t) \quad \mathbf{v}_{ri}(t) = \mathbf{B}_{ri} \mathbf{U}(t) + \mathbf{E}_{ri} \mathbf{F}(t) \quad (3)$$

其中 $\mathbf{m}_{ri} = \mathbf{M}_r(i, i)$ $\mathbf{c}_{ri} = \mathbf{C}_r(i, i)$ $\mathbf{k}_{ri} = \mathbf{K}_r(i, i)$

式中: $\mathbf{B}_{ri}$ —— $\mathbf{B}_r$ 的第 i 行元素矩阵; $\mathbf{E}_{ri}$ —— $\mathbf{E}_r$ 的第 i 行元素矩阵。

对式(3)进行 Laplace 变换,可得

$$G_i(s) = \frac{\mathbf{X}_{ri}(s)}{\mathbf{V}_{ri}(s)} = \frac{1}{\mathbf{m}_{ri}s^2 + \mathbf{c}_{ri}s^{(\alpha)} + \mathbf{k}_{ri}} \quad (i = 1, 2, \dots, r) \quad (4)$$

式中: $G_i(s)$ ——整个系统中输入为 v_{ri} 、输出为 x_{ri} 的第 i 个单自由度系统的传递函数。

本文采用 Oustaloup 提出的算法对 $s^{(\alpha)}$ 进行整数阶近似,假设拟合频率段为 (ω_l, ω_h) ,则可构造如下滤波器的传递函数:

$$G_f(s) = K_f \prod_{j=-N}^N \frac{s + \omega'_j}{s + \omega_j} \quad (5)$$

式中 K_f, ω_j, ω'_j 的表达式见文献[7]。

用式(5)的 $G_f(s)$ 代替式(4)中的 $s^{(\alpha)}$,则传递函数 $G_i(s)$ 可近似为

$$\bar{G}_i(s) = \frac{s^{m_i} + a_1 s^{m_i-1} + \dots + a_{m_i-1} s + a_{m_i}}{s^{n_i} + b_1 s^{n_i-1} + \dots + b_{n_i-1} s + b_{n_i}} \quad (i = 1, 2, \dots, r) \quad (6)$$

式中 m_i, n_i 均为正整数,且 $m_i < n_i$ 。

将式(6)转化为状态方程:

$$\dot{\mathbf{z}}_{ri}(t) = \bar{\mathbf{A}}_{ri} \mathbf{z}_{ri}(t) + \bar{\mathbf{B}}_{ri} \mathbf{v}_{ri}(t) \quad \mathbf{x}_{ri}(t) = \mathbf{C}_{ri} \mathbf{z}_{ri}(t) \quad (i = 1, 2, \dots, r) \quad (7)$$

式中 $\mathbf{z}_{ri} \in \mathbf{R}^{n_i \times 1}$, $\bar{\mathbf{A}}_{ri} \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$, $\bar{\mathbf{B}}_{ri} \in \mathbf{R}^{n_i \times 1}$, $\mathbf{C}_{ri} \in \mathbf{R}^{1 \times n_i}$ 均为转换过程中产生的矩阵。

把 $\mathbf{v}_{ri}(t) = \mathbf{B}_{ri} \mathbf{U}(t) + \mathbf{E}_{ri} \mathbf{F}(t)$ 代入式(7),可得

$$\dot{\mathbf{z}}_{ri}(t) = \bar{\mathbf{A}}_{ri} \mathbf{z}_{ri}(t) + \bar{\mathbf{B}}_{ri} \mathbf{U}(t) + \bar{\mathbf{E}}_{ri} \mathbf{F}(t) \quad \mathbf{x}_{ri}(t) = \bar{\mathbf{C}}_{ri} \mathbf{z}_{ri}(t) \quad (i = 1, 2, \dots, r) \quad (8)$$

其中 $\bar{\mathbf{B}}_{ri} = \bar{\mathbf{B}}_{ri} \mathbf{B}_{ri}$ $\bar{\mathbf{E}}_{ri} = \bar{\mathbf{B}}_{ri} \mathbf{E}_{ri}$

将式(8)组装为整体状态方程:

$$\dot{\bar{\mathbf{Z}}}(t) = \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{Z}}(t) + \bar{\mathbf{B}} \mathbf{U}(t) + \bar{\mathbf{E}} \mathbf{F}(t) \quad \mathbf{X}_r(t) = \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{Z}}(t) \quad (9)$$

