

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2015.02.005

混凝土的多轴强度安全系数及其应用

钱向东¹, 何晓萍¹, 焦彩虹², 周京¹

(1. 河海大学力学与材料学院, 江苏 南京 210098; 2. 北京市水利规划设计研究院, 北京 100048)

摘要: 为计算多轴应力状态下混凝土坝的强度安全系数, 以混凝土重力坝为例, 采用超载系数 K_1 和失效距离系数 K_2 分别计算多轴强度安全系数。计算结果表明, 在二轴拉-压区, K_1 略小于单轴强度安全系数 K_0 , 在二轴压-压区, K_1 大于 K_0 ; 无论在二轴拉-压区还是二轴压-压区, K_2 均小于 K_1 和 K_0 ; 混凝土重力坝的多轴强度安全系数与单轴强度安全系数具有显著差异, 在强度设计与安全评价中应采用多轴强度安全系数。

关键词: 混凝土坝; 重力坝; 多轴强度安全系数; 超载系数; 失效距离系数; 多轴应力状态

中图分类号: TU311 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2015)02-0121-06

Safety factor for multi-axial strength of concrete and its application

QIAN Xiangdong¹, HE Xiaoping¹, JIAO Caihong², ZHOU Jing¹

(1. College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Beijing Institute of Water, Beijing 100048, China)

Abstract: In order to obtain the strength safety factor of concrete dams in multi-axial stress states, taking concrete gravity dams as an example, the safety factors for multi-axial strength were calculated with the overload factor K_1 and the failure distance factor K_2 . The calculated results show that K_1 is slightly less than the safety factor K_0 for uniaxial strength in the two-axial tension-compression zone, K_1 is greater than K_0 in the two-axial compression-compression zone, and K_2 is less than K_1 and K_0 in the two-axial tension-compression zone and compression-compression zone. This indicates that the safety factor for multi-axial strength of concrete dams is significantly different from the safety factor for uniaxial strength. The safety factor for multi-axial strength should be used in the strength design and safety evaluation of concrete dams.

Key words: concrete dam; gravity dam; safety factor for multi-axial strength; overload factor; failure distance factor; multi-axial stress state

混凝土材料具有显著多轴强度效应^[1-2]。一般认为, 多轴受压状态下, 混凝土多轴强度高于单轴强度; 多轴拉压状态下, 混凝土多轴强度低于单轴强度。对处于多轴受压状态的混凝土结构, 若考虑抗压强度的提高, 就可以充分发挥材料的潜力, 节约大量建材。而对于二轴或三轴拉压应力状态下的混凝土, 若不考虑多轴强度而仍然采用单轴强度指标, 将会过高地估计结构的承载能力或抗裂能力, 降低结构的实际安全储备。

日本自 20 世纪 50 年代开始结合拱坝设计开展了一系列多轴应力状态下混凝土的强度研究, 1964 年制定的拱坝设计规范中规定要考虑混凝土在双轴应力状态下的强度, 1978 年修订的拱坝设计规范中明确提出了双轴应力状态下的强度修正系数。前苏联 1979 年颁布的《混凝土和钢筋混凝土坝》规范中规定, 设计拱坝和重力拱坝时要考虑三向应力状态, 著名的英古里拱坝(坝高 272 m)和萨扬诺舒申斯克拱坝(坝高 237 m)都按此规定设计。欧洲国际混凝土委员会的 1990 CEB-FIP 模式规范以及美国、英国的相关设计规程也都考虑了混凝土在多轴应力状态下的强度^[3-4]。

我国学者从 20 世纪 70 年代后期开始关注国外的相关研究, 于 1982 年翻译出版了《混凝土的强度和破

收稿日期: 2015-02-15

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(11132003)

作者简介: 钱向东(1963—), 男, 教授, 博士, 主要从事工程力学、水工结构工程研究。E-mail: xdqian@hhu.edu.cn

坏译文集》^[5]。水利水电科学研究院、清华大学、河海大学、大连理工大学、福州大学等单位相继开展了混凝土的多轴试验工作,积累了各种品种和强度等级的混凝土在多轴应力状态下的强度试验资料和相应的理论研究成果,为我国在工程中应用和设计规范中采用混凝土多轴强度指标打下了坚实基础。GB 50010—2002、GB 50010—2010《混凝土结构设计规范》^[6-7]正式列入了多轴应力状态下混凝土强度的有关内容。

