

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2014.04.009

椭圆形基坑支护土压力分布理论初探

李大鹏¹, 唐德高¹, 黄牧¹, 钱岳红², 杜维国³

(1. 解放军理工大学国防工程学院爆炸冲击防灾减灾国家重点实验室, 江苏 南京 210007;
2. 解放军 92303 部队, 山东 青岛 266405; 3. 解放军 96528 部队, 北京 102202)

摘要: 为使基坑设计更加科学合理, 分析了椭圆形基坑支护的变形和土压力分布情况。结果表明: 椭圆形支护上存在 4 个土压力转变点, 在转变点处土压力会发生主、被动之间性质的转变; 作用于支护上的土压力值是区别于经典理论的“类主动土压力”和“类被动土压力”, 它们之间存在一定的比例关系。根据椭圆形支护上土压力的分布模式, 提出了 3 种确定椭圆形支护土压力的方法。
关键词: 椭圆形基坑; 类主动土压力; 类被动土压力; 土压力分布模式
中图分类号: TU472 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2014)04-0332-05

Theoretical analysis of soil pressure acting on elliptical excavation support

LI Dapeng¹, TANG Degao¹, HUANG Mu¹, QIAN Yuehong², DU Weiguo³

(1. State Key Laboratory for Disaster Prevention and Mitigation of Explosion and Impact, College of Defense Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China;
2. 92303 PLA Troops, Qingdao 266405, China;
3. 96528 PLA Troops, Beijing 102202, China)

Abstract: In order to scientifically and rationally design excavations, we analyze the deformation and soil pressure distribution of an elliptical excavation support. The results show that there are four soil pressure changing points on the elliptical excavation support, similar active soil pressure and similar positive soil pressure change at these points, and there is a proportional relationship between the similar active soil pressure and similar positive soil pressure, in contrast to the classical theory. According to the distribution modes of soil pressure acting on the elliptical excavation support, we propose three methods for determining the soil pressure.
Key words: elliptical foundation pit; similar active soil pressure; similar positive soil pressure; soil pressure distribution mode

椭圆形基坑作为一种特殊的基坑形式, 在工程上并不罕见, 例如地铁换乘中心、地下商业广场、特殊用途的地下国防工程等, 都会涉及椭圆形基坑。《建筑基坑支护技术规程》^[1] (以下简称《规程》) 规定椭圆形基坑同样按照矩形基坑的方法进行设计, 但在工程实践中人们发现椭圆形基坑在土压力作用下发生变形, 短轴处支护结构发生向坑内的位移, 作用于其上的土压力接近主动土压力; 长轴处支护结构则发生向坑外的位移, 挤压土体, 产生被动土压力。因此, 按照矩形基坑进行椭圆形基坑设计, 会与实际情况存在较大偏差。对椭圆形基坑进行研究具有很高的理论意义和工程应用价值, 目前见诸文献的研究成果还很少^[2-11]。笔者尝试对椭圆形基坑支护土压力分布理论进行初步探讨。

1 椭圆形基坑支护的土压力转变点

对于椭圆形基坑, 作用于支护上的土压力既不同于传统的长条形基坑, 也不同于圆形基坑^[12-15]。如图 1 所示, 实线表示的椭圆形基坑受到土压力的作用, 由于 y 方向的土压力分力大于 x 方向的土压力分力, 使得

收稿日期: 2014-04-08
基金项目: 国家自然科学基金(51021001)
作者简介: 李大鹏(1983—), 男, 河南浚县人, 博士研究生, 工程师, 主要从事岩土力学及地下工程等研究。E-mail: leedpo@163.com

支护沿着长轴和短轴发生一个小变量 Δ ,达到虚线所示的形状。实线与虚线的交点为 M,N,P,Q ,作用于 MN,PQ 段上的土压力接近主动土压力;作用于 NP,QM 段上的土压力接近被动土压力,现要求出 M,N,P,Q 点的坐标。

椭圆的定义为“到两个焦点距离相等的所有点的轨迹”,实线和虚线的椭圆方程分别用式(1)和式(2)表示:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b > 0)$$

(1)

$$\frac{x^2}{(a + \Delta)^2} + \frac{y^2}{(b - \Delta)^2} = 1$$

(2)