其中 $\bar{\mathbf{A}} = [\bar{\mathbf{A}}_1, \dots, \bar{\mathbf{A}}_{nr}]^T$ $\bar{\mathbf{Z}} = [\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_{nr}]^T$ $\bar{\mathbf{B}} = [\bar{\mathbf{B}}_1, \dots, \bar{\mathbf{B}}_{nr}]^T$

$$\bar{\mathbf{E}} = [\bar{\mathbf{E}}_1, \dots, \bar{\mathbf{E}}_{nr}]^T \quad \mathbf{X}_r = [\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_{nr}]^T$$

设观测输出方程为 $\bar{\mathbf{Y}}(t) = \bar{\mathbf{H}} \mathbf{X}_r(t)$,考虑到 $\mathbf{X}(t) = \Phi_r \mathbf{X}_r(t)$,则

$$\bar{\mathbf{Y}}(t) = \bar{\mathbf{H}} \mathbf{X}_r(t) \quad (10)$$

其中

$$\bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{H}} \Phi_r$$

联立式(9)(10),可得

$$\dot{\bar{\mathbf{Z}}}(t) = \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{Z}}(t) + \bar{\mathbf{B}} \mathbf{U}(t) + \bar{\mathbf{E}} \mathbf{F}(t) \quad \bar{\mathbf{Y}}(t) = \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{Z}}(t) \quad (11)$$

其中
$$H = \overline{H}C$$

为了测试其他阶次分数阶控制器在原 α 阶导数系统上的控制效果,假设结构阻尼与位移向量的 β 阶导数成正比,系统的运动方程可表示为

$$M\ddot{\tilde{X}}(t) + C[\tilde{X}(t)]^{(\beta)} + K[\tilde{X}(t)] = B_s U(t) + E_s F(t) \tag{12}$$

与上述方法相同,将分数阶进行整数阶近似以及组装为整体状态方程后,得

$$\dot{\tilde{Z}}(t) = \tilde{A}\tilde{Z}(t) + \tilde{B}U(t) + \tilde{E}F(t) \quad \tilde{Y}(t) = H\tilde{Z}(t) \tag{13}$$

为保证该分数阶系统控制器能够应用到原 α 阶系统,本文采用基于系统输出的控制策略,选择控制输出矩阵使得 $\bar{Y}(t) = \tilde{Y}(t)$ 。

定义性能指标为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\tilde{Z}^T(t) Q \tilde{Z}(t) + U^T(t) R U(t)) dt \tag{14}$$

式中: Q, R ——权矩阵。

通过极小化性能指标可得控制力为

$$U(t) = -R^{-1} \tilde{B}^T P H^{-1} \tilde{Y}(t) \tag{15}$$

矩阵 $\bar{P}$ 为满足下列 Riccati 方程的解

$$-\tilde{A}^T \bar{P} - \bar{P} \tilde{A} + \bar{P} \tilde{B} R^{-1} \tilde{B}^T \bar{P} - H^T \bar{Q} H = 0 \tag{16}$$

结合实际情况,假设每个作动器最大控制力为 $u_{\max}$, 则

$$U(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)]^T \tag{17}$$

其中

$$u_i(t) = \begin{cases} u_i(t) & u_i(t) < u_{\max} \\ u_{\max} & u_i(t) \geq u_{\max} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, p)$$

为了将该控制器应用到原 α 阶导数系统,结合式(17)将控制力 $U(t)$ 代入原系统状态方程,则整体状态方程可化为

$$\dot{\bar{Z}}(t) = \bar{A}\bar{Z}(t) + \bar{E}F(t) \quad \bar{Y}(t) = H\bar{Z}(t) \tag{18}$$

其中

$$A = \bar{A} - \bar{B}G\bar{C}$$

为了验证该控制器的控制效果,本文选取了第3代基准建筑物中的2个控制指标:

$$\begin{cases} J_1 = \max \left\{ \frac{\max_{t,i} \left(\left| \frac{d_i(t)}{h_i} \right| \right)}{\delta_{\max}} \right\} \\ J_2 = \max \left\{ \frac{\max_{t,l} \|f_l(t)\|}{W} \right\} \end{cases} \tag{19}$$

式中: $d_i(t)$ 、 h_i ——第 i 楼层的层间位移和层间高度; $\delta_{\max}$ ——未控时的最大层间位移比; $f_l(t)$ ——第 l 个作动器出力的时程曲线上的所有值; $\|f_l(t)\|$ ——时程曲线上所有值的范数; W ——地面以上建筑物(即不包含地下室)振动时的质量。