然而,在我国的水工结构领域,除了于晓中等^[8]、杨木秋^[9]分别于1984年和1992年结合东江拱坝、二滩拱坝的混凝土强度试验讨论了二轴强度在拱坝设计中的应用外,很少看到考虑混凝土多轴强度进行大坝设计的其他报道,更没有将混凝土多轴强度的内容列入大坝设计规范。SL 319—2005《混凝土重力坝设计规范》^[10]仍然采用古老的 σ_1 最大应力准则(第一强度理论),没有采用混凝土的多轴强度理论。

考虑多轴强度效应的直接做法是在多轴强度试验基础上,根据各点的应力状态(二轴受压 C-C、二轴拉压 T-C、三轴受压 C-C-C、三轴拉压 T-C-C 或 T-T-C 等)以及应力比,近似推算相应的多轴强度,但多轴强度试验要求高、计算繁琐。过镇海^[1]给出了按多轴强度准则计算多轴强度的方法,可以方便地计算任意应力状态下的多轴强度。另一方面,从设计指标来看,可以用点强度安全系数表示容许应力所包含的安全度,则基于多轴强度准则的安全系数可以间接地反映多轴强度效应。钱向东等^[11]针对多轴强度准则,推广并讨论了传统安全系数、超载系数和强度折减系数的定义,指出了它们的适用范围和异同所在。钱向东等^[12]定义了一种基于失效距离的多轴强度安全系数,适用于任意形式的强度准则。另外,过镇海^[1]计算多轴强度的方法实质上是按比例加载的方式在强度失效面上确定失效点,据此计算得到的强度安全系数即为超载系数。

本文以混凝土重力坝为例,分别采用超载系数和文献[12]定义的失效距离系数计算多轴强度安全系数,讨论混凝土坝设计中如何考虑多轴强度效应。

1 混凝土多轴强度准则

迄今为止,国内外学者已提出了一系列混凝土多轴强度准则^[13-25],其中有些是以古典强度理论为蓝本,有些是以混凝土多轴强度的试验结果为基础的经验回归式,还有些则是以包络曲面的几何形状为依据推导的纯数学模型。钱向东等^[11]的研究表明在正常应力状态下,由这些准则计算得到的多轴强度安全系数差异不大,因此本文只选用一种修正的 Ottosen 四参数准则——江见鲸准则^[25],该准则更易于由试验标定参数,用 F 表示为

$$F = a \frac{J_2}{f_c^2} + (b + c \cos \theta) \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + d \frac{I_1}{f_c} - 1 = 0 \tag{1}$$

式中: I_1 、 J_2 ——应力张量第一不变量、应力偏量第二不变量; θ ——Lode 角; a 、 b 、 c 、 d ——参数; f_c ——单轴抗压强度。

a 、 b 、 c 、 d 可由 f_c 、单轴抗拉强度 f_t 、二轴等压强度 f_{bc} ($f_{bc} = 1.2f_c$) 和 1 组三轴抗压强度 (Haigh-Westergaard 坐标系参数为 $\theta = 60^\circ$, $\xi/f_c = -4.0$, $r/f_c = 5.0$) 确定。当 f_t 分别取为 $0.08f_c$ 、 $0.10f_c$ 、 $0.12f_c$ 时,确定的 4 个参数见表 1。

表 1 江见鲸准则参数
Table 1 Parameters of Jiang Jianjing criterion

f_t/f_c	a	b	c	d
0.08	1.818 4	1.180 7	13.255 6	4.114 5
0.10	1.285 6	1.426 8	10.255 1	3.212 8
0.12	0.930 8	1.590 7	8.256 3	2.612 2

2 混凝土多轴强度安全系数的一般算法

点强度安全系数是结构强度设计与校核的重要指标,其大小不仅与材料的强度参数和各点的应力状态有关,还与材料的强度准则有关。由多轴强度准则计算得到的点强度安全系数称为多轴强度安全系数。对于形如式(1)的混凝土多轴强度准则,一般包含 3~5 个材料参数,难以采用 1 个强度指标和 1 个相当应力来简单地定义点强度安全系数。目前,可供选择的多轴强度安全系数主要有:超载系数、强度折减系数^[11]和失效距离系数^[12]。根据钱向东等^[11]的分析,强度折减系数依赖于折减参数的选择。江见鲸准则具有 4 个参数,数值取决于单轴拉压强度比,与强度的绝对值无关,因此不能直接作为强度参数进行折减,如果选择 f_c 进行折减,则可以推导出强度折减系数与超载系数相同。因此,本文选用超载系数和失效距离系数进行多轴强度安全系数的计算。

