

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2024.04.005

大体积混凝土水化热损伤计算方法

吕国儿¹, 汤群益¹, 王定仕¹, 李天昊¹, 诸云鹏², 陈 达²

(1. 中国电建集团华东勘测设计研究院有限公司, 浙江 杭州 311122;

2. 河海大学港口海岸与近海工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 为更准确地判断浇筑过程中大体积混凝土内部的水化热损失, 提出了综合考虑混凝土绝热温升、环境温度、入模温度、模板材料散热系数、保温材料散热系数和浇筑层厚这 6 个影响因素的混凝土浇筑过程中最不利时刻的温度分布预测公式, 并采用响应面分析法率定公式中的参数, 基于温度分布及 Loland 损伤模型提出了一种水化热损伤计算方法, 通过有限元数值模型对该方法进行了验证。结果表明, 该方法能够判断浇筑过程中任意一点是否会因为温度梯度造成损伤开裂。

关键词: 温度损伤; 大体积混凝土; 水化热; 温度梯度; 响应面分析

中图分类号: TU755

文献标志码: A

文章编号: 1000-1980(2024)04-0029-06

Calculation method of heat damage by hydration of mass concrete

LYU Guoer¹, TANG Qunyi¹, WANG Dingshi¹, LI Tianhao¹, ZHU Yunpeng², CHEN Da²

(1. POWERCHINA Huadong Engineering Corporation Limited, Hangzhou 311122, China;

2. College of Harbour, Costal and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: In order to more accurately judge the loss of hydration heat inside the mass concrete during the casting process, a formula for the prediction of temperature distribution at the worst moment between surface and interior of concretes was established by considering six influencing factors, including the concrete adiabatic temperature rise, ambient temperature, casting temperature, heat dispersion coefficient of formwork material, heat dispersion coefficient of thermal insulation material and thickness of the casting layer. A damage calculation method of hydration heat was established based on the calibrated parameter from response surface analysis method, temperature distribution and Loland damage model, and then was verified by the finite element numerical model. The results show that the hydration heat damage equation can determine whether the damage cracking will be caused by temperature gradient at any point during the casting process.

Key words: temperature damage; mass concrete; heat of hydration; temperature gradients; response surface analysis

相较于普通混凝土结构, 大体积混凝土在浇筑过程中会产生大量水化热^[1], 因水化热造成的开裂问题严重影响大体积混凝土的安全性和耐久性^[2], 因此在实际工程中解决水化热问题是保证施工质量的前提。

大体积混凝土在浇筑完成前期, 混凝土力学性能较低, 当内部产生较大的温度梯度后, 引起的热应变会导致内部损伤, 从而使材料劣化甚至破坏。姜兴国^[3]认为温度梯度引起的温度效应有可能导致混凝土内部任意位置的温度应力超过规定的极限值, 对承载能力和抗裂性能构成危害; 刘玉峻等^[4]采用埋入温度传感器的方法, 发现越接近混凝土表面的位置, 其温度随时间的增加下降得越快, 产生的温度梯度越大, 造成的温度应力更大; 雷元新等^[5]依据对大体积混凝土承台温度场的 ANSYS 模拟与实测结果的校验, 认为混凝土内部同样会因为温度梯度产生有害裂缝。因此, 温度梯度是大体积混凝土水化热引起损伤开裂的核心问题。

GB 50496—2018《大体积混凝土施工标准》^[6]中对大体积混凝土温控指标要求如下: ①混凝土浇筑体在入模温度基础上的温升值不宜大于 50℃; ②混凝土浇筑体里表温差不宜大于 25℃; ③混凝土浇筑体降温速

基金项目: 中国电建集团华东勘测设计研究院有限公司科技立项项目(KY2021-XNY-02-05)

作者简介: 吕国儿(1984—), 男, 高级工程师, 硕士, 主要从事近海工程结构研究。E-mail: lv_1232023@163.com

引用本文: 吕国儿, 汤群益, 王定仕, 等. 大体积混凝土水化热损伤计算方法[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2024, 52(4): 29-34.

