

分解协调模拟进化方法研究^{*}

李靖霞

鞠 平

(河海大学水利水电工程学院 南京 210098) (河海大学电气工程学院 南京 210098)

沈祖诒

(河海大学水利水电工程学院 南京 210098)

摘 要 提出了一种将模拟进化方法与大系统分解协调技术相结合解决大系统优化问题的优化方法——分解协调模拟进化方法,并给出了计算实例.结果表明:分解协调模拟进化法兼具模拟进化法及分解协调法的优点,不仅计算精度高,而且适用范围广,若将并行计算技术引入该法,计算时间将大幅度减少,该法为快速地解决大规模优化问题提供了新的有效途径.

关键词 分解协调 模拟进化方法 优化

中图号 TM74

模拟进化方法是模仿生物进化过程的一类优化方法,主要包括基因算法(GA)、进化策略法(ES)、遗传编程法(GP)、进化规划法(EP). 这些方法都属于随机类优化方法,可以以较大的概率找到优化问题的全局最优解. 它们具有全局收敛性、固有的并行处理特性、通用性和鲁棒性强、无可微性要求等优点. 模拟进化方法于 60 年代提出,现已被应用于许多领域. 随着优化问题规模的扩大,模拟进化法中的变量个数将相应地增加. 处理含较多变量的优化问题,若沿用常规的模拟进化方法,则可能存在收敛困难、计算效率低、计算机容量需求大等问题,这在一定程度上限制了模拟进化方法在大系统中的应用.

分解协调是解决大系统问题的一种常用技术. 其基本思路是,将复杂的大系统分解成许多相互独立又相互关联的子系统,先求解子系统优化问题,再设置高一级的控制,以协调各子系统,使各子系统既能各自达到最优,又能满足彼此的制约关系,从而达到全系统的整体最优. 分解协调技术大大降低了大系统优化的复杂性,能有效地解决大系统问题.

本文提出的分解协调模拟进化方法将模拟进化法与大系统的分解协调技术进行有机地结合,吸取了两者的优点,可用于解决以往传统方法难以解决的大规模复杂非线性优化问题. 文中用实例验证了该方法的可行性,并与常规的模拟进化法进行了比较.

1 分解协调模拟进化方法

将分解协调技术与模拟进化方法相结合,即把大系统分解成子系统后,用模拟进化法对子系统进行并行优化计算,然后在协调级进行全局优化协调,就是分解协调模拟进化法的基本思路.

在许多情况下,大系统的目标函数可以认为是各子系统目标函数的简单叠加^[1],其数学模型为

$$\left. \begin{aligned} \min F &= \sum_{i=1}^n f_i(m_i, x_i) \\ \text{s. t. } z_i &= T_i(m_i, x_i) \quad x_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} z_j \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

式中: $f_i(m_i, x_i)$ ——子系统的目标函数; m_i ——决策变量; x_i ——关联输入变量; z_i ——关联输出变量; c_{ij} ——关联矩阵. 第二个约束条件则为关联条件.

收稿日期: 1997-10-21

第一作者简介: 李靖霞,女,博士研究生,水力发电工程专业,主要从事电力系统优化研究.

^{*} 国家教委优秀青年教师基金资助项目.

根据拉格朗日对偶原理,求解式(1)等价于求解对应的拉格朗日函数

$$L = \sum_{i=1}^n f_i(m_i, x_i) + \sum_{i=1}^n \mu_i^T (T_i - z_i) + \sum_{i=1}^n \rho_i^T x_i - \sum_{j=1}^n c_{ij} z_j \quad (2)$$

式中 μ_i, ρ_i 均为拉格朗日乘子。

基于拉格朗日对偶原理的分解协调法,根据系统分解的方法及协调变量选取的不同,可划分为三种方法:目标协调法、模型协调法及目标协调法与模型协调法相结合的混合协调法。由于模型协调法必须在满足某些条件时才能使用,所以在分解协调模拟进化法中,我们只考虑使用目标协调法和混合协调法。

1.1 目标协调模拟进化法

对于式(2),目标协调法选取拉格朗日乘子 ρ_i 作为协调变量($i=1, 2, \dots, n$)。它的基本思想是割断各子系统之间的耦合,把关联输入变量当作独立的寻优变量来处理。当给定 ρ_i 后,式(2)中关联项里的 $\rho_i^T x_i$ 项就可归入到子系统的拉格朗日函数 L_i 中,并且因为

$$\sum_{i=1}^n \rho_i^T \sum_{j=1}^n c_{ij} z_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_j^T c_{ji} z_i$$

从而能在子系统间对 $\rho_i^T \sum_{j=1}^n c_{ij} z_j$ 项进行重新分配。关联项经上述处理后,式(2)可重写为

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n [f_i(m_i, x_i) + \mu_i^T (T_i - z_i) + \rho_i^T x_i - \sum_{j=1}^n \rho_j^T c_{ji} z_i] \quad (3)$$

