

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2014.04.014

基于重整化群有限原胞级整体安全性分级评价

顾培英^{1,2}, 邓 昌^{1,2}, 汤 雷^{1,2}

(1. 南京水利科学研究院材料结构研究所, 江苏 南京 210029; 2. 水利部水科学与水工程重点实验室, 江苏 南京 210029)

摘要:为解决重整化群理论研究对象在理论上应具有无标度性(即原胞级数趋于无限大),但实际工程中原胞级数不可能取很大这一问题,基于重整化群理论的逾渗模型、断层破裂分形树模型、岩石破碎模型、重力坝三棱柱结构破坏概率模型,开展有限原胞级数的破坏概率规律研究。研究表明,原胞级数即迭代次数取 3 可满足实际工程需要。提出基于三级原胞破坏概率值的实际结构整体安全性分级方法,并给出应用三棱柱模型判别重力坝结构整体安全性状态步骤。依据三级原胞破坏概率关键点、不动点将结构整体安全状态划分为 3 个级别:(a) I 状态,结构整体安全;(b) II 状态,结构整体安全性较低,结构整体由安全向破坏过渡,处于亚健康状态;(c) III 状态,结构整体破坏。

关键词:重整化群理论;损伤概率;原胞级数;结构整体安全评价

中图分类号:TV331 文献标志码:A 文章编号:1000-1980(2014)04-0355-06

Safety classification evaluation of an overall structure based on limited primitive cell level using renormalization group theory

GU Peiying^{1,2}, DENG Chang^{1,2}, TANG Lei^{1,2}

(1. *Materials and Structural Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China;*
2. *Key Laboratory of Water Science and Engineering, Ministry of Water Resources, Nanjing 210029, China*)

Abstract: The study subject of the renormalization group theory is supposed to have a scaleless property in theory. In other words, the primitive cell level tends to be infinite. However, the level cannot be set at a very high value in actual engineering projects. In order to solve this problem, comparative studies of damage probability of limited primitive cell levels were carried out using the percolation model, the fault rupture model, the rock breaking model, and the structural damage probability model of a triangular prism unit for a gravity dam based on the renormalization group theory. The results of iterative computations show that level 3 of a primitive cell or three iterations can be applicable to actual engineering projects. A safety evaluation classification method for an overall structure is proposed based on the damage probability of a primitive cell of level 3. The steps of determining the overall safety of a gravity dam using the triangular prism model are presented. According to the key points and fixed points of the damage probability, three safety states of the overall structure were classified as follows: (a) a safe state; (b) an intermediate state, between safety and overall collapse; and (c) an overall collapse state.

Key words: renormalization group theory; damage probability; primitive cell level; structural overall safety evaluation

Wilson 将量子场论中的重整化群方法应用于临界现象研究,认为重整化群在不动点附近的性质决定了

收稿日期: 2013-05-31
基金项目: 国家自然科学基金(51179107)
作者简介: 顾培英(1968—),女,江苏如东人,教授级高级工程师,博士,主要从事结构健康诊断、安全评估、抗震及振动控制研究。E-mail: pygu@nhri.cn

体系的临界行为,建立了相变临界现象理论,这是临界现象研究领域的重大突破^[1-2]。相变的基本特点是系统变量连续变化会造成系统宏观参数的不连续(突变)变化。重整化群方法利用标度不变性,先在最小标度上研究较为简单的相互作用系统,然后将问题重整化,在进一步大的标度下利用同样系统研究大的相互作用系统,过程不断重复^[3]。

重整化群方法成功地解释了相变和临界点问题^[4-14],得到尺度越来越大情况下的原胞破坏或渗透概率(这里统称为破坏概率)递推公式,建立的是局部与整体关系,该方法已在多孔介质中的渗流问题、断层破裂和岩石脆形等方面得到应用。由于混凝土与岩石均属脆性材料,性能较为相似,因此笔者提出一种基于重整化群理论的混凝土结构整体安全评价方法^[15-16]。

顾培英等^[15]针对正方体水工混凝土结构,建立了局部损伤概率与整体安全性的关系。重整化群方法处理大体积块体结构具有优越性,因此适用于重力坝的整体安全性评价。重力坝基本剖面呈三角形,将每个坝段作为一个整体进行分析,坝段呈三棱柱体结构。顾培英等^[17]推导得到三棱柱单元的混凝土结构整体破坏概率。