2.1 超载系数

设材料的强度准则可统一表示为

$$F(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)^T$

式中： $\boldsymbol{\sigma}$ ——主应力向量。

对任意应力状态 $\boldsymbol{\sigma}_0 = (\sigma_{0,1}, \sigma_{0,2}, \sigma_{0,3})^T$,如果保持各主应力的比例不变,同时扩大 K_1 倍后刚好满足强度准则(强度极限方程,式(2)),即落在强度极限面上:

$$F(K_1 \boldsymbol{\sigma}_0) = 0 \tag{3}$$

则称 K_1 为该应力状态的超载系数。

根据 K_1 的定义,并将式(1)代入式(3),得江见鲸准则超载系数的计算公式:

$$AK_1^2 + BK_1 - 1 = 0 \tag{4}$$

其中
$$A = \frac{J_2}{f_c^2} \quad B = (b + c \cos \theta) \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + d \frac{I_1}{f_c}$$

2.2 失效距离系数

对任意的应力状态 $\boldsymbol{\sigma}_0$,假设 $\boldsymbol{\sigma}^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*, \sigma_3^*)^T$ 是强度极限面上距离 $\boldsymbol{\sigma}_0$ 最近的点,则称 $\boldsymbol{\sigma}^*$ 是对应于 $\boldsymbol{\sigma}_0$ 的失效点,并将

$$D(\boldsymbol{\sigma}_0) = \|\boldsymbol{\sigma}^* - \boldsymbol{\sigma}_0\| = \sqrt{(\sigma_1^* - \sigma_{0,1})^2 + (\sigma_2^* - \sigma_{0,2})^2 + (\sigma_3^* - \sigma_{0,3})^2} \tag{5}$$

记为 $\boldsymbol{\sigma}_0$ 的失效距离。

钱向东等^[12]采用失效距离定义了一种安全系数,本文称为失效距离系数,以 K_2 表示,其表达式为

$$K_2 = \frac{\|\boldsymbol{\sigma}_0 - \boldsymbol{\sigma}_m\| - \operatorname{sgn}(F) \|\boldsymbol{\sigma}^* - \boldsymbol{\sigma}_0\|}{\|\boldsymbol{\sigma}_0 - \boldsymbol{\sigma}_m\|} \tag{6}$$

其中
$$\boldsymbol{\sigma}_m = (\sigma_m, \sigma_m, \sigma_m)^T \quad \sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{0,1} + \sigma_{0,2} + \sigma_{0,3})$$

式中： $\boldsymbol{\sigma}_m$ ——平均应力； $\operatorname{sgn}(F)$ —— F 的符号函数。

计算 K_2 的关键是确定 $\boldsymbol{\sigma}^*$ 。根据定义, $\boldsymbol{\sigma}^*$ 的计算可以归结为以下约束最优化问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & D(\boldsymbol{\sigma}_0) = \|\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_0\| \\ \text{s. t.} \quad & F(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

利用 Lagrange 乘子法可以容易地解出 $\boldsymbol{\sigma}^*$, 详见文献[12]。

3 算例与分析

图1为混凝土重力坝的有限元网格模型,按平面应力问题计算。混凝土重力坝坝高为100 m,坝底宽70 m,坝顶宽10 m。坝体和基岩的材料参数见表2。

在坝体自重和上游满库水压力作用下,坝体的主应力分布如图2所示。由图2可知,只有上游坝踵附近出现较小的拉应力,处于二轴拉-压状态,其他大部分区域处于二轴压-压状态。

假定坝体混凝土 $f_c = 18 \text{ MPa}$, $f_t = 0.10f_c$ 。采用江见鲸准则计算得到坝体多轴强度安全系数 K_1 、 K_2 分布如图3(a)(b)所示。为了比较,图3(c)给出了传统的基于第一强度理论的单轴强度安全系数 K_0 。比较图3(a)和图3(c)可知,由于坝体大部分区域处于二轴受压状态,整体上能够反映 K_1 大于 K_0 的状况,但不是很显著。从图3(b)可以看出, K_2 明显小于 K_1 和 K_0 。

