

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2021.06.009

考虑级配空间随机特性的堆石坝变形应力分析

朱 晟^{1,2}, 卢知是^{1,2}

(1. 河海大学水文水资源与水利水电工程国家重点实验室, 江苏 南京 210098;
2. 河海大学水工结构研究所, 江苏 南京 210098)

摘要: 为研究坝壳料填筑级配的空间变异性及其对土石坝变形、应力的影响,以两河口心墙堆石坝最大断面坝段为例,选取分形分布作为级配模型,引入地质统计学方法,以指数模型、高斯模型为变异函数模型,分析级配分形维数的空间变异结构,采用克里金估计方法模拟堆石料、过渡料级配的空间随机分布;将随机模拟与有限元方法相结合,对大坝进行 500 次随机应力、变形计算后得到收敛结果,并与确定性有限元法作比较。结果表明:考虑级配空间分布的随机性时,坝体水平向位移、最大沉降量等都有不同程度的增大;若不考虑随机性,有超出 50% 的概率低估坝体应力、变形;考虑级配随机特性的计算方法对于高堆石坝设计及变形控制问题具有较好的应用价值。

关键词: 堆石坝;级配;分形理论;空间变异结构;克里金方法;随机性有限元

中图分类号: TV641.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2021)06-0543-07

Deformation and stress analysis of rockfill dams considering spatial randomness of gradation parameter

ZHU Sheng^{1,2}, LU Zhishi^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Institute of Hydraulic Structures, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: To study the impact of spatial randomness of the gradation parameter on the deformation and stress of rockfill dams, the fractal model was selected to describe the gradation distribution. The exponential model and the Gauss model were introduced as the variogram model to analyze the spatial varying structure of gradation fractal dimension D , and some geological statistical methods such as the Kriging method were introduced to simulate the spatial random distribution of gradation parameters of rockfill material and transition material in the Lianghekou core-wall rockfill dam. With the combination of stochastic modeling and finite element method, this paper carried out 500 deformation and stress simulations for the dam to obtain the convergent results and compared the results with the deterministic finite element method. It is determined that when the spatial variability of rockfill materials is considered, the maximum displacement in horizontal direction and the maximum settlement will increase. Therefore, when the spatial variability is not considered, the probability of underestimating dam stress and deformation will exceed 50%. The calculation method considering the spatial random distribution of gradation parameter has good application value for the design and deformation control of high rockfill dams.

Key words: rockfill dam; gradation; fractal theory; spatial variation structure; Kriging method; stochastic finite element method

近年来,西部地区一批 300 m 级高心墙堆石坝即将开工建设,高堆石坝的变形控制问题成为设计研究的重点。已有研究表明,堆石料的级配分布显著影响其物理性质和力学行为,且随荷载增大,相关性明显提高。陈镬芬等^[1]通过三轴剪切试验发现堆石料级配的分形维数越大,各围压下峰值强度越大;赵婷婷等^[2]基于颗粒流方法进行数值试验,认为分形维数可用于量化分析堆石料力学特性;加力别克等^[3]通过三轴压缩试验,得出分形维数与其抗剪强度、破坏比、切线模量等邓肯 E-B 模型参数之间存在二次函数关系;朱晟等^[4]分析了级配与抗剪强度、剪胀性、压缩性及颗粒破碎之间的规律,建立了广义塑性模型参数与分形维数之间的函数关系。

目前高坝的变形与应力研究成果,绝大部分以各分区坝料采用单一级配的假定为基础。然而堆石料级

作者简介: 朱晟(1965—),男,教授,博士,主要从事水工岩土与环境岩土研究。E-mail:szhu@hhu.edu.cn
引用本文: 朱晟,卢知是. 考虑级配空间随机特性的堆石坝变形应力分析[J]. 河海大学学报(自然科学版),2021,49(6):543-549.
ZHU Sheng, LU Zhishi. Deformation and stress analysis of rockfill dams considering spatial randomness of gradation parameter[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2021, 49(6): 543-549.