重整化群理论研究状态发生突变时的临界值问题,即原胞级数趋于无限大时概率只有2种可能:0、1,对整体安全而言认为要么为完整、要么为倒塌,不讨论中间安全状态。但实际工程应用中,原胞级数不可能取很大;此外,实际结构即使没有倒塌,但其安全性随破坏概率的不同有所差异。所以,本文针对逾渗模型、断层破裂分形树模型、岩石破碎模型、重力坝三棱柱结构破坏概率模型,开展有限原胞级数的破坏概率规律研究,提出基于三级原胞破坏概率值的结构整体安全性分级方法及判别步骤。

1 重整化群方法

分别对逾渗模型、断层破裂分形树模型、岩石破碎模型、三棱柱结构破坏模型进行分析,图1为各模型示意图。

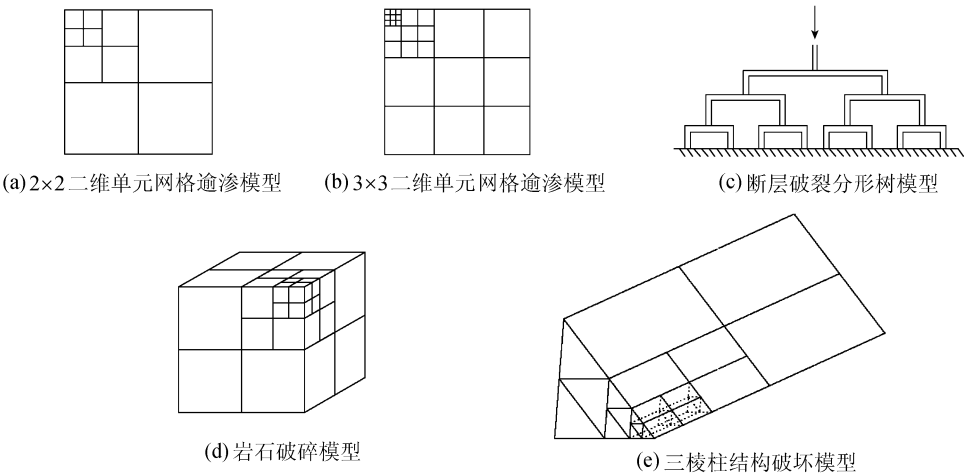


图1 模型示意图
Fig. 1 Schematic diagrams of models

1.1 逾渗模型

1.1.1 基于2×2 二维单元网格模型

取一级单元为最小单位,按重整化群方法组成越来越大的原胞,最低一级原胞由2×2 二维单元即4个单元方阵组成(图1(a))。根据每个单元渗透概率 p_0 确定一级原胞渗透概率 p_1 。如果从原胞的左方至右方存在一个连续渗透途径,则该原胞是可渗透的。问题被重整化后,4个一级原胞变成二级原胞的4个二级单元。二级原胞渗透概率 p_2 由二级单元(即一级原胞)渗透概率确定。这个过程不断重复至越来越大的标度。

根据文献[3],推导得到 $n+1$ 级原胞渗透概率 p_{n+1} 与 n 级原胞渗透概率 p_n 之间的关系:

$$p_{n+1} = -p_n^4 + 2p_n^2 \tag{1}$$

1.1.2 基于3×3 二维单元网格模型

由3×3 二维单元即9个单元方阵组成一级原胞,3×3 二维单元逾渗模型如图1(b)所示。同样推导得到

该模型渗透概率 p_{n+1} 与 p_n 之间的关系^[18]：

$$p_{n+1} = p_n^9 - 6p_n^8 + 14p_n^7 - 9p_n^6 - 6p_n^5 + 4p_n^4 + 3p_n^3 \tag{2}$$

1.1.3 基于 2×2×2 三维单元网格模型

一级原胞由 2×2×2 三维单元即 8 个单元方阵组成,根据文献[3],得到该模型渗透概率 p_{n+1} 与 p_n 之间的关系：

$$p_{n+1} = -p_n^8 + 4p_n^6 - 6p_n^4 + 4p_n^2 \tag{3}$$

1.2 断层破裂模型

断层破裂会产生地震,造成应力和应变的不连续,这是一种临界现象。可假定断层包含范围很广的凹凸体,凹凸体强度有限,一旦超过极限强度,凹凸体将会破裂。凹凸体破裂使得其上的应力转移至其他未破裂的凹凸体上。

