

钢筋混凝土板的三维非线性有限元分析

巫昌海 汪基伟

夏颂佑

(河海大学土木工程学院 南京 210098) (河海大学水利水电工程学院 南京 210098)

摘 要 采用组合式钢筋混凝土非线性有限元方法,对集中荷载作用下钢筋混凝土板进行了极限承载力分析.混凝土材料采用弹塑性本构模型,为考虑材料达到极限强度后的性能,用弥散裂缝模式模拟混凝土拉裂后的应变软化及应力释放,用应变空间破坏面近似处理混凝土的压碎型破坏,钢筋采用等效薄膜模拟.经与试验结果对比,两者吻合性较好.

关键词 钢筋混凝土 非线性有限元 弹塑性理论 本构模型 弥散裂缝

中图分类号 TU375

钢筋混凝土板的有限元分析是根据弹性板的小挠度理论建立基本方程,将钢筋与混凝土沿板厚分成若干层,采用分层组合式模型.但试验表明^[1],钢筋混凝土板在集中荷载作用下处于空间工作状态,因此采用三维钢筋混凝土有限元方法进行数值分析是克服以上板理论缺点的有效途径.目前尽管钢筋混凝土有限元方法已经得到了广泛应用,但绝大部分应用仅限于平面问题,这主要是由于三向应力状态下混凝土本构关系的复杂性,尤其是材料达到极限强度后应变软化行为的模拟还存在一定困难,使得三维钢筋混凝土有限元的应用受到限制.本文主要目的是用能反映混凝土主要受力特征的本构模型,探讨用三维钢筋混凝土非线性有限元方法分析集中荷载作用下钢筋混凝土板的受力特征与极限承载力.

1 材料的本构模型

1.1 混凝土的本构模型

根据文献[2,3]的研究,取 Hinton 所建议的屈服函数:

$$f(I_1, J_2) = \sqrt{\beta(3J_2) + \alpha I_1} = \sigma_0 \quad (1)$$

式中: σ_0 —等效应力; I_1 —应力张量第一不变量; J_2 —应力偏张量第二不变量.

由单轴受压与双轴等压试验结果,可以确定(1)式中两个常数 $\alpha = 0.355\sigma_0$, $\beta = 1.355$. 采用相关流动法则,根据弹塑性理论可推导弹塑性应力应变关系矩阵为:

$$D_{ep} = D - \frac{DAA^T D}{H + A^T D A} \quad (2)$$

式中: D —弹性矩阵; H —硬化参数; $A^T = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$,

$$a_1 = k + [2(k^2 + \beta)\sigma_x + (2k^2 - \beta)(\sigma_y + \sigma_z)]/\Delta$$

$$a_2 = k + [2(k^2 + \beta)\sigma_y + (2k^2 - \beta)(\sigma_z + \sigma_x)]/\Delta$$

$$a_3 = k + [2(k^2 + \beta)\sigma_z + (2k^2 - \beta)(\sigma_y + \sigma_x)]/\Delta$$

$$a_4 = 6\beta\tau_{xy}/\Delta \quad a_5 = 6\beta\tau_{yz}/\Delta \quad a_6 = 6\beta\tau_{xz}/\Delta$$

$$k = \alpha/2\sigma_0$$

$$\Delta = 2[(k^2 + \beta)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) + (2k^2 - \beta)(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) + 3\beta(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)]^{1/2}$$

为了确定式(2)中的硬化参数 H ,需要建立等效应力与等效应变的关系,通常假定两者之间符合单轴受压情况,现设

$$\sigma_0 = E_0(\epsilon - \epsilon^2/2\epsilon_0) \quad (3)$$

式中: ϵ —等效单轴应变; ϵ_0 —相应于峰值应力的应变; E_0 —混凝土初始弹性模量.

