

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2014.03.012

基于缝端损伤区域的混凝土材料Ⅱ型裂缝扩展角研究

陈殿华,王向东,邵兵

(河海大学力学与材料学院,江苏南京 210098)

摘要:根据Ⅰ型裂缝和Ⅱ型裂缝在损伤与断裂耦合方面的联系,基于Ⅰ型裂缝的损伤方程推导出更适用于Ⅱ型裂缝的损伤演化方程,得到损伤区域的计算方法。通过损伤梯度研究Ⅱ型裂缝从损伤至开裂阶段裂缝发展方向的变化规律,最终得到Ⅱ型裂缝的扩展角是 79° 。将该扩展角与经典判据得到的扩展角进行对比,结果表明该方法可行的。

关键词:混凝土;Ⅱ型裂缝;损伤区域;断裂;扩展角

中图分类号:TU528.01 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-1980(2014)03-0246-04

Study of propagation angle of mode Ⅱ crack of concrete material based on damage area at crack tip

CHEN Dianhua, WANG Xiangdong, SHAO Bing

(College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: According to research on mode I and mode II crack damage coupled with fractures, a damage evolution equation that is more suitable for mode II cracks was established based on the damage equation of a mode I crack. Then, the calculation method for the damage area was obtained. The variation of the direction in which the crack developed was studied using the damage gradient, over a period ranging from damage to cracking of the mode II crack. Finally, the propagation angle of the mode II crack was determined to be 79° . This propagation angle was compared with that obtained by the classic criterion. The results show that the method used in this study is feasible.

Key words: concrete; mode II crack; damage area; fracture; propagation angle

由于混凝土是由水泥、砂、骨料、水等材料组成的复合材料,所以在实际工程中混凝土结构难免会出现裂缝。为了确保混凝土结构的安全,裂缝的稳定性分析和扩展规律的研究是工程界普遍关心的问题^[1-2]。

实验表明,混凝土结构缝端存在微裂纹区,称为损伤区域。随着外界因素的作用,损伤区域不断演化发展,导致裂缝向损伤区域内扩展,因此裂缝缝端损伤场及变化规律与裂缝扩展密切相关^[3-4]。目前,对于单一型裂缝的损伤方程、损伤场计算等研究成果较多^[5-6]。对于Ⅰ型、Ⅱ型和Ⅲ型等单一型裂缝及Ⅰ~Ⅲ复合型裂缝的扩展角研究大多是基于断裂力学的方法^[7-8]。根据损伤理论和断裂理论^[9-10]的经典判据,包括应力强度因子判据、能量判据等,可以从损伤的角度来研究裂缝扩展角。Ⅱ型裂缝扩展角相对比较复杂,所以本文基于Ⅰ型裂缝的损伤方程,推导出更适用于Ⅱ型裂缝的损伤演化方程,研究缝端损伤场的发展规律,将Ⅱ型裂缝缝端的损伤梯度出现极值时对应的角度确定为Ⅱ型裂缝的扩展角,并将该扩展角与经典判据得到的扩展角进行对比,以验证该方法的可行性。

1 单一型裂缝三维空间内缝端应变间的关系

材料相同的两块带缝混凝土试件,分别在Ⅰ型裂缝和Ⅱ型裂缝损伤的受力情况下,对处于纯剪状态的

收稿日期:2013-04-19

基金项目:国家自然科学基金(50878077)

作者简介:陈殿华(1987—),男,江苏大丰人,硕士研究生,主要从事混凝土材料断裂损伤研究。E-mail:cdhggmm@sina.com

通信作者:王向东,教授。E-mail:wangxdxd@163.com

II 型裂缝试件采用第二强度理论分析,对处于单轴应力状态的 I 型裂缝试件采用第一强度理论分析,得

$$\tau_{xz} + \nu \tau_{xz} = n_{\tau} \sigma \quad \sigma_1 = n_{\sigma} \sigma \tag{1}$$