对应的每个子系统的最优化问题可表达为

$$\left. \begin{aligned} \min & [f_i(m_i, x_i) + \rho_i^T x_i - \sum_{j=1}^n \rho_j^T c_{ji} z_i] \\ \text{s. t. } & z_i = T_i(m_i, x_i) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

将子系统的拉格朗日函数作为目标函数,采用模拟进化法来求解子系统最优值。由于子系统需反复多次调整、优化,所以子系统一次优化的时间不宜过长。又因为每次协调后,子系统目标函数变化不大,根据模拟进化法的进化特性,GA法与ES法均可很快收敛到新的最优值。所以在使用GA法时,进化代数我们取得较少。同样使用ES法时,也将时间设定得比较短。这样既不影响结果的精度,又节省了运行时间。

现已知 ρ_i , 未知量 m_i, x_i, z_i 及拉格朗日乘子 μ_i 均为待优化的变量。这样求得的子系统最优解都是 ρ_i 的函数。协调级的任务是求 ρ_i , 使得子系统的局部解满足关联条件,以求得整个系统的最优解。协调变量采用一阶梯度法搜索时,协调方程为

$$\rho_i^{k+1} = \rho_i^k + \alpha (x_i^k - \sum_{j=1}^n c_{ij} z_j^k) \quad (5)$$

式中: α ——协调步长, $\alpha > 0$; k ——迭代次数。

1.2 混合协调模拟进化法

混合协调法将模型协调法与目标协调法相结合,在协调级取式(2)中的 ρ_i 和 z_i 为协调变量。在给定 ρ_i 和 z_i 后,子系统的拉格朗日函数可写为

$$L_i = f_i(m_i, x_i) + \rho_i^T (x_i - \sum_{j=1}^n c_{ij} z_j) + \mu_i^T (T_i - z_i) \quad (6)$$

对应的子系统优化问题为

$$\left. \begin{aligned} \min & [f_i(m_i, x_i) + \rho_i^T (x_i - \sum_{j=1}^n c_{ij} z_j)] \\ \text{s. t. } & z_i = T_i(m_i, x_i) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

用模拟进化法优化子系统,可直接选取子系统的拉格朗日函数作为目标函数。已知 ρ_i 和 z_i , 求解 m_i, x_i , 及拉格朗日乘子 μ_i 。与目标协调法相比,虽然混合协调法中协调变量增加了1倍,但其子系统的目标函数简单、变量少。可以说,混合协调法在增加了协调任务的同时也简化了子问题。协调级采用一阶梯度法搜索时,其协调方程为

$$\rho_i^{k+1} = \rho_i^k + \alpha (x_i^k - \sum_{j=1}^n c_{ij} z_j^k) \quad (8)$$

$$z_i^{k+1} = z_i^k - \alpha(-\mu_i^k - \rho_i^k)$$

(9)

式中 α 为协调步长,且 $\alpha > 0$.

1.3 目标函数与协调步长

由于子系统的目标函数为拉格朗日函数,而拉格朗日函数的极值点是鞍点,所以在计算机上用数值方法求解时,需对拉格朗日函数加以变换,引入新的目标函数

$$Z(x, \lambda) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial U(x, \lambda)}{\partial x_i} \right)^2 + \sum_{j=1}^m [h_j(x)]^2$$

式中: $h_j(x)$ ——等式约束, $h_j(x) = 0, j = 1, \dots, m$; λ ——拉格朗日乘子.

协调级的协调步长 α 对协调结果的精度和收敛的速度影响很大.选择合适的步长 α ,可以使计算很快收敛到最优值.以往的计算中通常采用固定步长.这样虽然协调级计算简单,但是存在着步长大计算结果精度低、步长小收敛速度慢的问题.如何选取合适的步长 α ,可以借鉴 ES 法中的 1/5 成功准则.为了简化协调级的计算,步长 α 只根据前次计算的成败来调整.如果协调器梯度值增加,则增大 α ;若相反,则减小 α .同时应对 α 设定上下限,以保证每次协调时不超出一定的限度.计算结果表明,与固定步长相比,这种变步长运用到目标协调法中,计算精度与收敛速度都有所提高.在混合协调法中,协调器 ρ 和 z 相互影响,不宜采用变步长,仍采用固定步长进行协调.

2 实 例

$$\min [(u_1^2 + x_1^2 + m_1^2) + (x_2^2 + m_2^2) + (x_3^2 + m_3^2)]$$

s. t. $z_{11} = x_1^2 + m_1 + u_1 \quad z_{12} = x_1^3 + m_1^2 + u_1 \quad z_2 = x_2^2 + m_2 \quad x_1 = z_1 \quad x_2 = z_{12} \quad x_3 = z_{11}$

式中: u_1, m_1, m_2, m_3 ——决策变量; x_1, x_2, x_3 ——关联输入变量; z_{11}, z_{12}, z_2 ——关联输出量.