LYU Guoer, TANG Qunyi, WANG Dingshi, et al. Calculation method of heat damage by hydration of mass concrete[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2024, 52(4): 29-34.

率不宜大于 2.0 ℃/d。上述温控指标从经验数值的角度对温度梯度控制作出了规定,但是不同工程中的边界条件相差较大,该经验数值可能在某些工况无法适用。此外,该温控指标更关注表层是否开裂,表面裂缝影响混凝土的耐久性,而内部裂缝则会导致混凝土强度下降,影响工程的安全性^[7-8]。目前研究大多是基于某一实际工程的实测应力数据判断混凝土内部是否会产生裂缝,其应用范围较小,需要一种更加普适的预测方法,用于判断浇筑过程中是否会因为温度梯度造成损伤开裂,以确保大体积混凝土的耐久性和安全性。

本文基于 Loland 损伤模型提出一种水化热损伤计算方法,该方法采用响应面分析法得到大体积混凝土最大里表温差关于最大绝热温升、环境温度、入模温度等参数的计算公式,根据 TB 10002.3—2005《铁路桥涵钢筋混凝土和预应力混凝土结构设计规范》^[9]得到温度荷载作用下混凝土板结构内部温差分布公式,并结合 Loland 损伤模型得到大体积混凝土水化热引起的温度损伤计算公式,可为设计施工人员提前了解浇筑体是否存在开裂风险、及时调整施工方案或制定温控措施提供参考。

1 水化热损伤计算公式

混凝土由多种材料组成,内部存在初始微缺陷,因此在温度梯度作用下,水泥砂架和骨料之间的界面会产生微变形,从而引起不相容应力,造成材料内部损伤。这种内部损伤会在温度梯度较大的位置引起微裂纹,导致宏观裂缝的出现^[10]。

本文采用 Loland 损伤模型^[11]计算大体积混凝土水化热引起的温度损伤,Loland 损伤模型中的损伤方程为

$$D = \begin{cases} D_0 + C_1 \varepsilon^\beta & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \\ D_0 + C_1 \varepsilon_c^\beta + C_2 (\varepsilon - \varepsilon_c) & \varepsilon_c < \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{cases} \tag{1}$$

其中
$$C_1 = \frac{(1 - D_0) \varepsilon_c^{-\beta}}{1 + \beta} \quad \beta = \frac{\lambda}{1 - D_0 - \lambda} \quad C_2 = \frac{1 - D_0 - C_1 \varepsilon_c^\beta}{\varepsilon_u - \varepsilon_c}$$
$$\lambda = \sigma_c / (\tilde{E} \varepsilon_c) \quad \tilde{E} = E / (1 - D_0)$$

式中: D_0 为混凝土初始损伤值; ε 为混凝土应变; ε_c 为应力峰值 σ_c 对应的应变; β 、 C_1 、 λ 、 C_2 为材料参数; ε_u 为极限应变; $\tilde{E}$ 、 E 分别为材料的净弹性模量和无损伤状态时的弹性模量。

混凝土中任意一点的温度梯度可由温度分布公式 $T(y)$ 求导得到,则由温度梯度引起的应变 ε 可按下式计算:

$$\varepsilon = \alpha |T(y)'| \tag{2}$$

式中: α 为混凝土线膨胀系数; y 为计算点与混凝土表面的距离。

温度荷载作用下混凝土板结构内部温差分布形式主要有指数曲线式^[9,12]、两折线式^[13-15]、抛物线式^[16-17]等,其中指数曲线式应用较广泛。TB 10002.3—2005《铁路桥涵钢筋混凝土和预应力混凝土结构设计规范》^[9]中给定的温差分布指数曲线式为