配存在分布上的空间变异性,且受自然条件、岩石性状、填筑过程等因素影响,表现出结构上的不确定性,按单一级配计算不能完全反映工程实际。Vanmarcke^[5]用齐次正态随机场模拟土性剖面,建立了岩土参数随机场模型。我国专家学者如张征等^[6]将地质学方法应用于岩土参数分析,拓展了随机场理论及应用;蒋水华等^[7]提出了考虑空间变异性的非均质边坡可靠度分析方法;刘鑫等^[8]采用随机极限平衡法发现边坡破坏的演化与土体参数的空间分布密切相关;杨鸽等^[9]在对筑坝料随机场进行地震响应分析时,得出忽略材料不确定性的方法会较大程度低估坝坡危险性。

已有的随机有限元研究主要针对边坡稳定问题,而对于级配参数空间随机分布的研究成果较为稀缺。为此,本文引入地质统计学方法,结合施工填筑检测资料,模拟级配参数的空间随机分布,进行考虑级配效应的变形与应力研究,为高心墙堆石坝的变形控制问题提供新的思路。

1 坝壳料级配分形分布模型

已有研究成果^[10-13]表明,粗粒土在不同的粒度范围内均表现出良好的分形性状,分形维数 D 已成为表征岩土材料物理力学性质的重要指标。对于堆石料,采用颗粒质量的分形分布模型,即

$$P(d_i) = \left(\frac{d_i}{d_{\max}}\right)^{3-D}$$

(1)

式中: $P(d_i)$ ——小于 d_i 的颗粒质量占比; d_i ——颗粒直径; $d_{\max}$ ——最大粒径。

结合建设中的两河口心墙堆石坝检测级配,采用分形分布拟合坝料的颗粒级配曲线如图 1 所示,相关系数均大于 0.989,基本满足分形分布。

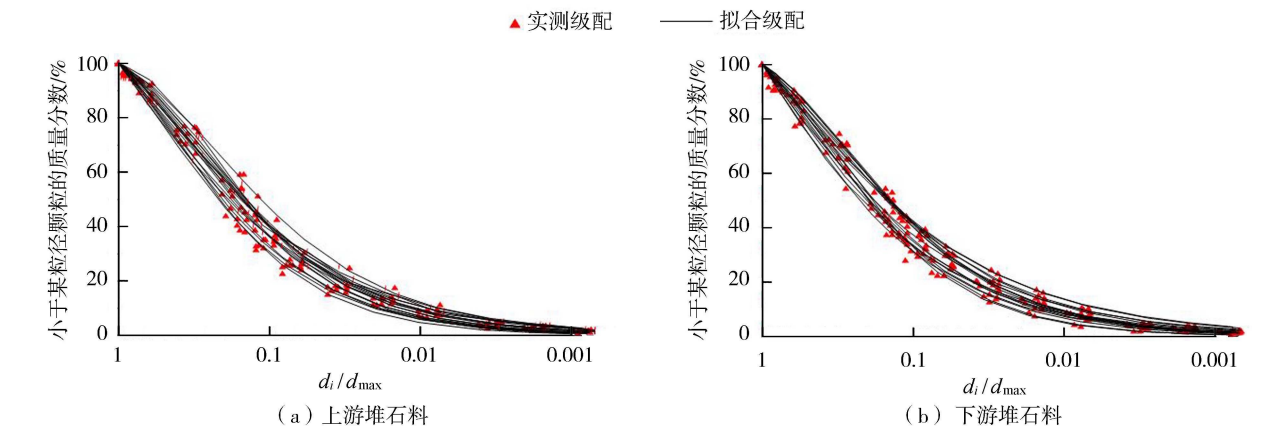


图 1 两河口心墙堆石坝填筑级配曲线
Fig. 1 Grading curve of Lianghekou rockfill dam

对堆石料、过渡料检测级配的分形维数值分别进行 K-S 正态分布检验,双侧相伴概率值 p 分别为 0.395、0.194,均大于 0.05,因而各分区分形维数 D 满足正态分布。由于心墙、垫层、反滤料分形维数的变异系数均小于 1%,级配差异相对较小,故本文着重研究堆石料、过渡料等粗粒料的空间随机分布,假定其他分区填料为单一级配,计算时参数作均一化处理。

表 1 分形维数 D 统计特性
Table 1 Statistical characteristics of fractal dimension D

坝料分区	最大值	最小值	均值	标准差	变异系数/%	$\mu\pm3\sigma$	显著性 Sig 值
堆石料	2.681	2.347	2.56	0.041	1.60	2.437 ~ 2.683	0.395
过渡料	2.583	2.213	2.48	0.046	1.86	2.342 ~ 2.618	0.194

分形分布模型能够定性、定量描述已知级配检测点的信息,然而难以掌握空间其他位置点的信息,大坝整体结构仍存在很大的未确知性,需进一步研究分形维数 D 在坝体内的空间分布。

2 级配空间变异结构分析

地质学中,以空间坐标 x_1, x_2, x_3 为自变量的随机函数 $Z(x_1, x_2, x_3) = Z(x)$ 称为区域化变量^[6],其方差为

$$V_{ar}[Z(x) - Z(x + h)] = E[Z(x) - Z(x + h)]^2 = 2\gamma(h)$$

(2)