上述优化问题的拉格朗日函数可写为

$$L = u_1^2 + x_1^2 + m_1^2 + \mu_1(x_1^2 + m_2 + u_1 - z_{11}) + \mu_{12}(x_1^3 + m_1^2 + u_1 - z_{12}) + \\ x_2^2 + m_2^2 + \mu_2(x_2^2 + m_2 - z_2) + x_3^2 + m_3^2 + \rho_1(x_1 - z_2) + \rho_2(x_2 - z_{12}) + \rho_3(x_3 - z_{11})$$

式中 $\mu_1, \mu_{12}, \mu_2, \rho_i (i = 1, 2, 3)$ 均为拉格朗日乘子.采用目标协调法分解协调,已知协调变量 ρ ,子系统的拉格朗日函数可写为

$$L_1 = u_1^2 + x_1^2 + m_1^2 + \rho_1 x_1 - \rho_2 z_{12} - \rho_3 z_{11} + \mu_1(x_1^2 + m_1 + u_1 - z_{11}) + \mu_{12}(x_1^3 + m_1^2 + u_1 - z_{12}) \\ L_2 = x_2^2 + m_2^2 + \rho_2 x_2 - \rho_1 z_2 + \mu_2(x_2^2 + m_2 - z_2) \\ L_3 = x_3^2 + m_3^2 + \rho_3 x_3$$

采用混合协调法分解协调,已知协调变量 ρ 和 z ,子系统的拉格朗日函数可写为

$$L_1 = u_1^2 + x_1^2 + m_1^2 + \rho_1(x_1 - z_2) + \mu_1(x_1^2 + m_1 + u_1 - z_{11}) + \mu_{12}(x_1^3 + m_1^2 + u_1 - z_{12}) \\ L_2 = x_2^2 + m_2^2 + \rho_2(x_2 - z_{12}) + \mu_2(x_2^2 + m_2 - z_2) \\ L_3 = x_3^2 + m_3^2 + \rho_3(x_3 - z_{11})$$

分别采用目标协调法和混合协调法与 ES 法结合对上例进行了优化,结果见表 1.

如表 1 所示,混合协调法在达到同样精度要求下,运行时间要比目标协调法长.这与混合协调法中协调器较多、关系紧密、使用固定步长、不易协调有关.如能解决这个问题,子系统

表 1 算例计算结果

Table 1 Calculation result

方 法	子系统变量数	协调变量数	运行时间(精度要求 0.001) /s	最高精度
目标协调 ES 法	7 4 2	3	152	0.0000
混合协调 ES 法	5 3 2	6	311	0.0001

变量较少的混合协调法会比目标协调法更具有吸引力.

为了分析比较分解协调模拟进化法的计算结果,还用常规的模拟进化法对上例进行了优化.即:不对问题进行分解,而是将约束条件构造成罚函数加入到目标函数中,用模拟进化法直接对原问题求解.求解结果见表 2.

计算结果表明,对所研究的小系统,分解协调模拟进化法的运行时间比常规模拟进化法要长.但当收敛到最优值附近时,分解协调模拟进化法的计算精度较高、收敛速度快.对大规模系统,分解协调模拟进化法可

望提高效率.另外,这里采用的 GA 法,是使用单点交叉、固定变异率、赌博轮选择的 GA 法.使用这种 GA 法,对带约束的问题构造罚函数进行计算,计算结果不仅与罚因子有关,而且精度较差.使用分解协调 GA 法,使计算精度有较大提高.但由于 GA 法存在网格问题,分解协调 GA 法的计算精度比分解协调 ES 法的要低.分解协调 ES 法虽然精度高,但它对初值的要求比较严格.GA 法则对初值没有要求.这两种方法的有机结合有待研究.

3 结 论

本文提出了分解协调模拟进化法的基本原理,并且结合实例进行了应用.应用结果表明,分解协调模拟进化法是可行的,不仅计算精度高,而且适用范围广,具有广宽的应用前景.另外,模拟进化法和分解协调技术都具有并行特性,若将并行计算技术引入到分解协调模拟进化法中,计算时间将大幅度减少,可望快速解决大规模优化问题.

参 考 文 献

1 Singh M G , Titli A 著.大系统分解优化与控制.周斌等译.北京 机械工业出版社 ,1983.81 ~ 92

表 2 方法比较

Table 2 Comparison of methods		
方法	运行时间/s	计算精度
常规 GA 法	27	0.5
分解协调 GA 法	100	0.3
常规 ES 法	51	0.03
分解协调 ES 法	111	0.007

Study on Decomposition-Coordination Based on Simulated Evolution Method

Li Jingxia

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098)

Ju Ping

(College of Electrical Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098)

Shen Zuyi

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098)

Abstract An optimization method coupling decomposition—coordination with simulated evolution method is suggested , which has the merits of both. The proposed method is a new way for solving large scale optimization problems.

Key words decomposition-coordination ; simulated evolution ; optimization