由式(1)得

$$\frac{\tau_{xz}}{\sigma_1} = \frac{n_{\tau}}{n_{\sigma}(1 + \nu)} \tag{2}$$

式中: τ_{xz} ——切应力; ν ——混凝土的泊松比, $\nu \in (0.16, 0.18)^{[11]}$; n_{τ} ——剪切安全因子; σ ——混凝土材料的许用拉应力; n_{σ} ——受拉形式下的安全因子。

假设外荷载产生的拉应力 σ_1 与 τ_{xz} 按一定的比例分别对两块混凝土试件加载,根据胡克定律、 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ (G 为剪切模量; E 为弹性模量)和式(2),得

$$\frac{\gamma_{xz}}{\varepsilon_1} = \frac{2n_{\tau}}{n_{\sigma}} \tag{3}$$

式中: γ_{xz} ——II 型裂缝切应变; ε_1 ——I 型裂缝线应变。

2 建立 II 型裂缝的损伤方程

Loland^[12]在对混凝土等脆塑性材料的试验结果进行研究后发现,当应力将要达到峰值应力时,应力应变关系已经不再是线性关系,表明在达到最大应力之前,材料内部已经存在损伤,在峰值应力之后,裂缝周围材料的损伤积累并发展。

将裂缝混凝土单轴拉伸试验进行数据拟合可以得到损伤方程^[13]:

$$D = \begin{cases} D_0 + C_1 \varepsilon^{\beta} & (0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c) \\ D_0 + C_1 \varepsilon_c^{\beta} + C_2 (\varepsilon - \varepsilon_c) & (\varepsilon_c < \varepsilon \leq \varepsilon_u) \end{cases} \tag{4}$$

式中: D_0 ——混凝土初始损伤; C_1 、 C_2 、 β ——材料常数; ε_u 、 ε_c ——极限拉应变、峰值拉应变。

根据式(3)和式(4),可得适用于 II 型裂缝用切应变表示的损伤方程:

$$D = \begin{cases} D_0 + C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{\beta} \gamma^{\beta} & (0 \leq \gamma \leq \gamma_c) \\ D_0 + C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{\beta} \gamma_c^{\beta} + C_2 \frac{\gamma - \gamma_c}{2} & (\gamma_c < \gamma \leq \gamma_u) \end{cases} \tag{5}$$

$$\beta = \frac{\lambda}{1 - D_0 - \lambda} \quad \lambda = \frac{\tau_c}{G \gamma_c} \tag{6}$$

$$C_2 = \frac{2 \left[1 - D_0 - C_1 \left(\frac{\gamma_c}{2}\right)^{-\beta} \right]}{\gamma_u - \gamma_c} \quad G = \frac{(1 - D_0) \left(\frac{\gamma_c}{2}\right)^{-\beta}}{1 + \beta} \tag{7}$$

式中: γ_u 、 γ_c ——极限切应变、峰值切应变。

根据 G 和 E 的关系,本文采用文献[14]中由 E 研究得到的 $D_0 = 0.05$ 和峰值损伤 $D_c = 0.18$,其他参数为 $\tau_c = 2.1 \text{ MPa}$, $\gamma_c = 2 \times 10^{-4}$, $\gamma_u = 10^{-3}$, $\tau_u = 2.6 \text{ MPa}$, $G_0 = 1.4 \times 10^4 \text{ MPa}$, $\tilde{G} = 1.3 \times 10^4 \text{ MPa}$ 。

由式(6)(7)可以得到 $\lambda = 0.75$, $\beta = 4$, $C_1 = 2 \times 10^{15}$, $C_2 = 938$ 。

将材料常数代入式(5)得

$$D = \begin{cases} 0.05 + 0.125 \times 10^{15} \gamma^4 & (0 \leq \gamma \leq \gamma_c) \\ 0.25 + 938 (\gamma - 2 \times 10^{-4}) & (\gamma_c < \gamma \leq \gamma_u) \end{cases} \tag{8}$$

由式(8)得到结论:随着混凝土材料受损程度的不断变大,应变量逐渐变大。

3 混凝土 II 型裂缝损伤区域分析

II 型裂缝尖端应力场公式为

$$\sigma_x = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \tag{9}$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$

(10)

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right)$$

(11)