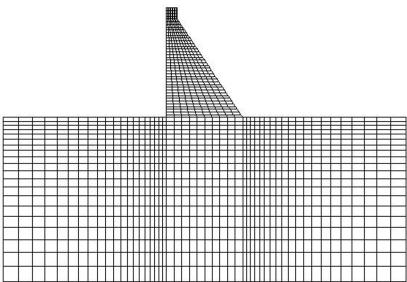


图1 混凝土重力坝有限元网格模型
Fig. 1 Finite element mesh of concrete gravity dam

表2 材料参数
Table 2 Parameters of materials

材料	弹性模量/ 10 ⁴ MPa	泊松比	密度/ (kg · m ⁻³)
坝体混凝土	2.4	0.167	2400
基岩	2.6	0.200	2600

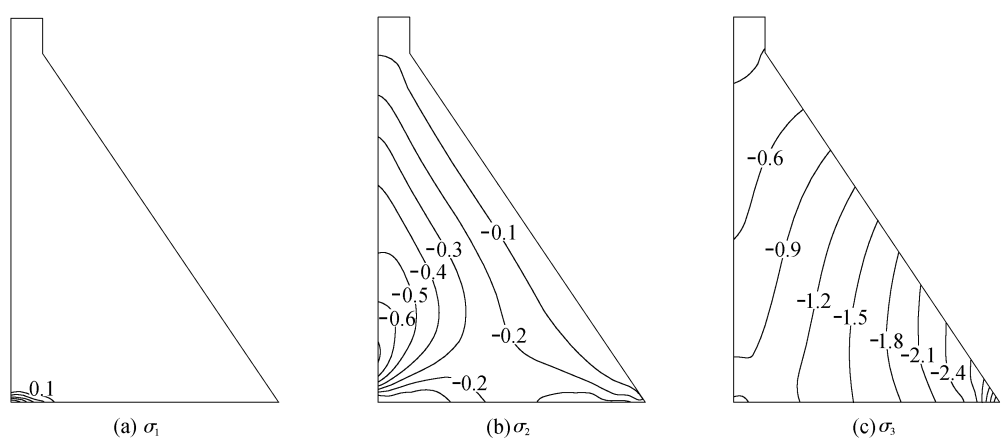


图2 重力坝主应力等值线(单位:MPa)
Fig. 2 Contours of principal stress of gravity dam (units:MPa)

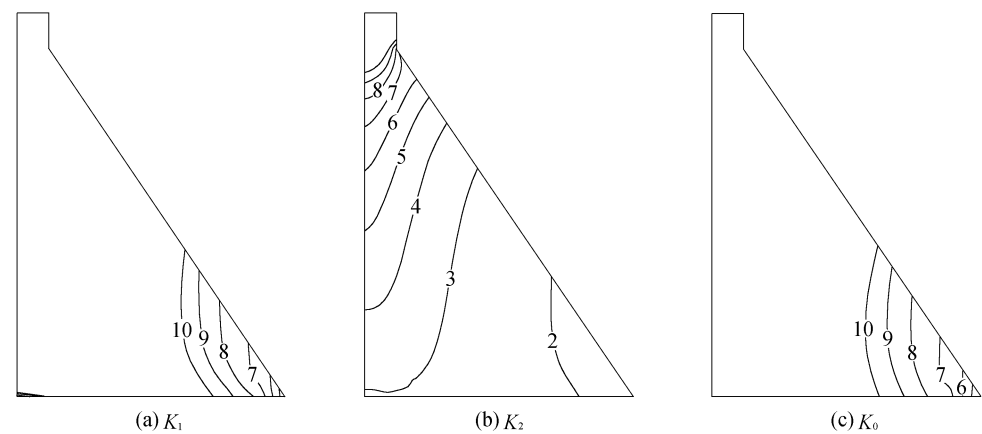


图3 坝体强度安全系数等值线
Fig. 3 Contours of strength safety factor of dam body

表3给出了包括坝踵、坝趾在内的大坝建基面的应力状态参数、 K_1 、 K_2 和 K_0 。由表3可知,从坝踵到坝趾其应力状态由拉-压转变为压-压,多轴强度安全系数 K_1 、 K_2 由小到大再到小,坝踵、坝趾处的安全系数最小,也就是强度薄弱处。在坝踵附近的二轴拉-压区, K_1 、 K_2 均小于 K_0 ,体现了强度的降低;在二轴压-压区, K_1 大于 K_0 ,充分体现了二轴受压状态下强度的提高。