设弹性应变 $\epsilon_e = \sigma_0/E_0$,塑性应变为 ϵ_p .将 $\epsilon = \epsilon_p + \sigma_0/E_0$ 代入式(3),解得

$$\sigma_0 = -E_0 \varepsilon_p + \sqrt{2E_0 \varepsilon_p \varepsilon_0} \quad c_0 f_c < \sigma_0 < f_c \quad (4)$$

式中 f_c 为混凝土抗压强度. 对式(4)求导, 得硬化参数:

$$H = \frac{d\sigma_0}{d\varepsilon_0} = E_0 [\sqrt{\varepsilon_0/(2\varepsilon_p)} - 1.0] \quad (5)$$

由式(4)、(5)可见, 确定 H 需 4 个参数: $f_c, E_0, c_0, \varepsilon_0$. 本文取 $c_0 = 0.3$ (对应于初始屈服面), $\varepsilon_0 = 2f_c/E_0, f_c$ 与 E_0 作为输入材料参数.

1.2 钢筋的本构模型

钢筋作为理想弹塑性材料, 其应力应变关系见文献[4].

2 混凝土的破坏模拟

在复杂应力状态下, 混凝土的破坏形态可分为压碎型与开裂型^[3].

2.1 压碎型破坏

根据试验发现, 混凝土在达到极限受压强度后并非立即失去承载力, 而是随着压应变的增加应力逐渐降低, 即进入应变软化区段, 应变达到某一极限时才完全失去承载力. 要模拟这一特性需要建立应变空间的破坏面, 用应变准则判断是否压碎. 本文取应变空间破坏面形式与式(1)相似:

$$3\beta J'_2 + \alpha I'_1 = \varepsilon_u^2 \quad (6)$$

式中: I'_1 —应变张量第一不变量; J'_2 —应变偏张量第二不变量; ε_u —单轴受压极限应变值, 取 $\varepsilon_u = 0.0033$.

2.2 开裂型破坏

当混凝土主拉应力超过某一限值时, 就会在垂直于拉应力方向产生裂缝, 此时混凝土仅在开裂方向局部失去承载力, 为了模拟这种局部破坏, 必须处理以下几个问题: 一是开裂准则; 二是裂缝模式; 三是开裂后的应力应变关系.

2.2.1 开裂准则

早期的研究采用最大拉应力准则, 即不管应力状态如何, 最大拉应力达到单轴抗拉强度就认为开裂, 但试验表明一个方向的压应力对另一个方向开裂有促进作用, 而拉应力几乎不影响另一方向的开裂. 为此本文采用以下开裂准则:

$$\text{a. 在拉应力状态下,} \quad \sigma_1 = f_t \quad (7)$$

$$\text{b. 在拉—压或拉—拉—压应力状态下,} \quad \sigma_1 = f_t (1 + \sigma_3/f_c) \quad (8)$$

$$\text{c. 在拉—压—压应力状态下,} \quad \sigma_1 = f_t (1 + \sigma_2/f_c) (1 + \sigma_3/f_c) \quad (9)$$

式(7)~(9)中以拉应力为正值, 压应力为负值

2.2.2 弥散裂缝模式

大多数钢筋混凝土有限元分析采用弥散裂缝模式, 其主要优点是开裂后不需要重新划分单元网格, 但也存在一个容易忽视的缺点, 即随着网格的加密, 进入应变软化区单元不断增加, 从而使计算结果过早发散, 分析所得的极限荷载就会随有限元网格加密而降低, 这当然是不符合实际的, 引入断裂能作为材料参数, 通过考虑拉应力的逐步释放, 可解决这一问题.

设混凝土受拉应力—应变关系的下降段为:

$$\sigma_1 = f_t \exp[-(\varepsilon_t - \varepsilon_0)\alpha] \quad (10)$$

式中: f_t —混凝土抗拉强度; α —软化参数; ε_t —开裂区的名义应变.

用断裂能作为开裂区应力释放所扩散的能量, 可推导式(10)中的软化参数:

$$\alpha = (G_f - 0.5l_c f_t \varepsilon_0)/l_c f_t \quad (11)$$

式中: G_f —混凝土的断裂能; l_c —特征长度.

特征长度应为断裂区体积与断裂面积之比, 即 $l_c = V_c/A_f$, 但采用弥散裂缝模式计算 V_c 及 A_f 存在一定困难, 本文近似取 l_c 为单元体积的立方根, 这样就基本反映了单元网格大小对受拉软化区的影响.