破裂在许多方面与架空电缆破坏类似。如果一根杆子坏了,该杆子承受的应力就转移到与它相邻未坏的杆子上去,图 1(c) 为断层破裂分形树模型。根据文献[3],得到该模型 $n+1$ 级原胞破坏概率 p_{n+1} 与 n 级原胞破坏概率 p_n 之间的关系为

$$p_{n+1} = 2p_n[1 - (1 - p_n)^4] - p_n^2 \tag{4}$$

1.3 岩石破碎模型

一级原胞由 8 个单元组成,岩石破碎模型如图 1(d) 所示。假定原胞中每个单元要么破碎、要么完整。根据每个单元破碎概率 p_0 确定一级原胞的破碎概率 p_1 。Allegre 等假设,如果原胞两面之间有一不破碎的“支柱”相连,则认为原胞是完整的。

根据文献[3,15],推导得到 $n+1$ 级原胞破碎概率 p_{n+1} 与 n 级原胞破碎概率 p_n 之间的关系为

$$p_{n+1} = p_n^4(3p_n^4 - 8p_n^3 + 4p_n^2 + 2) \tag{5}$$

1.4 重力坝三棱柱结构破坏概率模型

由 8 个三棱柱单元组成一级原胞,图 1(e) 所示的是三棱柱结构破坏模型。根据文献[17],推导得到 $n+1$ 级原胞破坏概率 p_{n+1} 与 n 级原胞破坏概率 p_n 之间的关系

$$p_{n+1} = p_n^6(5p_n^2 - 16p_n + 12) \tag{6}$$

2 原胞破坏概率比较

2.1 不动点计算

以重力坝三棱柱结构破坏概率模型为例研究不动点,将式(6)改写成

$$f(x) = x^6(5x^2 - 16x + 12) \tag{7}$$

令 $f(x)=x$,得到不动点。在 $0 \leq x \leq 1$ 区间内得到 3 个不动点 $x=0、0.9239、1$ 。

根据 $f(x)$ 在不动点邻域中的行为特征,不动点可分为稳定和不稳定两类,如果不动点处的 $\left| \frac{df}{dx} \right| < 1$,则不动点是稳定的;否则不稳定。不动点 $x=0、0.9239、1$ 对应的 $\frac{df}{dx}$ 值分别为 0、1.7936、0。因此, $x=0、1$ 是稳定的,而 $x=0.9239$ 是不稳定的。

为说明式(6)的迭代过程,考虑一特定情况。对于 $p_0=0.70$,可得到 $p_1=0.3824、p_2=0.0207、p_3=9.18 \times 10^{-10}$ 。 p_3 接近 0,当迭代继续下去时, p_n 更趋于 $p_\infty=0$ 。因此, $p_0=0.70$ 时不会发生整体破坏。当 $p_0=0.95$ 时 $p_1=0.9648、p_2=0.9819、p_3=0.9950$, p_3 接近 1。 $p^*=0.9239$ 是一个临界点,它对应于混凝土突变式破坏。所以,对于小于临界值的概率,即 $0 < p_0 < p^*$,迭代过程趋于 $p_\infty=0$,不会发生整体破坏; $p^* < p_0 < 1$,迭代过程趋于 $p_\infty=1$,发生整体破坏;为临界值 p^* 时,各级破坏概率一样。

类似可计算其他模型的不动点,得到临界破坏概率,见表 1。

2.2 原胞破坏概率比较

理论上,原胞级数趋于 ∞ 时(1 级单元尺度远小于最大级原胞尺度),若单元破坏概率为非临界值 p^* ,则整体概率只有 0、1 这 2 种可能,即要么破坏、要么完整。但在实际工程应用中,原胞级数不可能取很大,所以需要确定合理的原胞级数即迭代次数。