式中: r, θ ——缝端极坐标; K_{II} ——应力强度因子。

定义缝端的微裂纹区为缝端损伤区,由式(9)(10)求出第一、第三主应力代入莫尔强度理论^[11],得到混凝土材料Ⅱ型裂缝试件裂缝尖端损伤区 r 的计算公式:

$$r_{(\theta)} = \frac{K_{II}^2}{2\pi\tau_u^2} \left(-0.94\sin \frac{\theta}{2} + 0.53\sqrt{4 - 3\sin^2\theta}\right)^2$$

(12)

由式(12)得到Ⅱ型裂缝损伤演化规律如图1所示。

4Ⅱ型裂缝损伤梯度及扩展角

4.1 计算

将 $\tau_{xy} = G_0(1-D)\gamma_{xy}$ 带入式(9)~(11),得 $G_0(1-D)\gamma_{xy} = \frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right)$,进行分析,得到缝尖损伤梯度的表达式为

$$\frac{\partial D}{\partial r} = \frac{-\frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi}}}{\frac{G_0(1-D)}{0.5 \times 10^{15}\gamma_{xy}^3} - G_0\gamma_{xy}} r^{-\frac{3}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right)$$

(13)

式中: $\frac{\partial D}{\partial r}$ ——损伤梯度; G_0 ——考虑初始损伤的初始剪切模量。

将式(12)带入式(13),则缝尖损伤梯度与裂缝扩展角的关系可以表示为

$$\frac{\partial D}{\partial r} = \frac{-\frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi}}}{\frac{G_0(1-D)}{0.5 \times 10^{15}\gamma_{xy}^3} - G_0\gamma_{xy}} \frac{1}{\frac{K_{II}^3}{(2\pi)^{2/3}\tau_u^3}} M(\theta)$$

(14)

其中

$$M(\theta) = \frac{f(\theta)}{F(\theta)} \qquad K_{II} = \tau\sqrt{\pi a}$$

$$f(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \qquad F(\theta) = \left(-0.94\sin \frac{\theta}{2} + 0.53\sqrt{4 - 3\sin^2\theta}\right)^3$$

式中: τ ——切向荷载在带缝混凝土表面产生的切应力。

裂缝的扩展是由于随着荷载的加大,材料所受的损伤也不断变大造成的,其扩展角必定是损伤梯度极大时对应的 θ 。由式(14)得到 $\frac{\partial D}{\partial r}$ 极大时, $M(\theta)$ 必定出现极大值。通过软件计算,得到 $M(\theta) \sim \theta$ 曲线图(图2),最终得到 $M(\theta)$ 极大时对应的 θ 分别为:4°,16°,26°,29°,39°,43°,52°,65°,79°。

4.2 验证

随着荷载的施加, $\frac{\partial D}{\partial r}$ 不断发展,当 $\frac{\partial(\frac{\partial D}{\partial r})}{\partial^2\theta} < 0$,即 $\frac{\partial D}{\partial r}$ 出现极大值时,裂缝就会沿着该极大值对应的 θ 扩展。当 $0^\circ < \theta < 90^\circ$,上述角度均符合,并且 $\theta = 79^\circ$ 为裂缝最后扩展方向,即裂缝的扩展角。