式中: h ——检测点间距; E ——期望值; $\gamma(h)$ ——变异函数,用来描述空间点之间的差异性和相关性。

散布于坝体内、与空间位置相关的级配参数即可看作区域化变量。选取两河口心墙堆石坝距左岸坝肩 335.94 ~ 347.79 m (最大断面坝段) 的检测级配共 54 组,空间位置如图 2 所示。由于两河口工程尚处于在建阶段,故本文研究只应用 1/3 坝高以下的检测级配资料,通过计算较低高程处分布的坝料测点的空间相关性,近似模拟整个断面级配的空间分布。

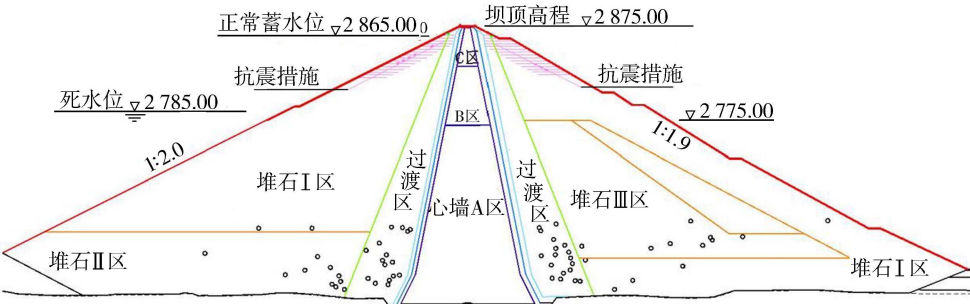


图 2 大坝填筑检测级配分布 (单位:m)

Fig.2 Detecting point distribution of dam material gradation (unit: m)

为保证随机模拟精度,需试算合理的变异函数理论模型。利用 GS+、Arcgis 等地质统计学软件计算变异函数,根据样本值计算 $\gamma(h)$ 的估计量 $\gamma^*(h)$,用理论变异函数模型对 $\gamma^*(h)$ 做回归拟合,并选定误差最小模型作为理论模型。计算时需设置最大步长和 Lag 步长等参数,最大步长为分离距离的最大值 h_{max} ,通常为 $L/2$ (L 为区域内沿某方向的最大尺度)^[14]。该堆石坝散布的检测点间距最大值为 894 m,故选择 447 m 作为最大步长值。由于计算数据量要求对应每个样本间距值的点对至少为 30 对,经试算选定合理步长值为 65.6 m。以堆石料为例,变异函数理论模型及模型参数模拟结果见表 2。

表 2 变异函数理论模型及参数模拟结果

Table 2 Theoretical models of variogram and simulation results of parameters

模型	理论模型通式	C_0	C	$C_0/(C_0+C)$	a	离差平方和/ 10^{-8}	R^2
球状模型	$\gamma(h)=\begin{cases} C_0+C_1[1.5(h/a)-0.5(h/a)^3] & 0\leq h\leq a \\ C_0+C_1 & h>a \end{cases}$	0.000 23	0.001 19	16.15%	63.9	1.20×10 ⁻⁸	0.716
指数模型	$\gamma(h)=C_0+C_1(1-e^{-h/a})$	0.000 12	0.001 29	8.69%	56.2	1.43×10 ⁻⁸	0.660
高斯模型	$\gamma(h)=C_0+C_1[1-e^{-(h/a)^2}]$	0.000 27	0.001 15	18.88%	48.3	1.43×10 ⁻⁸	0.660

注:块金值 C_0 指样本间距极短时变异函数值的跃升,基台值 C_0+C 指变异函数趋势中表现出的平台值,其相应的样本间距 a 称为变程。

区域化变量的相关程度有对应的分级标准^[14],当块金系数 $C_0/(C_0+C) \leq 25\%$ 、 $=25\% \sim 75\%$ 、 $>75\%$ 时,分别对应强烈、中等、微弱的 3 种空间相关程度等级。根据表 2,球状、指数、高斯模型的块金系数分别为 16.15%、8.69% 和 18.88%,表明分形维数具有强烈的空间自相关性。其中,指数模型离差平方和更小、 R^2 更大、块金系数更小,故选定指数模型作为堆石料分形维数 D 的变异函数理论模型,如图 3 所示,横轴为步长值限定下的所有点对距离的平均值,纵轴为对应于离散点的变异函数值。

计算得到堆石料级配参数的变异函数指数模型拟合公式为

$$\gamma(h) = 0.000\,229 + 0.000\,1189(1 - e^{-h/63.9})$$

(3)