控制指标 J_1 和 J_2 的值随 β 而变化,结合变化曲线可以求出控制指标的最优值。

2 仿真分析

本文以5层剪切型框架结构作为研究对象(图1),在楼层一、二布置作动器。初始处于静止状态,外部激励为水平方向的地震荷载,选择 Elcentro 波作为水平方向激励,结构阻尼比为0.02;各楼层的质量均为320t,刚度为43 MN/m。采用分数阶微分滤波器近似时,考虑到建筑结构的特点,选择的拟合频率段为(0.001,100) rad/s, $N=2$,取滤波器的阶次为 $2N+1$,即滤波器的

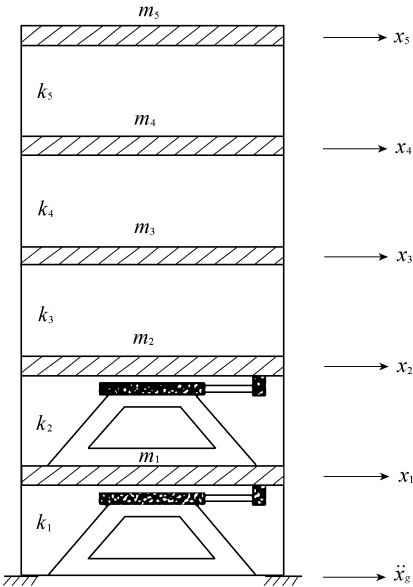


图1 5层框架结构

Fig. 1 Five-story frame structure

阶次为 5。选择分数阶 α 为 0.8,表示阻尼力与位移的 0.8 阶导数成正比。在控制器设计中, β 在 $[0,2]$ 区间内进行变化,式(14)定义的性能指标中权矩阵选择为: $\mathbf{Q}$ 为 21 维对角矩阵,其对角线上的元素均为 1×10^7 , $\mathbf{R}$ 为 2×2 阶对角矩阵,其对角线上的元素均为 1.3。

通过改变 β 值得到 β 与 J_1 和 J_2 的关系如图 2 所示。对于图 2 中的控制指标 J_1 和 J_2 可分别取得不同的 β 值达到最佳控制效果,以图 1 为例,当 β 取 0.8 时等同于传统分数阶控制模型,此时 $J_1=0.098$,当取最佳控制效果时, $\beta=0.75$, $J_1=0.051$,由此可以看出,本文设计的变异阶次控制器比传统的分数阶控制具有更好的控制效果。

以第 4 楼层为例,控制效果见图 3,第一作动器控制力时程曲线见图 4。

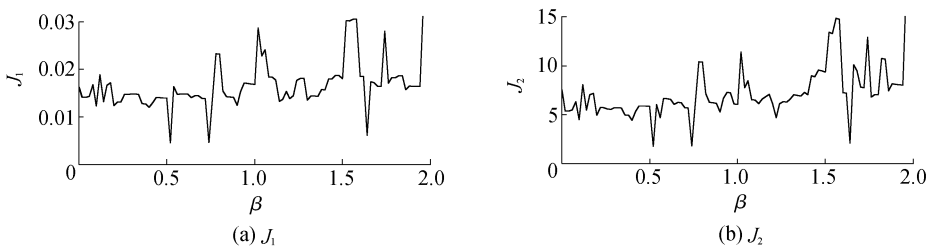


图 2 控制指标随分数阶次 β 的变化曲线
Fig. 2 Variation of control effect indicator with fractional-order β

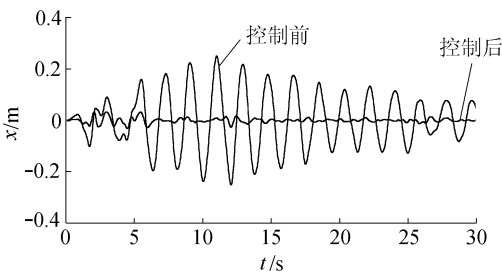


图 3 第 4 楼层位移响应控制效果
Fig. 3 Control effect of displacement response of fourth story

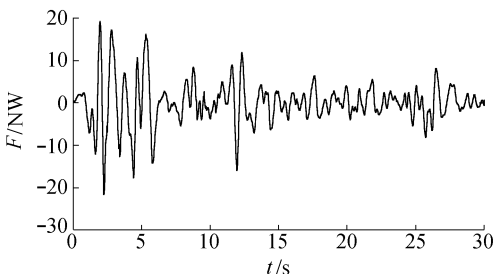


图 4 第 1 作动器控制力时程曲线
Fig. 4 Time-history curve of control force of first controller