下文将对上述模型开展前4级原胞破坏概率规律研究。原胞破坏概率曲线比较如图2所示。

由图2可知,原胞破坏概率随着单元破坏概率 p_0 的增加而增加,高一級原胞破坏概率趋于0或1的范围比低一级原胞的范围大。当 $0 < p_0 < p^*$ 时,除2×2二维逾渗模型外,3次迭代即三级原胞破坏概率 p_3 很小,趋于0,说明虽然存在局部破坏,但整体结构

表1 $p_0^{p_3=0.01}$ 值与临界破坏概率值 p^*
Table 1 $p_0^{p_3=0.01}$ and critical damage probability p^*

模 型	p^*	$p_0^{p_3=0.01}$	$p^* - p_0^{p_3=0.01}$
2×2 二维单元逾渗模型	0.6180	0.3161	0.3019
3×3 二维单元逾渗模型	0.6193	0.4787	0.1406
2×2×2 三维单元逾渗模型	0.2818	0.1718	0.1100
断层破裂模型	0.2063	0.1187	0.0876
岩石破碎模型	0.8960	0.7570	0.1390
重力坝三棱柱结构破坏概率模型	0.9239	0.8184	0.1055

注: $p_0^{p_3=0.01}$ 为 $p_3=0.01$ 所对应的 p_0 值。

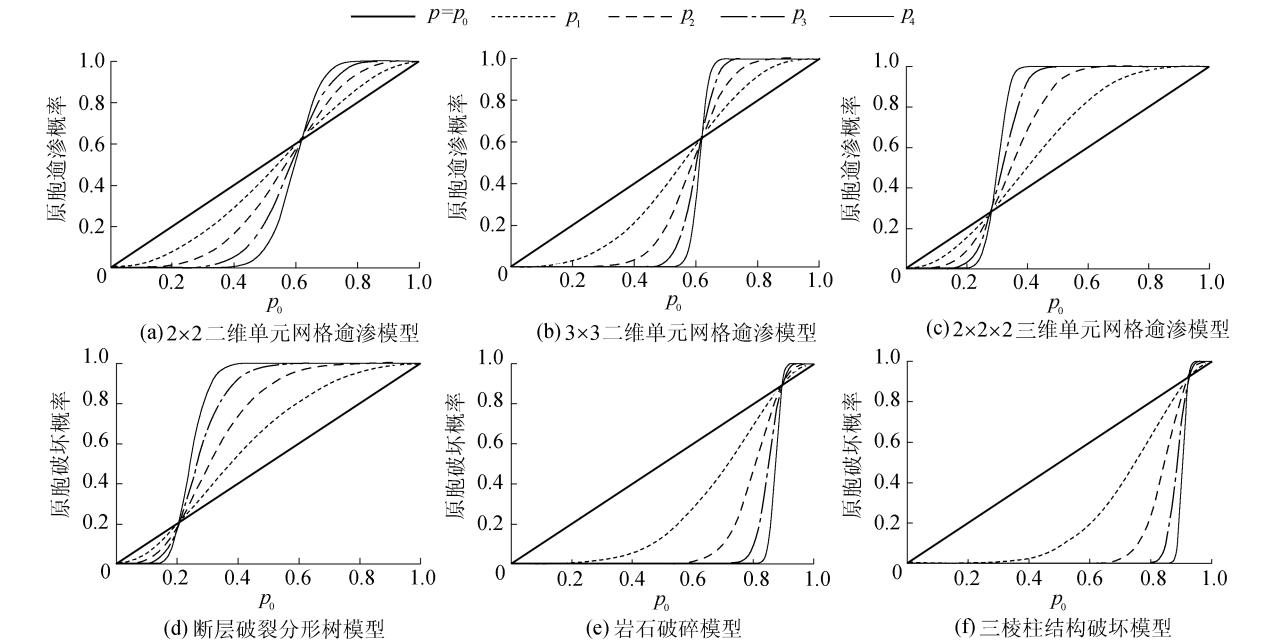


图2 原胞破坏概率曲线比较

Fig. 2 Curves of damage probability of primitive cell

是安全的;随着单元破坏概率的增加,原胞破坏概率收敛速度降低,若3次迭代后 p_3 仍较大,则说明单元破坏概率接近临界值,不过只有很小范围的 p_0 使得 p_3 较大;当 $p^* < p_0 < 1$ 时,大多情况下只需3次迭代后 p_3 就已很大,趋于1,则整体结构发生破坏。此外,2×2二维逾渗模型概率收敛速度相对较慢,这与该模型误差稍大^[18]有关,因而对于二维问题,主要分析3×3逾渗模型。