$$\Delta T(y) = -T_1 e^{ay} \tag{3}$$

式中: $\Delta T(y)$ 为计算点与内部最高温度的温差; T_1 为最大里表温差; a 为计算参数。

大体积混凝土在施工时为了避免水化热带来的不利影响,通常采用分层浇筑,一次浇筑层厚不超过2 m,且其在水平方向上的长和宽均远大于其厚度,故大体积混凝土的每一浇筑层均可视为混凝土板。选用式(3)作为大体积混凝土水化热过程中的分布公式,浇筑过程中最不利时刻的温度分布为

$$T(y) = T_{\max} + \Delta T(y) \tag{4}$$

式中 $T_{\max}$ 为内部最高温度。

T_1 与混凝土绝热温升 T_p 、环境温度 T_a 、入模温度 T_0 、模板散热系数 β_{si} 、表面保温材料散热系数 β_{sf} 、浇筑层厚 h 等因素有关。GB 50496—2018《大体积混凝土施工标准》规定 T_1 需根据温度场计算或实测得到。温度场的计算方法有理论解法(分离变量法和拉普拉斯变换法等)、差分解法和有限单元法^[18],无论采用哪种方法都需要较大的计算量。因此,需要一个计算简捷且能够将所有影响因素均考虑在内的最大里表温差预测公式,以便在施工前预测最大里表温差,从而判断该施工方案的合理性。 T_1 可按上述影响因素的线性组合计算,即:

$$T_1 = m_1 T_p + m_2 T_a + m_3 T_0 + m_4 \beta_{sf} + m_5 \beta_{si} + m_6 h + n \tag{5}$$

式中 m_1 、 m_2 、 m_3 、 m_4 、 m_5 、 m_6 、 n 均为系数。

2 参数率定

2.1 计算模型

选取一配合比和尺寸均具有代表性的大体积混凝土浇筑层进行建模,以此开展参数率定。该大体积混凝土配合质量比为水 140 kg/m³、水泥 220 kg/m³、粉煤灰 60 kg/m³、矿渣 120 kg/m³、砂 71 kg/m³和石 1 167 kg/m³,浇筑层尺寸为 36.00 m×23.00 m×2.00 m。大体积混凝土施工时需要在四周架设模板,施工后需要在表面覆盖保温材料,保证养护过程中混凝土的里表温差和降温速率在 GB 50496—2018《大体积混凝土施工标准》^[6]要求范围之内。综合考虑各种材料的性能和造价成本,本文的混凝土浇筑层四周采用厚度为 15 mm 的木模板,上表面采用厚度为 50 mm 的石棉毡覆盖保温保湿。

2.2 材料参数

混凝土中的水泥采用 P. I 型低热硅酸盐水泥,标号为 42.5,砂石骨料岩性为花岗岩,各原材料的热工参数^[19]见表 1。混凝土导热系数和比热容均可按质量分数加权方法^[18]计算,混凝土绝热温升值则根据 GB 50496—2018《大体积混凝土施工标准》^[6]计算得到。混凝土的密度为 2 431.25 kg/m³、热膨胀系数为 1×10⁻⁵℃⁻¹、28 d 抗压强度为 51.4 MPa,计算得到的导热系数为 2.554 W/(m·K)、比热容为 0.916 kJ/(kg·K)、最大绝热温升为 48.41℃。

2.3 边界条件

混凝土表面覆盖模板或保温材料时的散热系数可根据 GB 50496—2018《大体积混凝土施工标准》中的公式计算得到。侧面木模板的导热系数为 0.233 W/(m·K),上表面石棉毡的导热系数为 0.116 W/(m·K),因此计算得侧面的散热系数为 30.46 kJ/(m²·h·℃),上表面的散热系数为 7.45 kJ/(m²·h·℃)。此外,设置环境温度为 20℃,混凝土入模温度为 20℃,地基导热系数为 1.978 W/(m·K),比热容为 0.84 kJ/(kg·K)。