表3 大坝建基面主应力及安全系数

Table 3 Principal stresses and safety factors on dam foundation surface

至坝踵 距离/m	主应力/MPa			多轴强度安全系数		单轴强度 安全系数 K_0
	σ_1	σ_2	σ_3	K_1	K_2	
0	0.97	0.00	-0.42	1.83	1.81	1.86
7	0.41	0.00	-0.99	3.82	2.31	4.35
14	0.11	0.00	-1.11	15.86	2.93	16.22
21	0.00	-0.09	-1.26	15.04	2.76	14.29
28	0.00	-0.19	-1.41	14.09	2.61	12.77
35	0.00	-0.25	-1.57	12.86	2.46	11.46
42	0.00	-0.30	-1.74	11.74	2.32	10.34
49	0.00	-0.35	-1.94	10.56	2.18	9.28
56	0.00	-0.38	-2.22	9.17	2.01	8.11
63	0.00	-0.43	-2.59	7.84	1.86	6.95
70	0.00	-0.53	-4.71	4.15	1.42	3.82

从数值上看,即使在二轴压-压区, K_2 均小于 K_0 ,似乎不太合理。然而,工程结构设计中要求安全系数达到某一规定的数值,其目的就是使结构具有足够的安全储备以应对包括荷载、材料性能、分析模型等方面的不确定性,故安全系数的计算应尽可能反映最不利的情况。多轴强度的计算或超载系数的计算均假定各应

力分量保持同一比例,显然是一种理想的状态。条件变化时,实际结构的应力状态不可能保持设计状态时的比例变化。 K_2 反映的是最不利状况,因此,不仅有其合理性,而且具有工程意义。

4 结 语

a. 根据混凝土的多轴强度准则,采用超载系数和失效距离系数,可以方便地计算重力坝的多轴强度安全系数,不需要先确定多轴应力状态下的强度。虽然本文选用的混凝土强度准则是江见鲸准则,但计算方法同样适用于其他强度准则。

b. 在二轴拉-压区,超载系数略小于单轴强度安全系数;在二轴压-压区,超载系数大于单轴强度安全系数,提高约 10%。超载系数能够直观地反映混凝土坝的二轴强度效应,但比例加载的假定不一定符合实际荷载作用的不确定性。

c. 无论在二轴拉-压区还是二轴压-压区,失效距离系数均小于超载系数,也小于单轴强度安全系数,就算例而言,失效距离系数是多轴强度安全系数的下限。

d. 在混凝土坝的强度设计和安全评估时应考虑混凝土的多轴强度效应,可以将失效距离系数作为混凝土坝的强度安全系数,具体取值应结合已建工程开展进一步研究。

参考文献:

[1] 过镇海. 混凝土的强度和变形试验基础和本构关系[M]. 北京:清华大学出版社,1997.

[2] 俞茂宏. 混凝土强度理论及其应用[M]. 北京:高等教育出版社, 2002.

[3] 过镇海. 混凝土的多轴强度介绍[J]. 建筑结构学报,1994, 15(6): 72-75. (GUO Zhenhai. Multi-axial strength of concrete [J]. Journal of Building Structures, 1994, 15(6): 72-75. (in Chinese))

[4] 过镇海. 混凝土的多轴强度和本构关系(I) [J]. 建筑结构,1995(8): 49-56. (GUO Zhenhai. Multi-axial strength and constitutive relations of concrete(I) [J]. Building Structure, 1995(8): 49-56. (in Chinese))

[5] 水利水电科学研究院. 混凝土的强度和破坏译文集[M]. 北京:水利电力出版社,1982.

[6] GB 50010—2002 混凝土结构设计规范[S].

[7] GB 50010—2010 混凝土结构设计规范[S].

[8] 于晓中,曹建国,郭桂兰. 混凝土的二轴强度及其在拱坝设计中的应用[C]//水利水电科学研究院. 水利水电科学研究院科学论文文集(第 19 集). 北京:水利电力出版社,1984:17-23.

[9] 杨木秋. 混凝土二轴受压与二轴拉压强度及其在拱坝设计中的应用[J]. 人民长江,1992,23(6):35-39. (YANG Muqiu. Concrete strength under biaxial and triaxial compressive stresses and its application in arch dam design[J]. Yangtze River, 1992,23(6):35-39. (in Chinese))

[10] SL319—2005 混凝土重力坝设计规范[S].