联合式(1)(2),消去 Δ 高阶量,可以解得点 M,N,P,Q 的坐标如下: $M(-\kappa,\gamma),N(\kappa,\gamma),P(\kappa,-\gamma),Q(-\kappa,-\gamma)$ 。其中

$$\kappa = a\sqrt{\frac{a}{a+b}} \quad \gamma = b\sqrt{\frac{b}{a+b}}$$

(3)

2 椭圆形基坑支护的主、被动土压力关系

由于土体的成拱效应现象,作用于 MN,PQ 段上的土压力并不等于经典的主动土压力,本文称之为“类主动土压力 σ'_a ”;作用于 NP,QM 段上的土压力也不等于经典的被动土压力,可以称之为“类被动土压力 σ'_p ”。现试推导 σ'_a 与 σ'_p 之间的关系。

由于椭圆曲线关于 x,y 轴对称,因此 A,B 处无剪应力,取第一象限,其受力如图 2 所示, F_x 和 F_y 分别为 A,B 处的轴向压力, M_A 和 M_B 分别为 A,B 处的弯矩。根据椭圆方程,可推导出 AN 段上类主动土压力 σ'_a 在 x,y 轴方向的分力分别为

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma'_a bx}{\sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}} \quad \sigma_{y_1} = \frac{\sigma'_a a \sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}}$$

(4)

式中: σ_{x_1} —— σ'_a 在 x 轴方向的分力; σ_{y_1} —— σ'_a 在 y 轴方向的分力。

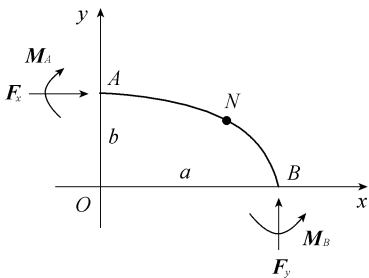


图 2 截面受力分析示意图

Fig. 2 Sketch map of cross-section stress analysis

NB 段上类被动土压力 σ'_p 在 x,y 轴方向的分力分别为

$$\sigma_{x_2} = \frac{\sigma'_p bx}{\sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}} \quad \sigma_{y_2} = \frac{\sigma'_p a \sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}}$$

(5)

式中: σ_{x_2} —— σ'_p 在 x 轴方向的分力; σ_{y_2} —— σ'_p 在 y 轴方向的分力。

因此,可以求得 x,y 方向的合力为

$$F_x = \int_0^\kappa \sigma_{x_1} \sqrt{1 + (-y')^2} dx + \int_\kappa^a \sigma_{x_2} \sqrt{1 + (-y')^2} dx = \int_0^\kappa \frac{\sigma'_a bx \sqrt{1 + (-y')^2}}{\sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}} dx + \int_\kappa^a \frac{\sigma'_p bx \sqrt{1 + (-y')^2}}{\sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}} dx$$

(6)

$$F_y = \int_0^\kappa \sigma_{y_1} \sqrt{1 + (-y')^2} dx + \int_\kappa^a \sigma_{y_2} \sqrt{1 + (-y')^2} dx = \int_0^\kappa \frac{\sigma'_a a \sqrt{a^2 - x^2} \sqrt{1 + (-y')^2}}{\sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}} dx + \int_\kappa^a \frac{\sigma'_p a \sqrt{a^2 - x^2} \sqrt{1 + (-y')^2}}{\sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}} dx$$

(7)

如图 3(a) 所示,对于曲线上的任一点 $G(x,y)$,有以下几何关系:

$$AC + CD = \frac{\left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}\right) \sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}}{x} + \frac{(2ax^2 - a^3) \sqrt{a^2 - x^2} - a^2(a^2 - x^2)}{x \sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}}$$

(8)

如图 3(b) 所示,对于曲线上的任一点 $G(x,y)$,有以下几何关系:

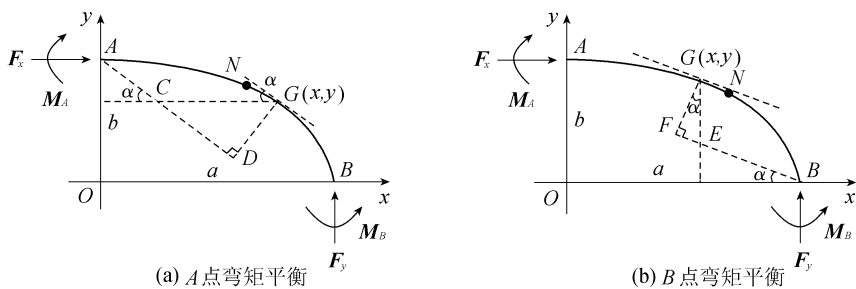


图3 受力分析示意图

Fig. 3 Sketch map of stress analysis

$$BE + EF = \frac{(a - x) \sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}}{a \sqrt{a^2 - x^2}} + \frac{b^2 x(a - x)}{\sqrt{a^2 - x^2} \sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}} \tag{9}$$