2.4 有限元模型建立

建立 1/4 对称模型对混凝土板温度场进行有限元模拟,对称面采用对称约束,流经对称面的热流量恒为 0,单元采用四面体四节点实体单元。由于地基是一个传热体,其四周设置为绝热,因此需要扩大地基的尺寸来避免混凝土浇筑体和地基之间传热过程不完全,设置其尺寸约为浇筑体尺寸的 2 倍,即取地基尺寸为 72.00 m×40.00 m×5.00 m,地基与承台交界处节点耦合,四周节点全部采用固结,认为地基在混凝土板水化热反应过程中四周不变形。网格边长为 0.5 m。该混凝土浇筑体的有限元模型如图 1 所示。

表 1 混凝土原材料热工参数

Table 1 Thermal parameters of raw materials for concrete

材料	导热系数/ (W/(m·K))	比热容/ (kJ/(kg·K))
水	0.600	4.187
水泥	2.218	0.536
粉煤灰	0.230	0.920
矿渣	0.260	0.920
砂	3.082	0.745
石	2.098	0.708

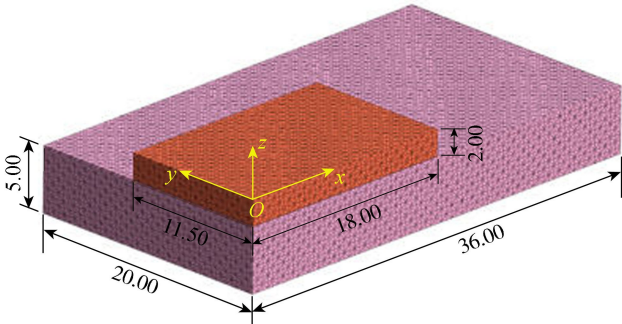


图 1 混凝土浇筑体 1/4 实体模型(单位:m)

Fig. 1 1/4 solid model of a cast concrete body (unit: m)

2.5 最大里表温差计算

基于有限元模型,开展不同工况下的数值试验。在数值试验中,改变 T_p 、 T_a 、 T_0 、 β_{si} 、 β_{sf} 和 h 的取值,计算不同工况下的最大里表温差,结果见表 2。模板材料决定了混凝土侧面的对流系数,常见的模板材料有钢模板、木模板和聚合物塑料模板,故试验中 β_{si} 取值为 66.99、30.46、11.12 kJ/(m²·h·℃);表面保温措施考虑麻毡、石棉毡和无保温材料,故试验中 β_{sf} 取值为 3.56、7.45、67.10 kJ/(m²·h·℃)。

表2 数值试验计算结果

Table 2 Calculation results of numerical experiment

工况 编号	$T_p/^\circ\text{C}$	$T_a/^\circ\text{C}$	$T_0/^\circ\text{C}$	$\beta_{si}/$ ($\text{kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$)	$\beta_{sf}/$ ($\text{kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$)	h/m	$T_1/^\circ\text{C}$
1	40.00	20.00	20.00	30.46	7.45	2.00	22.76
2	50.00	20.00	20.00	30.46	7.45	2.00	26.73
3	60.00	20.00	20.00	30.46	7.45	2.00	34.14
4	50.00	10.00	20.00	30.46	7.45	2.00	35.78
5	50.00	30.00	20.00	30.46	7.45	2.00	19.98
6	50.00	20.00	10.00	30.46	7.45	2.00	20.45
7	50.00	20.00	30.00	30.46	7.45	2.00	34.50
8	50.00	20.00	20.00	11.12	7.45	2.00	22.18
9	50.00	20.00	20.00	66.99	7.45	2.00	31.75
10	50.00	20.00	20.00	30.46	3.56	2.00	29.19
11	50.00	20.00	20.00	30.46	67.10	2.00	26.80
12	50.00	20.00	20.00	30.46	7.45	1.00	17.73
13	50.00	20.00	20.00	30.46	7.45	1.50	23.16

响应面分析法是近似模型的一种,它能够利用数值模型逼近设计变量和响应变量之间的隐函数关系^[20],因而得到广泛运用。本文采用响应面分析法确定最大里表温差与各影响因子之间的关系。为使最大里表温差模型简单精准,对各参数进行显著性分析,排除影响不显著的因子以提高模型精度和质量。各影响因子对最大里表温差响应值的显著性见表3。