大多数情况下,原胞级数即迭代次数取3可满足实际工程需要。若 p_0 接近于临界值 p^* ,3次迭代后 p_3 仍较大,利用收敛速度可判断接近临界值的程度。

3 基于三级原胞破坏概率的结构整体安全性分级

理论上,结构整体要么破坏、要么完整,一般情况下,若 p_3 不大,结构虽不会发生整体破坏,但有可能存在较小的整体破坏趋势,所以仍需关注以下2个问题:(a)实际情况下结构的整体安全状态如何?(b)距整体破坏还有多远?由此,开展了基于三级原胞破坏概率的实际结构整体安全性分级研究。

根据以上分析及图2趋势可知,当 $0 < p_0 < p^*$ 时大多数 p_3 非常小, p_3 随着 p_0 的增加而增加,一旦 $p_3 \geq 0.01$,则 p_3 会随 p_0 增加而在很小范围内急剧增加,所以, $p_3=0.01$ 所对应的 p_0 点称为关键点,记为 $p_0^{p_3=0.01}$,该值已列于表1中。由表1可知,除2×2二维逾渗模型误差较大外,其他模型 $p_0^{p_3=0.01}$ 比 p^* 小0.0876~0.1406,平均小0.1165,这说明单元破坏概率平均只要比 $p_0^{p_3=0.01}$ 再增加0.1165时结构就会达到整体破坏临界状态。

值得一提的是,确定 $p_3=0.01$ 为关键点有3个方面的考虑:(a)从图2趋势看,当 $p_3 \geq 0.01$ 时, p_3 随 p_0

增加急剧增加;(b)从定量角度,单元破坏概率平均只要比 $p_0^{p_3=0.01}$ 增加 0.116 5 时结构就会达到整体破坏临界状态,说明 $p_3=0.01$ 有共性;(c)基于安全考虑。

分别以断层破裂、重力坝三棱柱结构破坏为例, p_0 与 p_3 关系曲线用 $OABC$ 表示,其中 O 、 A 、 B 、 C 点分别对应于纵坐标 $p_3=0$ 、 0.01 、 p^* 、 1 , p_0 与 p_3 关系曲线及结构整体安全状态如图 3 所示。将结构划分成 3 个状态, OA 段为 I 状态,结构整体安全; AB 段为 II 状态,整体安全性较低,结构由安全向整体破坏过渡,处于亚健康状态; BC 段为 III 状态,结构整体破坏。简而言之,当 $0 \leq p_3 < 0.01$ 时,结构整体处于安全状态; $0.01 \leq p_3 < p^*$ 时,结构整体处于破坏过渡状态; $p_3 \geq p^*$ 时,结构处于整体破坏状态。理论上,当 $p_3 = p^*$ 时结构整体安全处于临界状态。

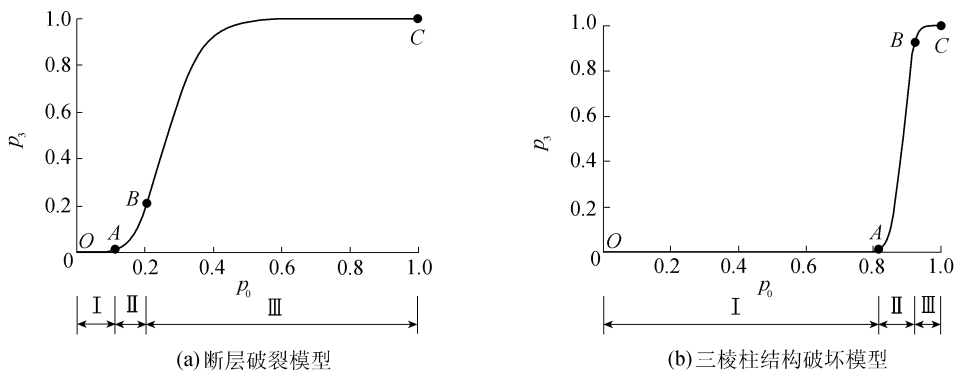


图 3 p_0 与 p_3 关系曲线及结构整体安全状态示意图
Fig. 3 p_0 - p_3 curve and schematic diagram of safety states of overall structure