重复上述步骤对过渡料进行变异函数计算,选择高斯模型为变异函数理论模型,公式为

$$\gamma(h) = 0.001\,13 + 0.011\,69[1 - e^{-(h/236.4)^2}]$$

(4)

将空间距离 h 作为主要参数,借助变异函数理论模型明确了空间各位置点参数间的相关性和依赖性,在此基础上对分形维数 D 的空间分布进行随机模拟。

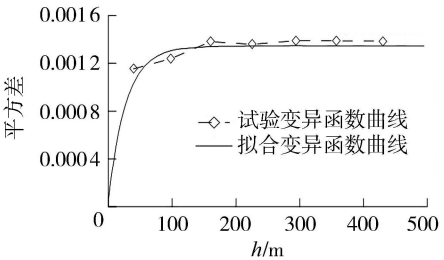


图 3 变异函数指数模型拟合曲线

Fig.3 Fitting curve of exponential model for variogram

3 级配空间随机分布模拟

3.1 随机有限元离散方法

采用中心点法对坝壳料级配参数的空间分布作离散化处理。将最大断面坝段视为空间几何域 V , 并划分为 n 个子单元 $V_1、V_2、\cdots、V_n$, 用 $Z(x)$ 在 $V_i(i=1,2,\cdots,n)$ 中点 x_i 的值 $Z(x_i)$ 来表征单元体 V_i 的特征, 即可离散得 n 个随机变量 $Z(x_1)、Z(x_2)、\cdots、Z(x_n)$ 。为便于计算分析, 依据坝体有限元剖分网格对分形维数 D 进行空间离散, 采用空间 8 节点等参单元, 共 811 个单元、1 625 个节点, 如图 4 所示, 沿垂直于坝轴线从上游到下游为 x 轴正向, 沿坝体高程方向为 y 轴正向。

3.2 克里金估计方法

克里金估计方法通过对已有数据加权线性组合, 采用拉格朗日乘数法求解可得分形维数 D 在无偏性条件和估计方差最小原则下的线性估计量^[15-16], 是较优秀的线性无偏估计方法。估计采用克里金估计方法对坝体内未检测的级配不确知点进行随机估计, 将估得的 $Z^*(x_i)$ 值赋给 V_i 对应的随机变量 $Z(x_i)$ 。

由于克里金估计方法对正态分布的数据预测精度最高, 且分形维数 D 服从正态分布, 因此精度能够得到保证^[17]。对堆石料、过渡料级配空间离散单元进行随机内插, 将某次估计结果绘制成空间随机分布图如图 5 所示, 受空间不同位置点的相关性影响, 级配参数表现出局部随机性和整体结构性, 这是空间变异性的主要特征。由于级配测点集中于坝体较低高程, 较高高程处的离散点间距 h 较大, 空间依赖性降低, 一定程度上影响了较高高程处的模拟精度。

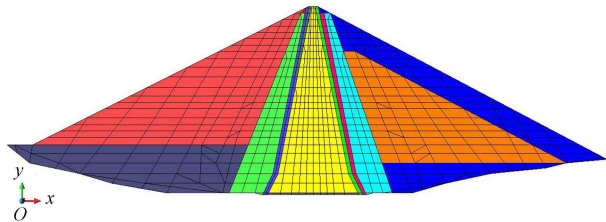


图4 大坝有限元网格剖分示意图

Fig.4 Finite element meshing of the dam

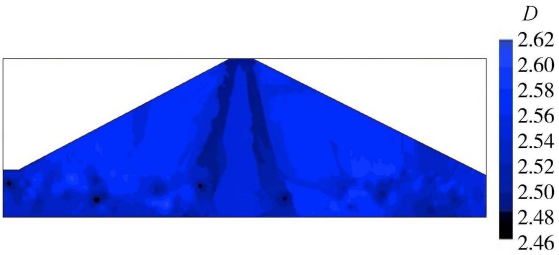


图5 坝料级配参数的空间随机分布

Fig.5 Spacial random distribution of gradation parameter of dam material

3.3 随机模拟精度验证

用交叉证实法验证空间随机模拟的精度, 其原理为: 将各已知点 $Z(x)$ 暂时从数据系列中除去, 根据其他已知点测值、克里金估计方法和变异函数理论模型计算该位置处的估计值 $Z^*(x)$, 并将 $Z^*(x)$ 放回数据系列, 对各点依次遍历可得 $Z^*(x_1)、Z^*(x_2)、\cdots、Z^*(x_n)$ 的新数据系列, 并将其与原始数据系列 $Z(x_1)、Z(x_2)、\cdots、Z(x_n)$ 进行统计比较。对图 5 模拟结果进行交叉验证, 结果如表 3 所示, 堆石料、过渡料的标准差分别为 0.085 和 0.076, 数值较小, 相关系数分别为 0.785 和 0.712, 认为变异参数模型合理, 插值精度较高。