对 A 点的弯矩之和为零,则有

$$M_B - M_A = \int_0^\kappa \sigma'_a f(x) \sqrt{1 + (-y')^2} dx + \int_\kappa^a \sigma'_p f(x) \sqrt{1 + (-y')^2} dx \tag{10}$$

对 B 点的弯矩之和为零,则有

$$M_B - M_A = \int_0^\kappa \sigma'_a g(x) \sqrt{1 + (-y')^2} dx + \int_\kappa^a \sigma'_p g(x) \sqrt{1 + (-y')^2} dx \tag{11}$$

其中
$$\begin{cases} f(x) = (AC + CD) - \frac{a^2 \sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}} \\ g(x) = \frac{b^2 x}{\sqrt{(b^2 - a^2)x^2 + a^4}} - (BE + EF) \end{cases} \tag{12}$$

由式(10)(11)可知 $f(x)=g(x)$ 。如果对支护结构做进一步理想化假设,认为 A、B 处为铰接,不存在弯矩,那么 σ'_a 和 σ'_p 之间存在比例关系:

$$K = \frac{\sigma'_a}{\sigma'_p} = - \frac{\int_0^\kappa f(x) \sqrt{1 + (-y')^2} dx}{\int_0^\kappa f(x) \sqrt{1 + (-y')^2} dx} = - \frac{\int_\kappa^a g(x) \sqrt{1 + (-y')^2} dx}{\int_\kappa^a g(x) \sqrt{1 + (-y')^2} dx} \tag{13}$$

式中:K——类主动土压力、类被动土压力比例系数。

3 椭圆形基坑支护的土压力分布模式

由于实测资料较少,理论研究不足,《规程》规定仍按照经典主动土压力理论来计算作用于椭圆形支护上的土压力,其分布模式如图 4(a)所示;但实际上,沿支护结构土压力值从最小的 $\sigma_{\min}$ 逐渐过渡到最大值 $\sigma_{\max}$,如图 4(b)所示;为更合理地确定椭圆形基坑支护上的荷载,笔者提出作用于 MN、PQ 段上的为类主动土压力 σ'_a ,作用于 MQ、NP 段上的为类被动土压力 σ'_p ,如图 4(c)所示。设计时, σ'_a 和 σ'_p 值可按照以下 3 种方法选取:(a)取 σ'_a 等于经典主动土压力值 σ_a , σ'_p 等于经典被动土压力值 σ_p ;(b)取 σ'_a 等于经典主动土压力值 σ_a , σ'_p 通过比例系数 K 求得, $\sigma'_p = \sigma'_a / K$;(c)取 σ'_a 等于别列扎恩采夫^[16]推导的圆形基坑主动土压力值、 σ'_p 通过比例系数 K 求得, $\sigma'_p = \sigma'_a / K$ 。通过以上 3 种方法,可以灵活地确定支护土压力,从而使计算土压力与实际情况尽量吻合,以弥补《规程》方法在确定椭圆形支护土压力方面的不足。

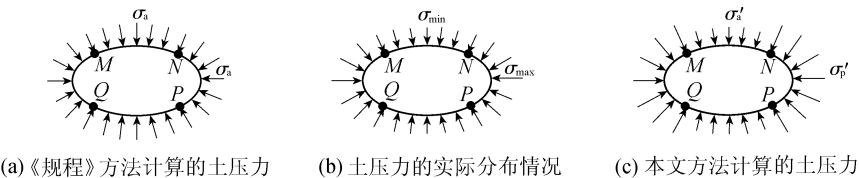


图4 土压力分布模式(单位:kPa)

Fig. 4 Distribution modes of soil pressure (units:kPa)

4 算 例

根据某国防工程数据:基坑平面尺寸 $a=15\text{ m}$, $b=10\text{ m}$, 深度 $H=15\text{ m}$, 土体密度 $\rho=1\,860\text{ kg/m}^3$, 内摩擦角 $\varphi=24.5^\circ$ 。在深度 $h=10\text{ m}$ 处, 围绕基坑四周布点以监测土压力值。如图 5 所示, 取 1/4 支护结构, 分析 3 种不同土压力确定方法与实测值之间的关系。