设置影响因子显著性 P 值为 0.05,依据响应面显著性判定标准判断各参数对最大里表温差响应的敏感程度,当 $P<0.05$ 且越趋于 0 时,表示此影响因子对最大里表温差响应值的影响越大,当 $P>0.05$ 且越大时,对最大里表温差响应值的影响越小。由表 3 可知, β_{sf} 对混凝土板最大里表温差的影响不显著,这是因为混凝土板的厚度相较于其长和宽很小,其上表面与内部的温差远小于侧面与内部的温差,故上表面保温材料对最大里表温差影响很小。

排除不显著影响因子,由响应面分析法得到最大里表温差的预测公式为

$$T_1 = -26.14812 + 0.569000T_p - 0.733500T_a + 0.788500T_0 + 0.147490\beta_{si} + 9.98193h \tag{6}$$

式(6)的决定系数 R 为 0.9666,校正决定系数 R^2 为 0.9428,表明基于有限元结果,采用响应面分析法获取最大里表温差预测公式系数的方法精度较高,且式(6)是合理的,能够较好地表示出各参数与最大里表温差之间的隐式函数关系。

2.6 温差分布计算

通过工况 1 计算式(3)中的 a ,再代入其他工况验证预测值与有限元模型计算值的相关性。由工况 1 的数值计算结果,根据出现最大里表温差时刻 yOz 截面上的温度值,采用最小二乘法计算得到式(3)中的 $a=-1.3$ 。则混凝土浇筑过程中最不利时刻的温差分布预测公式为

$$\Delta T(y) = -T_1 e^{-1.3y} \tag{7}$$

根据式(6)(7)得到其他工况的温差预测值,计算得各工况的预测值和有限元模型计算值的 R^2 均大于 0.970。以工况 2、5、7 为例,绘制混凝土浇筑过程中最不利时刻 yOz 截面横向温差有限元模型计算值和预测值如图 2 所示。由图 2 可知,预测结果与有限元模型计算值吻合度很高,因此式(7)能够较好地应用于混凝土绝热温升 40~60℃、浇筑环境温度 10~30℃、混凝土入模温度 10~30℃、常见类型模板、一次浇筑层厚 1~2 m 的工况中,适用范围较广。

表3 各影响因子显著性

Table 3 Significance of each impact factor

影响因子	P	显著性
T_0	0.0003	显著
T_a	0.0005	显著
h	0.0005	显著
T_p	0.0019	显著
β_{si}	0.0077	显著
β_{sf}	0.4653	不显著

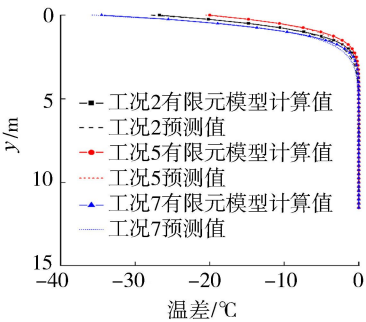


图2 不同工况横向温差分布

Fig.2 Distribution of lateral temperature differences for different operating conditions

3 水化热损伤模型验证

结合式(1)(6)(7),即可确定大体积混凝土水化热损伤模型。本文混凝土强度与文献[21]中相同,因此混凝土力学参数设置参考文献[21],具体参数为临界损伤 D_c 为 0.18、 D_0 为 0.05、 σ_c 为 2.5 MPa、 ε_c 为 1×10^{-4} 、 ε_u 为 5×10^{-4} 、初始弹性模量 E 为 30 GPa。由以上数据计算 Loland 损伤模型材料常数,得到 $\lambda = 0.79$ 、 $\beta = 5$ 、 $C_1 = 1.58 \times 10^{19}$ 、 $C_2 = 376$,代入 Loland 损伤方程即得水化热损伤方程:

$$D = \begin{cases} 0.05 + 1.58 \times 10^{19} \varepsilon^5 & 0 \leq \varepsilon \leq 10^{-4} \\ 0.208 + 376(\varepsilon - \varepsilon_c) & 10^{-4} < \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{cases} \tag{8}$$