表3 交叉验证精度评价

Table 3 Accuracy evaluation table for cross validation

筑坝料分区	标准差	R^2	趋势预测值
堆石料	0.085	0.785	1.421
过渡料	0.076	0.712	1.402

4 心墙堆石坝随机有限元静力分析

4.1 静力计算

考虑到单次模拟的随机性, 应重复以上方法对分形维数 D 的空间分布进行多次随机模拟, 并将模拟结果应用于有限元计算, 直至主要计算值统计结果趋于稳定。材料的本构模型选取广义塑性模型。朱晟等^[4,18]以国内外典型高坝的试验资料为依据, 建立了广义塑性模型参数与分形维数之间的函数关系式, 可用于考虑填筑级配影响的土工计算。

基于文献[4,18]中一一对应关系, 可得考虑随机特性的广义塑性模型参数, 并针对各次模拟进行静力计算分析。借鉴 Griffiths 等^[17]对于随机模拟稳定的判定方法, 绘制主要计算结果的滑动平均值 (running average) 随模拟次数 n 的波动曲线, 设第 i 次模拟得到的计算结果为 r_i , 则滑动平均值定义为

$$\bar{R}(n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^nr_i\tag{5}$$

以水平向下游侧位移为主要计算结果,绘制 $\bar{R}(n)$ 随模拟次数变化的示意图如图 6 所示,发现当模拟次数达到 500 次时,数据波动已趋于稳定。将 500 次随机模拟得到的材料参数统计特性列于表 4。

4.2 计算结果统计分析

4.2.1 变形和应力

图 7 为第 50 次随机模拟得到的位移和应力分布。对 500 组考虑随机特性的静力计算结果做 K-S 正态分布检验,得下游侧位移、上游侧位移、最大沉降量、第一主应力、第三主应力假设检验的显著性概率分别为 0.932、0.474、0.864、0.580 和 0.973,均高于 0.05,满足正态分布。

表 4 材料随机参数统计特性

Table 4 Random properties of dam material parameters		M_{j0}	n_f	M_e	α	β	C_t	C_e	m	d
堆石料	均值	2.528	0.914	1.743	1.425	0.022	0.003 0	0.001 0	0.584	1.151
	标准差	0.105	0.015	0.010	0.062	0	0.000 4	0.000 1	0.023	0.039
	变异系数	0.041 5	0.016 4	0.005 7	0.043 5	0.00	0.133 3	0.100 0	0.039 4	0.033 9
过渡料	均值	2.601	0.903	1.750	1.345	0.012	0.004 0	0.002 0	0.558	1.123
	标准差	0.039	0.007	0.004	0.023	0	0.000 2	0.000 1	0.013	0.016
	变异系数	0.015 0	0.007 8	0.002 3	0.017 1	0.00	0.050 0	0.050 0	0.023 3	0.014 2

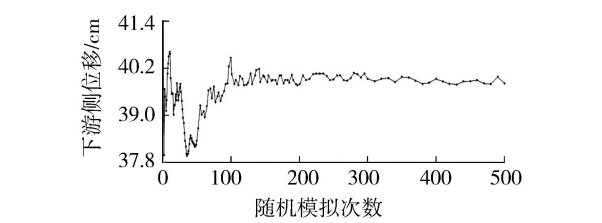


图 6 下游侧位移的滑动平均值随模拟次数的波动示意图

Fig.6 Fluctuation diagram of moving average with simulation number for displacement in downstream