3 结 论

本文提出了一种变异阶次控制器设计方法,针对原 α 阶导数系统,通过搜索的方式来确定最优参数 β ,从图 3 和图 4 可以看出,本文提出的控制方法的控制效果较好,仿真结果表明,在 0 到 2 范围内,存在不同于 α 的 β 值可获得更优的控制效果,同时,针对不同的性能指标,最优 β 的选取亦不同,说明本文所提出的方法是有效的。

参考文献:

[1] JIA Jiuhong, SHEN Xiaoyao, HUA Hongxing. Viscoelastic behavior analysis and application of the fractional derivative maxwell model[J]. Journal of Vibration and Control, 2007, 13(4) : 385-401.

[2] SHOKOOH A, SUAREZ L. A comparison of numerical methods applied to a fractional model of damping materials[J]. Journal of Vibration and Control, 1999, 5(3) : 331-354.

[3] BARBOSA R S, MACHADO J A T. Describing function analysis of systems with impacts and backlash[J]. Nonlinear Dynamics, 2002, 29(1/4) : 235-250.

[4] SETAREH M. Use of the doubly-tuned mass dampers for passive vibration control[J]. J Struct Engrg, ASCE, 1992, 118: 12-21.

[5] HAMAMCI S E. Stabilization using fractional-order PI and PID controllers[J]. Nonlinear Dynamics, 2008, 51(2) : 329-343.

[6] 梁涛年, 陈建军. 时滞系统分数阶 $PI^{\alpha}D^{\mu}$ 鲁棒控制[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(3) : 357-361. (LIANG Taonian, CHEN Jianjun. Fractional order $PI^{\alpha}D^{\mu}$ robust control for time delay system[J]. Jourual of Vibration, Measu, 2011, 31(3) : 357-361. (in Chinese))

[7] OUSTALOP A, LEVRON F, Mathieu B. Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis[J].

IEEE Transaction on Circuit and Systems-I:Fundamental Theory and Application,2000,47(1):25-39.

[8] CAI X,LIU F W. Numerical simulation of the fractional order control system[J]. Journal of Applied Mathematics and Computing,2007,23(1/2):229-241.

[9] CAO J Y,CAO B G. Design of fractional order controller based on particle swarm optimization[J]. International Journal of Control,Automation and Systems,2006,4(6):775-781.

[10] WEI L. Global existence theory and chaos control of fractional differential equations [J]. J Math Anal Appl,2007,33(2): 709-726.

[11] LI L,YU F J,LIU X D. Feedback control of fractional nonlinear differential algebraic systems with Hamiltonian function method [J]. Applied Mathematics and Computation,2008,197:904-913.

[12] 周星德,姜冬菊. 结构振动主动控制[M]. 北京:科学出版社,2009:92-107.

· 简讯 ·

河海大学新增2个江苏高校协同创新中心

2014年3月18日,江苏省政府办公厅公布了第2批30个江苏高校协同创新中心名单,河海大学申报的“重大基础设施安全保障协同创新中心”、“‘世界水谷’与水生态文明协同创新中心”获准立项建设。“重大基础设施安全保障协同创新中心”和“‘世界水谷’与水生态文明协同创新中心”均由河海大学牵头,分别以力学与材料学科和管理学科为牵头学科,与有关高校、科研院所和大型国有企业等共同组建。2个中心将以“国家急需、服务江苏、世界一流”为宗旨,瞄准国家经济建设与社会发展的重大战略需求,构建汇聚优势学科、人才队伍、基地平台的协同创新体系,开展重大科技问题研究,获得支撑国家、行业、区域发展的重大创新成果,将中心建设成为重大基础设施安全保障领域和水生态文明领域的战略策源地、高层次创新人才聚集区和高新科技产业培育区。建设一批江苏高校协同创新中心,是江苏省委、省政府关于创新驱动发展的决策部署之一,旨在深入贯彻落实科学发展观,促进高等教育与科技、经济、文化的有机结合,提升高校创新能力,支撑创新型省份和人力资源强省建设。目前,获准立项建设的江苏高校协同创新中心共有59个,河海大学有4个;河海大学第1批入选的是“水安全与水科学协同创新中心”和“沿海开发与保护协同创新中心”。

(本刊编辑部供稿)