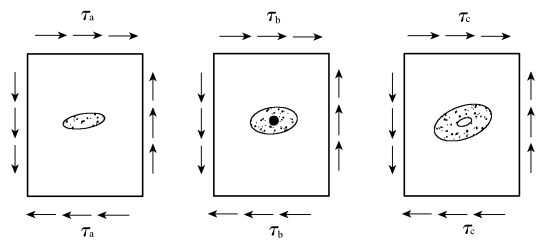


图1Ⅱ型裂缝损伤演化示意图

Fig. 1 Damage evolution schema of mode II crack

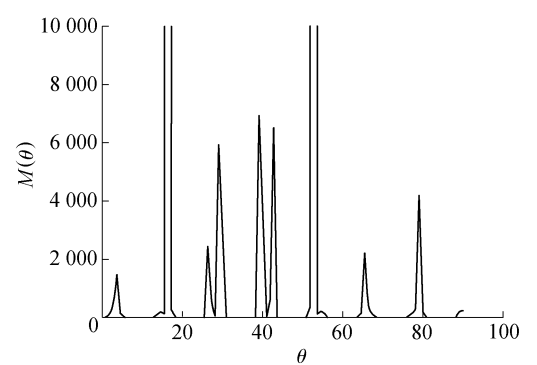


图2 $M(\theta)$ 随扩展角 θ 变化的规律

Fig. 2 Variation of $M(\theta)$ with propagation angle θ

根据经典理论求得的Ⅱ型裂缝扩展角约为 79.3° ^[15],本文方法所求得的裂缝扩展角与经典理论所求得的扩展角误差为0.3%,验证了本文方法的正确性。

5 结 论

目前,对于裂缝扩展角的研究大多是基于断裂力学理论。本文从损伤角出发,由损伤梯度研究Ⅱ型裂缝扩展方向的变化规律,得到了裂缝扩展方向是按损伤梯度逐步增大的规律变化的结论,计算出Ⅱ型裂缝失稳扩展角为 79° ,该结论与经典理论求得的结果吻合很好,表明基于缝端损伤梯度研究裂缝扩展角的可行性。

参考文献:

- [1] 李军. 混凝土Ⅰ-Ⅱ复合型断裂起裂准则的试验研究[D]. 大连:大连理工大学,2008.
- [2] 刘梦和,王向东,邵兵. Ⅰ-Ⅱ复合型裂缝应力强度因子和应变能释放率的关系[J]. 水利水电科技进展,2012,32(6): 31-33. (LIU Menghe, WANG Xiangdong, SHAO Bing. Relationship between stress intensity factor and strain energy release rate ofⅠ-Ⅱ mixed mode cracks [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2012, 32(6): 31-33. (in Chinese))
- [3] 逯静州. 三轴受压混凝土损伤特性理论与试验研究[D]. 大连:大连理工大学,2001.
- [4] 李敏. 混凝土损伤研究[D]. 河南:河南大学,2005.
- [5] 田佳琳,李庆斌. 混凝土Ⅰ型裂缝的静力断裂损伤耦合分析[J]. 水利学报,2007,38(2):205-210. (TIAN Jialin, LI Qingbin. Fracture-damage coupled analysis for modeⅠ cracking in concrete under static load [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007,38(2):205-210. (in Chinese))
- [6] 董伟. 混凝土Ⅰ-Ⅱ复合型裂缝起裂准则的试验研究与裂缝扩展过程的数值模拟[D]. 大连:大连理工大学,2007.
- [7] CHOYYC K M. A new mixed mode fracture criterion; maximum tangential strain energy density criterion[J]. EnginFract Mech. 1991,39(3):433-449.
- [8] 邵兵,王向东,刘梦和. 空间复合型裂纹的性能参数[J]. 水利水电科技进展,2012,32(5):53-54. (SHAO Bing, WANG Xiangdong, LIU Menghe. Study on performance parameters of spatial mixed mode crack [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2012,32(5):53-54. (in Chinese))
- [9] HEOS P, YANG W H. Mixed-mode stress intensity factors and critical angles of cracks in bolted joints by weight function method [J]. Archive of Applied Mechanics, 2002,72(2):96-106.
- [10] KRISHNANG R, ZHAO X L, ZAMAN M, et al. Fracture toughness of a soft sandstone [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1998,35(6):695-710.
- [11] 徐道远,黄孟生,朱为玄,等. 材料力学[M]. 南京:河海大学出版社,2004:6,29.
- [12] LOLAND K E. Continuum damage model for load response estimation of concrete [J]. Cement and Concrete Research, 1980, 10, 395-402.
- [13] 余天庆,钱济成. 损伤理论及其应用[M]. 北京:国防工业出版社,1998:138-140.
- [14] 朱岳明,徐之青,贺金仁,等. 混凝土水管冷却温度场的计算方法[J]. 长江科学院院报,2003,20(2):19-22. (ZHU Yueming, XU Zhiqing, HE Jinren, et al. A calculation method for solving temperature field of mass concrete with cooling pipes [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2003,20(2):19-22. (in Chinese))
- [15] 酆正能,何庆芝. 工程断裂力学[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1993:110-113.