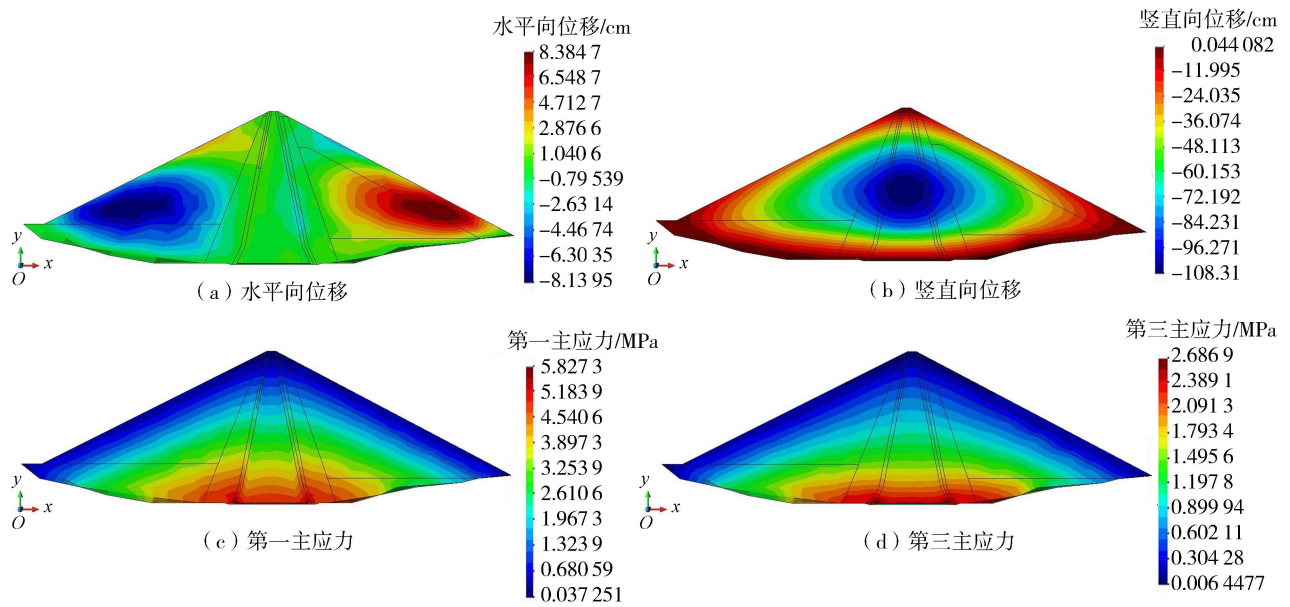


图 7 第 50 组随机有限元方法计算结果

Fig.7 Results of 50th group of stochastic finite element calculation

确定性有限元方法的计算结果与随机模拟结果的统计均值对比如表 5 所示,随机方法计算得到最大沉降量均值、下游侧位移和上游侧位移分别为 363.95 cm、40.119 cm 和 39.072 cm,均大于确定性有限元计算结果,相对误差为 10% 左右。由于考虑随机性得到的各组计算值均服从正态分布,且正态分布具有对称特性,即 $p(x_i,\mu)=50\%$,若忽略堆石坝结构的不确定性,仅按单一参数进行有限元计算,则有超过 50% 的可能性会低估坝体变形和应力,不利于探究更为安全经济的高堆石坝设计方案。

表 5 随机性有限元与确定性有限元计算结果对比

Table 5 Result comparison of stochastic finite element method and deterministic finite element method					
参数统计特性	下游侧位移/cm	上游侧位移/cm	最大沉降/cm	第一主应力/MPa	第三主应力/MPa
随机性均值 μ_1	40.119	39.072	363.95	6.320 1	2.221 5
确定性均值 μ_2	36.377	34.726	332.55	6.146 4	2.176 3

因而认为考虑随机特性进行稳定分析和结构设计时,结果偏于安全和可靠。

4.2.2 心墙的拱效应

由于拱效应的作用将使心墙竖向应力降低,从而导致心墙内产生裂缝或水力劈裂,合理评估心墙拱效应是高坝变形控制中十分重要的问题。采用拱效应系数来表征拱效应强弱程度^[19],定义为

$$R = \frac{\sigma_y}{\gamma h_s}$$

(6)

式中: R ——拱效应系数; σ_y ——竖向土压力; γ ——土体容重; h_s ——上覆土层高度。

绘制确定性方法和随机性方法^[20-23]的拱效应系数 R 等值线图如图8所示,可见随机有限元方法计算得到的拱效应系数 R 与常规有限元方法的等值线分布较为接近,能定性表征实际工程中的拱效应问题,验证了随机模拟方法的合理性;两种方法计算结果均呈现出两侧大、中间小的分布规律,即位于心墙中部的土体拱效应更为显著,相对于两侧更易于产生裂缝或发生水力劈裂;从高程分布上看,位于心墙1/2高程处拱效应系数 R 值较低,拱效应作用更为显著;拱效应系数 R 越小,表示拱效应越强。随机性方法计算得到的拱效应系数最小值为0.6645,较传统方法计算得到的最小值0.6880偏小,表明应用随机性方法进行设计计算,更有利于坝体结构安全与稳定。