2.2.3 开裂后的本构矩阵

开裂后混凝土在裂缝方向无泊松效应, 材料变为各向异性, 以开裂时的主应力方向为材料各向异性主

轴,在局部坐标系下本构矩阵为:

$$D_f = \begin{bmatrix} E_{r1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & E_{r2} & b & 0 & 0 & 0 \\ & & E_t & 0 & 0 & 0 \\ \text{对称} & & & \beta_1 G & 0 & 0 \\ & & & & \beta_2 G & 0 \\ & & & & & \beta_1 G \end{bmatrix}$$

式中 E_{ri} 为开裂方向的变形模量,即图 1 所示的割线模量,这里不取 $E_{ri} = 0$,主要是为了保证数值计算的稳定性,相应地裂缝方向释放的应力也如图 1 所示.当积分点发生第二次开裂时,式(12)中取 $b = 0$. 剪切模量滞留系数 $\beta_i = 0.5$. 最后还必须将式(12)转换到总体坐标中去^[4].

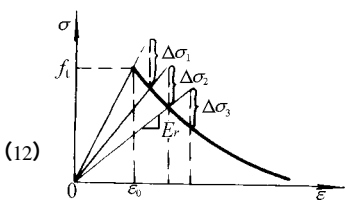


图 1 混凝土受拉应力应变关系

Fig.1 Tensile stress-strain relationship of concrete

3 有限元分析模型

钢筋混凝土有限元模型有分离式、组合式与整体式之分^[4]. 本文采用组合式模型,混凝土用 20 节点等参单元,钢筋用等效薄膜模拟,含有钢筋的混凝土单元刚度矩阵为:

$$K = K_c + K_s \tag{13}$$

式中 K_c ——20 节点等参单元刚度矩阵; K_s ——等效钢筋薄膜对刚度矩阵的贡献^[4].

4 算 例

根据试验研究^[1],现选其中三块板进行有限元分析,板的加载情况如图 2 所示,考虑结构的对称性,取 1/4 板块进行分析,网格剖分如图 3 所示,板的配筋及有关数据列于表 1 中.

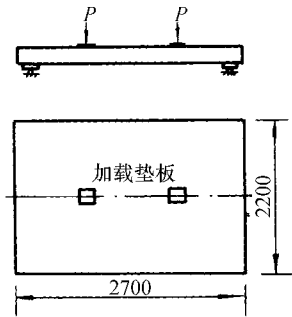


图 2 板的加载简图

Fig.2 Sketch of test slab

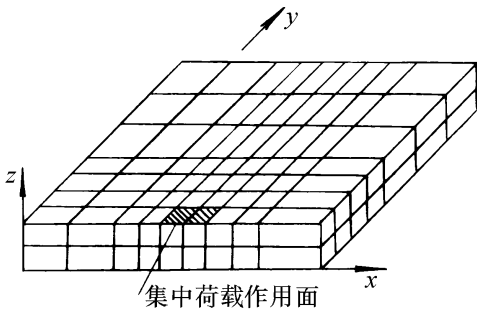


图 3 网格剖分示意图

Fig.3 Finite element meshes

有限元分析采用增量迭代法,每个增量步长用牛顿法进行迭代,以不平衡力控制迭代精度.数值积分采用 Irons 提出的 15b 积分法则^[5]. 分析结果表明:

- a. 剪跨比较小的板(TS1)首先在底面(底层单元)纯弯段出现拉裂,随着荷载增加,部分单元出现二次开裂,这些分别对应于试验出现的纵向裂缝与横向裂缝,破坏时(迭代发散),在集中荷载附近单元被压碎,相应于试验中的“冲陷区”.
- b. 剪跨比较大的板(TS2,TS3)在板的中部沿纵向的底层单元相继出现拉裂,随后发生二次开裂,破坏时在集中荷载之间梁段的各单元大都被压碎,出现了试验中加载垫板之间的“压碎带”.
- c. 直到破坏为止,侧边单元基本上未发生破坏(局部有拉裂),这与试验观测的结果基本吻合.
- d. 剪跨比较小的板(TS1)破坏时,纵向钢筋与横向钢筋均未屈服,剪跨比较大的板,破坏时纵向钢筋屈服,横向钢筋未屈服,这与试验结果是一致的.
- e. 板的极限荷载试验值与有限元分析值列于表 1 中,集中力与板的中点挠度曲线如图 4 所示,它们与试验结果都接近.