基于式(2)(6)(7)计算得 $\varepsilon = 1 \times 10^{-5} \times |1.3 T_1 e^{-1.3 y}|$ 。

对比计算结果发现,所有工况下损伤模型和有限元模型计算值均基本相近。现以表 2 中的工况 5 为例,其最大里表温差为 19.98℃,在 GB 50496—2018《大体积混凝土施工标准》^[6]要求的里表温差限值 25℃之内,根据式(2)(6)(7)计算其 yOz 截面上最不利时刻的损伤量,结果如图 3 所示。

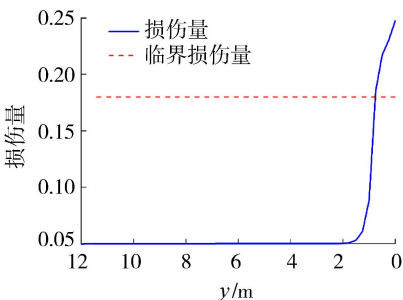


图 3 混凝土内部损伤量分析
Fig.3 Analysis of internal concrete damage

由图 3 可得,在距离混凝土表面 0.5 m 的范围内,混凝土的损伤量超过了临界损伤量。防裂安全系数是工程上用于表征大体积混凝土出现裂缝的概率,GB 50496—2018《大体积混凝土施工标准》^[6]中要求该值需大于 1.15。图 4 为工况 5 数值试验中该时刻混凝土防裂安全系数云图,可见在混凝土表面以及距离表面约 0.5 m 范围内的位置防裂安全系数小于 1.15,存在损伤开裂的可能性,从而验证了混凝土温度损伤方程式(8)的准确性,因此式(8)可用于预测水化热作用下大体积混凝土内部可能出现损伤裂缝的位置。

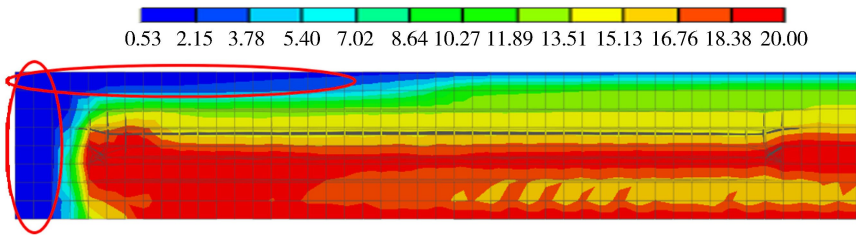


图 4 工况 5 数值试验防裂安全系数云图
Fig.4 Contour map of factor of safety against cracking in numerical simulation of Case 5

4 结 语

基于 Loland 损伤模型,提出了综合考虑混凝土绝热温升、环境温度、入模温度、模板材料散热系数、保温材料散热系数和浇筑层厚这 6 个影响因素的水化热损伤计算方法,可用于判断混凝土浇筑过程中的任意一点是否会因为温度梯度造成损伤开裂。在未来的实际应用中,需要加强对实测数据的监测,进一步完善不同工况下的计算参数,提高该水化热损伤方程适用范围和可靠性。

参考文献:

[1] 彭博,张斌,丁兆东,等. 大体积混凝土水化热研究综述[C]//2022 年工业建筑学术交流会论文集:下册. 北京:中冶建筑研究总院有限公司,2022:252-258.

[2] 司政,辛兰芳,牛芙蓉,等. 大体积混凝土结构温度损伤研究[J]. 水电能源科学,2018,36(12):109-112. (SI Zheng, XIN Lanfang, NIU Furong, et al. Study on temperature damage of mass concrete structures[J]. Water Resources and Power, 2018, 36(12):109-112. (in Chinese))

[3] 姜兴国. 严寒地区混凝土箱梁的温度梯度观测与分析[D]. 西安:长安大学,2015.