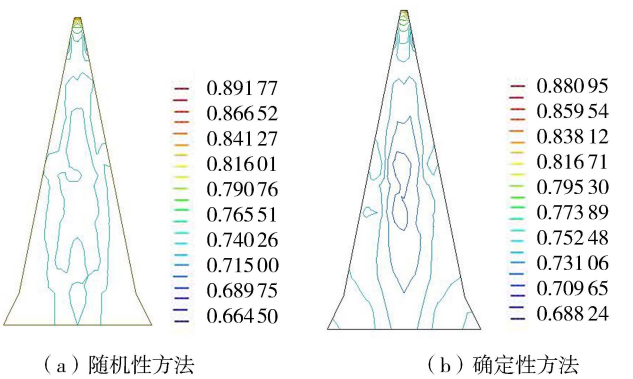


图8 拱效应系数 R 分布等值线
Fig.8 Contour map of arch effect coefficient

5 结 论

- a. 分形分布可较好地表征级配空间分布,选定指数型、高斯型变异函数理论模型分别描述堆石料、过渡料级配分形维数 D 的空间变异结构,且块金系数均小于或等于25%,表现出强烈的空间相关性和依赖性。
- b. 采用中点映射法进行随机场模拟与离散,结果表明,随机模拟达500次时,计算结果趋于稳定。
- c. 通过工程实例验证,级配分布的随机特性对高堆石坝应力、变形影响明显。相较于材料参数均一的确 定性有限元方法,考虑级配参数空间随机特性时,沉降更大,拱效应更明显,有利于探讨更为安全经济的高堆石坝设计方案。

参考文献:

[1] 陈繆芬,朱俊高,殷建华. 基于分形理论的粗粒土缩尺效应及强度性质研究[J]. 水电能源科学,2013,31(10):121-124. (CHEN Liufen,ZHU Jungao,YIN Jianhua. Study on scale effect and strength properties of coarse grained soil based on fractal theory[J]. Water Resources and Power,2013,31(10):121-124. (in Chinese))

[2] 赵婷婷,周伟,常晓林,等. 堆石料缩尺方法的分形特性及缩尺效应研究[J]. 岩土力学,2015,36(4):1093-1101. (ZHAO Tingting,ZHOU Wei,CHANG Xiaolin,et al. Fractal characteristics and scaling effect of the scaling method for rockfill materials [J]. Rock and Soil Mechanics,2015,36(4):1093-1101. (in Chinese))

[3] 加力别克·阿哈力别克,朱晟. 考虑级配影响的堆石料力学特性研究[J]. 三峡大学学报(自然科学版),2020,42(1):18-23. (JIALIBIEKE Ahalibieke,ZHU Sheng. Study on mechanical properties of rockfill soils considering gradation effect [J]. Journal of China Three Gorges University (Natural Sciences),2020,42(1):18-23. (in Chinese))

[4] 朱晟,宁志远,钟春欣,等. 考虑级配效应的堆石料颗粒破碎与变形特性研究[J]. 水利学报,2018,49(7):849-857. (ZHU Sheng,NING Zhiyuan,ZHONG Chunxin,et al. Study on fracture and deformation characteristics of rockfill particles with gradation effect[J]. Journal of Hydraulic Engineering,2018,49(7):849-857. (in Chinese))

[5] VANMARCKE E H. Random fields:analysis and synthesis[M]. Cambridge:MIT Press,1983.

[6] 张征,刘淑春,鞠硕华. 岩土参数空间变异性分析原理与最优估计模型[J]. 岩土工程学报,1996,18(4):43-50. (ZHANG Zheng,LIU Shuchun,JU Shuohua. Spatial variability analysis principle and optimal estimation model of geotechnical parameters [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,1996,18(4):43-50. (in Chinese))

[7] 蒋水华,姚池,杨建华,等. 考虑参数空间变异性的非均质边坡可靠度分析[J]. 防灾减灾工程学报,2016,36(4):572-579. (JIANG Shuihua,YAO Chi,YANG Jianhua,et al. Reliability analysis of heterogeneous slopes considering spatial variable soil