表 1 板的输入参数与极限荷载

Table 1 Input parameters and ultimate loads of slabs

板号	剪跨比	纵向钢筋	横向钢筋	t_{ξ} /mm	t_{η} /mm	f_c /MPa	E_c /MPa	$f_{y\xi}$ /MPa	$f_{y\eta}$ /MPa	试验值 p_{ut}/kN	有限元值 p_u/kN
TS1	1	Ø12 @65	Ø12 @200	1.740	0.565	25.84	2.85×10^4	445.3	290.3	539.4	563.8
TS2	3	Ø12 @100	Ø12 @200	1.131	0.565	23.49	2.85×10^4	445.3	290.3	364.8	393.4
TS3	4	Ø12 @100	Ø8 @200	1.131	0.251	27.31	2.85×10^4	445.3	224.0	267.4	261.8

注 泊松比 $\nu = 0.2, \epsilon_u = 3.3 \times 10^{-3}, f_t = 0.1f_c, E_{\xi} = 2.0 \times 10^5 \text{MPa}, E_{\eta} = 2.1 \times 10^5 \text{MPa}, G_t = 0.1 \text{N/mm}^2, t_{\xi}, t_{\eta}$ 为钢筋薄膜厚度。

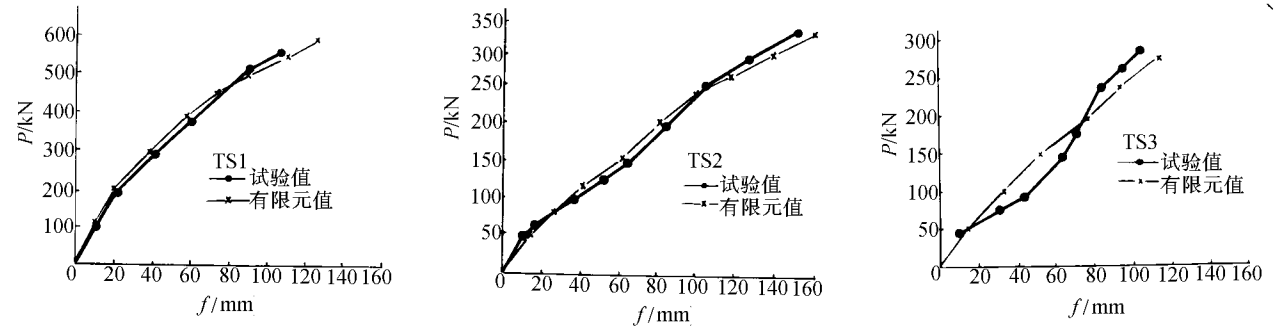


图 4 板的荷载挠度曲线
Fig.4 Load versus deflection for slabs

参 考 文 献

1 赵玉新. 中置集中荷载下钢筋混凝土简支无箍筋板的极限承载力试验研究 [学位论文]. 南京 河海大学建筑工程系, 1993
2 Owen D R J, Hinton E. Finite elements in plasticity-theory and practice. Swansea Pineridge Press, 1980. 235 ~ 326
3 Hinton E, Owen D R J. Finite element software for plate and shells. Pineridge Press Limited, 1984, 327 ~ 388
4 康清梁. 钢筋混凝土有限元分析. 北京 中国水利水电出版社, 1996. 34 ~ 45
5 Irons B M. Quadrature rules for brick-based finite elements. Int J of Numerical Method in Engineering, 1971, 3(2) 293 ~ 294.

Three Dimensional Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Concentrated Load

Wu Changhai Wang Jiwei

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098)

Xia Songyou

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098)

Abstract Based on the integral 3D nonlinear element method, the reinforced concrete slabs subjected to concentrated load have been analyzed. The material model assumed for concrete is elasto-plastic with strain-hardening in triaxial compression and elastic-brittle in tension. The smeared crack method is used to model the postcracking property and stress release. A failure surface in strain space is used to check crushing of the concrete. The steel bars are treated as membrane elements. The results obtained are in good agreement with experimental results.

key word reinforced concrete ; nonlinear finite element ; plasticity theory ; constitutive model ; smeared crack