- [4] 刘玉峻,钱春香,庄园,等. 二维散热条件对混凝土内部温度梯度及热传输的影响[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2011,41(4):820-823. (LIU Yujun,QIAN Chunxiang,ZHUANG Yuan,et al. Influence of two-dimensional cooling condition on inner temperature gradient and heat transferring in concrete[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2011, 41(4):820-823. (in Chinese))
- [5] 雷元新,符耀东,陈景辉. 大体积混凝土温度有限元分析及温度梯度限值研究[J]. 施工技术,2018,47(8):97-101. (LEI Yuanxin,FU Yaodong,CHEN Jinghui. Study on temperature finite element analysis and temperature gradient limit of mass concrete[J]. Construction Technology,2018,47(8):97-101. (in Chinese))
- [6] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 大体积混凝土施工标准:GB 50496—2018[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2018.
- [7] 潘希强,刘有志,胡平,等. 藏木水电站大坝混凝土施工期温控防裂标准与措施动态优化分析[J]. 河海大学学报(自然科学版),2015,43(4):300-306. (PAN Xiqiang,LIU Youzhi,HU Ping,et al. Dynamic optimal analysis of concrete temperature control and crack prevention standards and measures during dam construction for Zangmu Hydropower Station[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2015,43(4):300-306. (in Chinese))
- [8] 程井,左世杰,邹科辉. 泵闸混凝土施工期智能温控关键信息识别[J]. 河海大学学报(自然科学版),2023,51(3):162-168. (CHENG Jing,ZUO Shijie,ZOU Kehui. Identification of key parameters of intelligent temperature control of pump and sluice concrete during the construction period[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2023, 51(3): 162-168. (in Chinese))
- [9] 中华人民共和国铁道部. 铁路桥涵钢筋混凝土和预应力混凝土结构设计规范:TB 10002.3—2005[S]. 北京:中国铁道出版社,2005.
- [10] 王振波. 混凝土温度损伤模型研究[D]. 南京:河海大学,2001.
- [11] LOLAND K E. Continuum damage model for load response estimation of concrete[J]. Cement and Concrete Research, 1980,1: 395-402.
- [12] 孙若晗,任伟新,阳霞,等. 多室混凝土箱梁二维温度梯度研究[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2016,39(12): 1680-1687. (SUN Ruohan,REN Weixin,YANG Xia,et al. Study of two-dimensional temperature gradient of multi-room concrete box girder[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science),2016,39(12):1680-1687. (in Chinese))
- [13] 中华人民共和国交通运输部. 公路桥涵设计通用规范:JTG D60—2015[S]. 北京:人民交通出版社,2015.
- [14] IX-CEN. Eurocode 1:actions on structures(part 1-5):general actions—thermal actions;BS EN 1991-1-5[S]. Brussels:European Committee for Standardization,2003
- [15] AASHTO. LRFD bridge design specification[M]. Washington:American Association of State Highway and Transportation Officials,2012.
- [16] POTT A,SIEGEL T,JOHNSON J,et al. Bridge design manual[M]. Denver:the Colorado Department of Transportation,2003.
- [17] 于洋,张峰,张磊,等. 单箱三室混凝土箱梁水化热试验及分析[J]. 东南大学学报(自然科学版),2022,52(6):1043-1051. (YU Yang,ZHANG Feng,ZHANG Lei,et al. Test and analysis on hydration of concrete three-cell box girder[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition),2022,52(6):1043-1051. (in Chinese))
- [18] 朱伯芳. 大体积混凝土温度应力与温度控制[M]. 2版. 北京:中国水利水电出版社,2012.
- [19] 王博. 大体积混凝土承台水化热效应及温控措施研究[D]. 西安:长安大学,2019.
- [20] BOX G E P,WILSON K B. On the experimental attainment of optimum conditions[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological),1951,13(1):1-38.
- [21] 石峻峰. 多场耦合下混凝土结构损伤断裂研究[D]. 沈阳:东北大学,2011.

(收稿日期:2023-11-02 编辑:刘晓艳)