- properties[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2016, 36(4): 572-579. (in Chinese))
- [8] 刘鑫,王宇,李典庆. 考虑土体参数空间变异性的边坡大变形破坏模式研究[J]. 工程地质学报, 2019, 27(5): 1078-1084. (LIU Xin, WANG Yu, LI Dianqing. Slope failure models at large deformation in spatially variable soils[J]. Journal of Engineering Geology, 2019, 27(5): 1078-1084. (in Chinese))
- [9] 杨鸽, GRIFFITHS D V, 朱晟. 考虑堆石料空间变异性的土石坝坝坡地震稳定性随机有限元分析[J]. 地震工程学报, 2019, 41(4): 939-948. (YANG Ge, GRIFFITHS D V, ZHU Sheng. Seismic slope stability analysis of earth-rockfill dams considering spatial variability of rockfill materials via random finite element method[J]. Chinese Earthquake Engineering Journal, 2019, 41(4): 939-948. (in Chinese))
- [10] 石修松,程展林. 堆石料颗粒破碎的分形特性[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(增刊2): 3852-3857. (SHI Xiusong, CHENG Zhanlin. Fractal behavior in crushing of rockfill material[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(Sup2): 3852-3857. (in Chinese))
- [11] 蔡正银,李小梅,关云飞,等. 堆石料的颗粒破碎规律研究[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(5): 923-929. (CAI Zhengyin, LI Xiaomei, GUAN Yunfei, et al. Particle breakage rules of rockfill materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(5): 923-929. (in Chinese))
- [12] 朱晟,邓石德,宁志远,等. 基于分形理论的堆石料级配设计方法[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(6): 1151-1155. (ZHU Sheng, DENG Shide, NING Zhiyuan, et al. Gradation design method for rockfill materials based on fractal theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(6): 1151-1155. (in Chinese))
- [13] 魏浩,沈超敏,刘斯宏,等. 考虑级配影响的粗粒料压缩破碎特性试验[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2020, 48(2): 182-188. (WEI Hao, SHEN Chaomin, LIU Sihong, et al. Experimental study on compression and crushing characteristics of coarse granular materials considering influence of gradations[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2020, 48(2): 182-188. (in Chinese))
- [14] 吴学文,晏路明. 普通 Kriging 法的参数设置及变异函数模型选择方法:以福建省一月均温空间内插为例[J]. 地球信息科学, 2007, 9(3): 104-108. (WU Xuewen, YAN Luming. Parameter setting and variogram model selection method of common Kriging method (spatial interpolation of one-month mean temperature in Fujian province as an example)[J]. Geo-information Science, 2007, 9(3): 104-108. (in Chinese))
- [15] 李海涛,邵泽东. 空间插值分析算法综述[J]. 计算机系统应用, 2019, 28(7): 1-8. (LI Haitao, SHAO Zedong. Review of spatial interpolation analysis algorithm[J]. Computer Systems & Applications, 2019, 28(7): 1-8. (in Chinese))
- [16] 王涛,田林亚,侯建梅,等. 点云网格化滤波方法及其在隧道变形监测中的应用[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2018, 46(5): 451-457. (WANG Tao, TIAN Linya, HOU Jianmei, et al. Method of the point clouds filtering by grid handling and its application in the deformation monitoring of tunnel[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2018, 46(5): 451-457. (in Chinese))
- [17] GRIFFITHS D V, HUANG Jinsong, FENTON G A. Probabilistic infinite slope analysis[J]. Computers and Geotechnics, 2011, 38(4): 12-16.
- [18] 朱晟,魏匡民,林道通. 筑坝土石料的统一广义塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(8): 1394-1399. (ZHU Sheng, WEI Kuangmin, LIN Daotong. Generalized plasticity model for soil and coarse-grained dam materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(8): 1394-1399. (in Chinese))
- [19] 张继宝,陈五一,李永红,等. 双江口土石坝心墙拱效应分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(增刊1): 185-188. (ZHANG Jibao, CHEN Wuyi, LI Yonghong, et al. Analysis of core arching effect of Shuangjiangkou Earth-rockfill Dam[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(Sup1): 185-188. (in Chinese))
- [20] 李涛,高健. 软土地基固结 Neumann 随机有限元分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2011, 39(4): 444-449. (LI Tao, GAO Jian. Neumann stochastic finite element analysis of consolidation of soft soil foundation[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2011, 39(4): 444-449. (in Chinese))
- [21] 陈科,李正品,杨林波,等. 基于地统计学和克里金法的水下趋势面分析[J]. 测绘与空间地理信息, 2016(7): 82-84. (CHEN Ke, LI Zhengpin, YANG Linbo, et al. Underwater trend surface analysis based on geostatistics and Kriging methodology [J]. Geomatics & Spatial Information Technology, 2016(7): 82-84. (in Chinese))
- [22] 程井,韦锦鹏,李宗越,等. 基于 Neumann 展开随机有限元的混凝土重力坝结构可靠度分析[J]. 水利水电科技进展, 2019, 39(2): 46-50. (CHENG Jing, WEI Jinpeng, LI Zongyue, et al. Structure reliability analysis of concrete gravity dams using Neumann expansion stochastic finite element method[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2019, 39(2): 46-50. (in Chinese))
- [23] 李萍,白健忠, GRIFFITHS D V, 等. 黄土边坡可靠度的随机有限元分析[J]. 地球科学与环境学报, 2019, 41(1): 116-126. (LI Ping, BAI Jianzhong, GRIFFITHS D V, et al. Random finite element analysis for the reliability of Loess slopes[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2019, 41(1): 116-126. (in Chinese))