4 结构整体安全性状态判别步骤

以三棱柱模型处理重力坝为例说明判别结构整体安全性状态的具体步骤。

4.1 划分三棱柱单元

假定重力坝三棱柱结构体特征长度为 $8h$ ($8h$ 为三棱柱结构体各条棱长组成的矩阵),即结构体尺度为 $8h$ 。首先,确定三棱柱结构体各条棱长的中点,划分成 $4h$ 尺度的 8 个大小相等的二级三棱柱原胞。同样,将 8 个二级三棱柱原胞划分成 $2h$ 尺度的 64 个大小相等的一级三棱柱原胞。再将 64 个一级三棱柱原胞划分成 h 尺度的 512 个大小相等的三棱柱单元,如图 1(e)所示。

4.2 确定三棱柱单元平均破坏概率 p_0

- a. 采用试验方法得到各单元破坏概率:单元破坏概率可定义为单元破损体积总和与该单元总体积之比。
- b. 采用数值仿真分析方法得到各单元破坏概率:应用二参数 Weibull 分布公式确定混凝土单元的破坏概率^[16]。
- c. 计算三棱柱单元平均破坏概率 p_0 :根据各单元破坏概率,利用算术平均法计算平均破坏概率 p_0 。

4.3 结构整体安全性状态判别

将三棱柱单元平均破坏概率 p_0 与关键点 $p_0^{p_3=0.01}$ (即 $p_0=0.8184$)、临界值 0.923 9 进行比较,当 $0 \leq p_0 < 0.8184$ 时结构整体处于安全状态,当 $0.8184 \leq p_0 < 0.9239$ 时结构整体处于破坏过渡状态,当 $p_0 \geq 0.9239$ 时结构发生整体破坏。

5 结论与展望

应用重整化群理论评价结构整体安全性时,理论上研究对象应具有无标度性,即原胞级数趋于 ∞ ,但实际工程应用中原胞级数不可能取很大。笔者提出基于三级原胞破坏概率值的结构整体安全性分级方法及判别步骤。

研究表明,当 $0 < p_0 < p^*$ 时大多数 p_3 非常小, p_3 随着 p_0 的增加而增加,一旦 $p_3 \geq 0.01$ 则 p_3 会随着 p_0 增加在很小范围内急剧增加,高级原胞破坏概率趋于 0 或 1 的范围比低级原胞范围大。原胞级数即迭代次数取 3 可满足实际工程需要,若 p_0 接近于临界值 p^* ,3 次迭代后 p_3 仍较大,利用收敛速度可判断接近临界

值程度。

单元破坏概率平均只要比 $p_3 = 0.01$ 所对应的 p_0 点增加 0.1165, 结构就会达到整体破坏临界状态, 依据关键点、不动点将结构整体安全状态划分为 3 个级别。当 $0 \leq p_3 < 0.01$ 时, 结构处于 I 状态, 整体安全; $0.01 \leq p_3 < p^*$ 时, 结构处于 II 状态, 整体安全性较低, 结构由安全向整体破坏过渡; $p_3 \geq p^*$ 时, 结构处于 III 状态, 整体破坏。

需要指出的是, 本文虽然通过局部损伤概率与整体安全性间的关系, 提出结构整体安全性评价分级新方法, 但仍有一些问题有待完善。还需开展考虑外力及其他不利环境因素对结构整体破坏概率影响规律的研究, 这将陆续在其他相关专题里进一步阐述。

参考文献:

- [1] 陈颢, 陈凌. 分形几何学[M]. 北京: 地震出版社, 2005: 76-98.
- [2] 阎贵卿, 阎毅. 近代数学物理理论计算与可视化技术[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2000: 112-120.
- [3] TURCOTTE D L. 分形与混沌: 在地质学和地球物理学中的应用[M]. 陈颢, 郑捷, 季颖, 译. 北京: 地震出版社, 1993: 21-201.
- [4] SAMMIS C G. Non-linear fracture mechanics model for spallation and coupling of nuclear explosions detonated in hard rock final rept[R]. Los Angeles: University of Southern California, 1998.
- [5] LEI Xinglin, NISHIZAWA O, MOURA A, et al. Hierarchical fracture process in brittle rocks by means of high-speed monitoring of ae hypocenter[J]. Journal of Acoustic Emission, 2005, 23: 102-122.
- [6] CHIAIA B, BORRIBRUNETTO M. Multiscale modelling of stick-slip transition of rough (fractal) surfaces[J]. Materials Science Forum, 2007, 539/543(3): 2594-2600.
- [7] BORRIBRUNETTO M, CARPINTERI A, CHIAIA B. The effect of scale and criticality in rock slope stability[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2004, 37(2): 117-126.
- [8] DAVID W F, SCOTT R P. Contamination of silicic magmas and fractal fragmentation of xenoliths in Paleocene plutons on Kodiak Island, Alaska[J]. Canadian Mineralogist, 2007, 45(1): 107-129.
- [9] WANG Lianguo, WU Yu, MIAO Xixing, et al. Mechanism of water-inrush from fault induced by mining near the working face[J]. Journal of Coal Science & Engineering (China), 2007, 13(4): 393-395.
- [10] SAHIMI M, REZA R T M, BAHRAMINASAB A, et al. Propagation and localization of acoustic and elastic waves in heterogeneous materials: renormalization group analysis and numerical simulations[J]. Acta mechanica, 2009, 205(1): 197-222.
- [11] BAHRAMINASAB A, MEHDI V A S, SHAHBAZI F, et al. Renormalization group analysis and numerical simulation of propagation and localization of acoustic waves in heterogeneous media[J]. Physical Review B, 2007, 75(6): 1-13.
- [12] 高召宁, 姚令侃, 徐光兴. 岩石破坏过程的自组织特征与临界条件研究[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2009, 41(2): 91-95. (GAO Zhaoning, YAO Lingkan, XU Guangxing. Study on self-organized characteristics and criticality condition in the course of rock failure[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2009, 41(2): 91-95. (in Chinese))
- [13] 吴国雄, 丁王飞, 张洋, 等. 沥青混凝土路面开裂破坏的渗流模型分析[J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2009, 28(6): 1016-1020. (WU Guoxiong, DING Wangfei, ZHANG Yang, et al. Percolation model of asphalt concrete pavement crack damage[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University: Natural Sciences, 2009, 28(6): 1016-1020. (in Chinese))
- [14] 何超, 吕绪良, 高福银, 等. 二维导电点渗流参数的重整化群法计算[J]. 应用科学学报, 2010, 28(2): 170-174. (HE Chao, LYU Xuliang, GAO Fuyin, et al. Calculation of 2D site percolation parameters of electrical conductivity using renormalization group method[J]. Journal of Applied Sciences, 2010, 28(2): 170-174. (in Chinese))
- [15] 顾培英, 黄勤红, 邓昌, 等. 基于重整化群的水工混凝土结构整体破坏概率研究[J]. 水利水运工程学报, 2010(4): 1-5. (GU Peiying, HUANG Qinrong, DENG Chang, et al. Damage probability of hydraulic concrete structure based on renormalization group theory[J]. Hydro-Science and Engineering, 2010(4): 1-5. (in Chinese))
- [16] GU Peiying, DENG Chang, TANG Lei. Determination of local damage probability in concrete structure[C]//2012 International Conference on Modern Hydraulic Engineering. Nanjing: China Association of Hydraulic Engineering Education, 2012: 489-493.
- [17] 顾培英, 邓昌, 汤雷. 基于三棱柱重整化群方法的混凝土重力坝整体破坏概率模型研究[J]. 水利水电科技进展, 2014, 34(3): 16-19, 80. (GU Peiying, DENG Chang, TANG Lei. Probability model of overall collapse for concrete gravity dam based on renormalization group theory of triangular prism unit[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2014, 34(3): 16-19, 80. (in Chinese))
- [18] 朱大勇, 范鹏贤, 郭志昆, 等. 裂隙岩体逾渗模型中渗透概率递推矩阵[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(2): 262-267. (ZHU Dayong, FAN Pengxian, GUO Zhikun, et al. Recurrence matrix of permeable probability in percolation model for fractured rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(2): 262-267. (in Chinese))