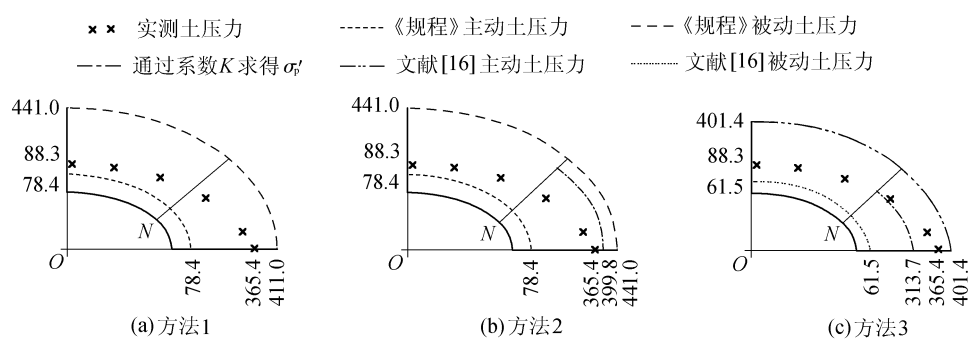


图 5 3 种土压力确定方法示意图 (单位:kPa)

Fig. 5 Sketch map of three methods for determining soil pressure (units:kPa)

- a. 如图 5(a) 所示, 实测土压力值从短轴到长轴逐渐增大, 处于主动土压力与被动土压力之间; 如果采用《规程》方法, 沿整个支护都按照主动土压力设计, 则与实际土压力相差较大。根据方法 1, 可以在 N 点之前采用主动土压力值, N 点之后采用被动土压力值。
- b. 一般情况下, 达到被动土压力所需的土体位移远大于达到主动土压力时的位移, 因此, N 点之后采用被动土压力值比实际情况要偏大许多。鉴于此, 根据方法 2, 在 N 点之前采用主动土压力值, N 点之后采用主动土压力与 K 的比值, 此时得到的 N 点之后土压力与实际情况更接近, 如图 5(b) 所示。
- c. 椭圆形基坑周围的土体中会形成“土拱效应”, 别列扎恩采夫^[16] 推导了考虑土拱效应的圆形基坑支护土压力, 按照其方法计算的主、被动土压力值如图 5(c) 所示。根据方法 3, 在 N 点之前采用别列扎恩采夫主动土压力值, N 点之后采用别列扎恩采夫主动土压力与 K 的比值。此时得到的 N 点之后土压力与实际土压力相比偏小。
- 由于土体的复杂性以及支护形式的多样性, 计算土压力与实际土压力不可能完全等同, 只能追求尽量吻合。《规程》方法机械地将整个基坑统一采用经典主动土压力, 而本文提出的 3 种方法可以灵活地调整土压力值, 以与实际土压力尽量吻合。

5 结 论

- a. 椭圆形基坑支护上存在 4 个土压力性质的转变点, 在转变点处, 作用于支护上的土压力会发生主、被动的改变; 转变点的位置与椭圆形方程的长、短轴相关。
- b. 假设支护铰接的情况下, 推导出作用于椭圆形支护上的类主动土压力和类被动土压力之间存在一定的比例系数, 该系数与椭圆形方程的长、短轴相关。
- c. 在土压力性质转变点的基础上, 提出 3 种确定支护土压力的方法; 算例表明, 与《规程》方法相比, 综合运用 3 种土压力确定方法, 灵活性更强, 更切合实际。
- 本文仅对椭圆形基坑支护的土压力进行了初步的理论分析, 所得结果具有一定的理论意义; 由于问题的复杂性和缺少实测资料, 更深一步的研究有待后人继续。

参考文献:

[1] JGJ 120—2012 建筑基坑支护技术规程[S].

[2] 郑刚, 焦莹. 基坑工程设计理论及工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010: 358-361.

[3] 刘国彬, 王卫东. 基坑工程手册[M]. 2 版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009: 395-400.