[11] 钱向东,焦彩虹. 基于多参数强度准则的安全系数定义问题[J]. 水利水电科技进展,2007,27(4):34-37. (QIAN Xiangdong, JIAO Caihong. On the definitions of factor of safety based on multi-parameter strength criterion[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2007,27(4):34-37. (in Chinese))

[12] 钱向东,姜弘道. 多轴强度安全系数的定义及应用[J]. 建筑科学与工程学报,2008,25(1):38-42. (QIAN Xiangdong, JIANG Hongdao. Definition and application of safety factor for multi-axial strength[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2008,25(1):38-42. (in Chinese))

[13] BRESLER B, PISTER K S. Strength of concrete under combined stresses[J]. Journal of ACI, 1958,55(9):321-345.

[14] WILLAM K J, WARNKE E P. Constitutive models for the triaxial behavior of concrete[C]//IABSE. IABSE Seminar on Concrete Structures Subjected to Triaxial Stresses. Bergamo: IABSE, 1974:1-30.

[15] OTTOSEN N S. A Failure criterion for concrete[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1977, 103(EM4): 527-535.

[16] HSIEH S S, TING E C, CHEN W F. An elastic-fracture model for concrete [J]. International Journal of Solids and Structures, 1982,18(3):181-197.

[17] KOTSOVOS M D. A mathematical description of the strength properties of concrete under generalized stress[J]. Magazine of Concrete Research, 1979,31:151-158.

[18] PODGORSKI J. General failure criterion for isotropic media[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111:188-201.

[19] WANG Chuazhi, GUO Zhenhai, ZHANG Xiuqin. Experimental investigation of biaxial and triaxial compressive strength[J].

ACI Materials Journal, 1987, 84(2): 92-100.

[20] MENETREY P, WILLAM K. Triaxial failure criterion for concrete and its generalization[J]. ACI Structural Journal, 1995, 92(3): 311-318.

[21] 过镇海,王传志,张秀琴. 多轴应力下混凝土的强度和破坏准则研究[J]. 土木工程学报,1991,24(3):1-14. (GUO Zhenhai, WANG Chuazhi, ZHANG Xiuqin. Investigation of strength and failure criterion of concrete under multi-axial stresses [J]. China Civil Engineering Journal, 1991,24(3):1-14. (in Chinese))

[22] 宋玉普,赵国藩,彭放,等. 多轴应力下多种混凝土材料的通用破坏准则[J]. 土木工程学报,1996,29(1):25-32. (SONG Yupu, ZHAO Guofan, PENG Fang, et al. General failure criterion for different concrete materials under multi-axial stresses [J]. China Civil Engineering Journal, 1996,29(1):25-32. (in Chinese))

[23] 钱在兹,钱春. 混凝土复杂受力状态下的统一强度准则[J]. 土木工程学报,1996,29(2):45-55. (QIAN Zaizi, QIAN Chun. Unified strength criterion of concrete under multi-axial loading conditions[J]. China Civil Engineering Journal, 1996,29(2):45-55. (in Chinese))

[24] 赵均海,俞茂宏,刘云贺,等. 混凝土统一强度理论及其应用[J]. 西北建筑工程学院学报:自然科学版,1998(4):1-9. (ZHAO Junhai, YU Maohong, LIU Yunhe, et al. Unified strength theory for concrete and its application[J]. Journal of Northwestern Institute of Architectural Engineering:Natural Sciences, 1998(4):1-9. (in Chinese))

[25] 江见鲸,陆新征,叶列平. 混凝土结构有限元分析[M]. 北京:清华大学出版社,2005.

· 简讯 ·

国际污染场地环境管理与修复技术研讨会将在南京举行

随着工业化和城市化进程的加速,粗放的环境安全管理模式、无序的工业废水排放或泄漏及矿渣的堆放,对周边土壤环境造成了严重污染,土壤修复,尤其是城市污染场地(棕地)土壤的修复受到了前所未有的关注。由中国科学院南京土壤研究所和美国 Geosyntec 公司主办的国际污染场地环境管理与修复技术研讨会将于 2015 年 4 月 26—29 日在南京举行。

研讨会主要议题包括:(a)污染场地环境调查与风险评估技术应用与实践;(b)污染场地政策、标准、技术规范与法规探讨;(c)污染场地复合污染物多介质迁移转化机理;(d)污染场地可持续环境管理框架体系探讨;(e)污染场地修复技术实践与案例分析;(f)污染场地修复市场现状分析与产业化模式。

会议电子文件请浏览网站:www.meeting.edu.cn(中国学术会议在线)。

(本刊编辑部供稿)