[4] 方金霞, 汪鹏程, 杨永威. 基坑尺寸及形状效应的三维有限元分析[J]. 安徽建筑工业学院学报: 自然科学版, 2012, 20 (6): 15-18. (FANG Jinxia, WANG Pengcheng, YANG Yongwei. Three-dimensional finite element analysis of shape and

- dimensional effects on excavation[J]. Journal of Anhui Institute of Architecture & Industry: Natural Science, 2012, 20(6): 15-18. (in Chinese))
- [5] 姜志强, 孙树林, 李磊. 基坑开挖中土压力计算模型探讨[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2003, 31(3): 303-306. (JIANG Zhiqiang, SUN Shulin, LI Lei. Calculation model for earth pressure during foundation pit excavation[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2003, 31(3): 303-306. (in Chinese))
- [6] 胡强, 郭志川, 刘宁, 等. 深基坑支撑体系可靠度计算研究[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2003, 31(6): 674-677. (HU Qiang, GUO Zhichuan, LIU Ning, et al. Reliability calculation for deep foundation pit support system[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2003, 31(6): 674-677. (in Chinese))
- [7] 张文慧, 田军, 王保田, 等. 基坑围护结构上的土压力与土体位移关系分析[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2005, 33(5): 575-579. (ZHANG Wenhui, TIAN Jun, WANG Baotian, et al. Relationship between earth pressure on support structure of foundation pits and displacement of earth mass[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2005, 33(5): 575-579. (in Chinese))
- [8] 李平, 杨挺, 王义, 等. 基坑工程隆起变形研究综述[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2010, 38(2): 196-201. (LI Ping, YANG Ting, WANG Yi, et al. Summary of heave deformation of foundation pit engineering[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2010, 38(2): 196-201. (in Chinese))
- [9] 汪志强, 艾亿谋, 卢红标. 某深基坑开挖对周边环境的影响[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2011, 39(2): 161-164. (WANG Zhiqiang, AI Yimou, LU Hongbiao. Influences of excavation of deep foundation pit on surrounding environment[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2011, 39(2): 161-164. (in Chinese))
- [10] 胡强, 刘宁, 李锦辉. 基坑安全稳定评判的干扰能量法[J]. 水利水电科技进展, 2004, 24(3): 27-30, 70. (HU Qiang, LIU Ning, LI Jinhui. Influence-energy method and its application to stability evaluation of foundation pits[J]. Advances In Science and Technology of Water Resources, 2004, 24(3): 27-30, 70. (in Chinese))
- [11] 狄圣杰, 汪明元, 魏涌. 土钉支护设计计算程序开发及应用[J]. 水利水电科技进展, 2012, 32(4): 74-77. (DI Shengjie, WANG Mingyuan, WEI Yong. Calculation program development for soil nail bracing and its application[J]. Advances In Science and Technology of Water Resources, 2012, 32(4): 74-77. (in Chinese))
- [12] 李昀, 李华梅, 吴昊, 等. 大型圆形深基坑设计分析研究[J]. 地下空间与工程学报, 2011, 7(5): 938-945. (LI Yun, LI Huamei, WU Hao, et al. Study on design method of great cylindrical foundation pits[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2011, 7(5): 938-945. (in Chinese))
- [13] 郭院成, 王立明, 秦会来, 等. 椭圆形排桩支护结构的工程优化选型[J]. 郑州大学学报: 工学版, 2003, 24(3): 29-32. (GUO Yuancheng, WANG Liming, QIN Huilai, et al. The engineering optimum selection of elliptical retaining structure of piles[J]. Journal of Zhengzhou University: Engineering Science, 2003, 24(3): 29-32. (in Chinese))
- [14] 刘春原, 蔡伟红, 赵志斌, 等. 圆形地下连续墙的变形分析[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(增刊1): 26-30. (LIU Chunyuan, CAI Weihong, ZHAO Zhibin, et al. Distortion analysis of circular diaphragm walls[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(Sup1): 26-30. (in Chinese))
- [15] 崔新壮, 金青, 朱维申, 等. 圆形放坡基坑临界深度极限分析[J]. 土木工程学报, 2007, 40(1): 60-64, 94. (CUI Xin Zhuang, JIN Qing, ZHU Weishen, et al. Limit analysis of the critical depth of circular step-sloped foundation pits[J]. China Civil Engineering Journal, 2007, 40(1): 60-64, 94. (in Chinese))
- [16] 别列扎恩采夫. 松散体极限平衡的轴向对称问题[M]. 谢宗樑, 黄贻吉, 译. 北京: 建筑工业出版社, 1956: 23-75.