

边坡变形破坏预测的混沌与分形研究

曾开华 陆兆溱

(河海大学土木工程学院 南京 210098)

摘 要 运用非线性科学理论和方法 ,对边坡变形破坏预测方法进行了研究 ,得出了反映边坡系统动态特性的关联维数 D_2 和 Kolmogorov 熵 K_2 的计算公式 .实例分析表明 ,滑坡变形失稳过程具有混沌和分维特性 ,可以用分形理论来研究滑坡预测问题 .

关键词 边坡 ;预测 ;非线性动力学 ;混沌 ;分形

中图号 TU457

以往研究边坡问题的方法 ,大多数都是确定论和概率论的方法 .然而 ,边坡作为一个真实的地质系统 ,存在着与外界物质和能量的交换 ,因而 ,本质上是一个开放、耗散和复杂的非线性动力学系统 .它既受内部非线性因素的作用 ,又受外部随机因素的影响 ,既有确定性 ,又有不确定性随机的一面 ,即混沌现象 .因此 ,我们可以用非线性科学中的有关理论 ,如混沌与分形理论来解决边坡预测问题 .

1 边坡演变动力学方程及单变量时间序列的拓展

实际边坡监测通常是对某一时间变量进行预测 ,而有些变量难以直接观测 .有人认为 ,单变量的时序提供的信息对于边坡复杂系统是有限的 ,但用动力学系统方法可以发现单变量的时序蕴藏着参与动态过程的全部变量的痕迹 ,是边坡演化过程的综合反映 .

由于边坡本身的复杂性 ,迄今还不能正确写出其系统演化的动力学方程 .但我们可以得到具有 n 个状态变量 x_i 随时间演变的非线性动力学方程组

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

(1)

对上述 n 维非线性动力学系统 ,通过消元 ,使其变换为一个 n 阶非线性微分方程

$$x^{(n)} = f(x, x', \dots, x^{(n-1)})$$

(2)

变换后 ,系统新的轨迹

$$x(t) = (x(t), x'(t), \dots, x^{(n-1)}(t))$$

(3)

描写了同样的动力学系统 .代替上式 ,可用不连续的时序 $x(t)$ 和它的 $(n-1)$ 时滞位移

$$x(t) = (x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(n-1)\tau))$$

(4)

其中 τ 为延滞参数 .将 τ 选作时间序列的长时间尺度 ,将会保证延滞坐标线性无关 .

设 $\{x_i\} \ i = 1, 2, \dots, N$ 为监测所得的位移时间序列 ,取一个固定的时间间隔 τ ,将原有序列 $x(t)$ 延拓成 n 维相空间的一个相型分布

$$\left. \begin{aligned} X_1 : & x(t_1), x(t_1 + \tau), x(t_1 + 2\tau), \dots, x(t_1 + (n-1)\tau) \\ X_2 : & x(t_2), x(t_2 + \tau), x(t_2 + 2\tau), \dots, x(t_2 + (n-1)\tau) \\ & \vdots \\ X_m : & x(t_m), x(t_m + \tau), x(t_m + 2\tau), \dots, x(t_m + (n-1)\tau) \end{aligned} \right\}$$

(5)

这里 $\tau = k\Delta t$ 为延滞时间 , k 为整数 , Δt 为采样间隔 ,则相点数为 $m = N - (n-1)\tau$. X_i 代表 n 维相空间矢量 ,设 $\bar{X}_i$ 为其相点 ,则坐标为 $\{x(t_i), x(t_i + \tau), \dots, x(t_i + (n-1)\tau)\}$.式 (5) 构成 m 个相型 ,相点间的连续描述了系统在 n 维相空间的演化轨迹 .

2 关联维数 D_2 和 Kolmogorov 熵 K_2

2.1 关联维数 D_2

考察 n 维相空间中的一对相点 $(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$ 取其欧氏距离 r_{ij} , 显然 r_{ij} 是 n 的函数. 先给定一小的 r , 把 r_{ij} 小于 r 的“点对”在所有“点对”中所占的比例记为

$$\alpha(r, n) = \frac{1}{m} \sum_{i,j=1}^m \theta(r - r_{ij}(n)) \quad i \neq j \tag{6}$$

其中: m ——相点数 θ ——Heaviside 函数.

$\alpha(r, n)$ 为吸引子的关联函数, 它刻画了相对于相空间某参考点 $\bar{X}_i$ 在 r 内的相点聚集程度. r 的选取应使 $0 \leq \alpha(r, n) \leq 1$. 对于充分小的 r , $\alpha(r, n)$ 逼近式

$$\ln \alpha(r, n) = \ln C + D(n) \ln r \quad C \text{ 为常数} \tag{7}$$

于是, 我们可以得到关联维

$$D(n) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial \ln \alpha(r, n)}{\partial \ln r} \tag{8}$$

当相空间维数 n 达到饱和时, $D(n)$ 不随 n 改变, 于是得到边坡系统的关联维数

$$D_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} D(n) \tag{9}$$

D_2 能为我们提供边坡系统的动态信息. 若 $D_2 > 2$ 或为分数, 表明边坡系统具有混沌特征, 则该系统吸引子的维数为 D_2 ; 否则, 边坡系统被诊断为随机系统或确定系统.

2.2 Kolmogorov 熵 K_2

1987 年, Paweljik 提出了用关联积分函数

$$C_q(r, n) = \left\{ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \theta(r - r_{ij}(n)) \right]^{q-1} \right\}^{\frac{1}{q-1}} \tag{10}$$

定义 q 阶 Renyi 熵

$$K_q = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \frac{1}{p\tau} \ln \frac{C_q(r, n)}{C_q(r, n+p)} \quad p = 1, 2, \dots \tag{11}$$

这里 τ 为延滞时间. 当上式的 q 值为 2 时, 就得到二阶 Renyi 熵 K_2 , 也称 Kolmogorov 熵.

K_2 可用来判别边坡演化是否达到混沌. 当 $K_2 > 0$ 时, 表明该系统为混沌系统, K_2 值越大, 系统的混沌程度越高. 当 $K_2 = 0$ 时, 系统为规则运动; 当 $K_2 = \infty$ 时, 系统为随机系统. 用 K_2 判别边坡演化过程的混沌特性, 是为了防止片面地用单一 D_2 指标导致的误判.

3 实例分析

本文以李家峡 I 号和 II 号滑坡的位移变形监测资料进行计算分析. 计算时, 先对原始数据进行一次累加生成和区间化归一处理, 以消除或削弱监测数据的随机干扰成分, 然后用动态跟踪法进行计算. 李家峡 I 号和 II 号滑坡观测桩合成位移历史曲线示于图 1 和图 2. 从中选取有代表性的监测点数据进行计算. I 号滑坡选 I_J—04 和 I_J—05, II 号滑坡选 II_J—03 和 II_J—06 测点. 计算结果见表 1 和表 2.

从表 1 和表 2 可知, I 号和 II 号滑坡各自两测点 D_2 值同一时期相差甚小, 且不同时期变化一致, 说明用 D_2 指标时, 各测点是关联的. 但用 K_2 指标时各测点的关联性不好, 仅反映出变化趋势一致. 从表 1 和表 2 还可知, I 号和 II 号滑坡各个时期的 D_2 值皆为分数, 而且 $K_2 > 0$, 表明两滑坡都进入混沌.

I 号滑坡初期的 D_2 和 K_2 都较小, 说明其混沌程度较低. 随着滑坡变形的发展, D_2 和 K_2 都有所上升, 混沌程度越来越明显. 这种变化规律与 I 号滑坡的加速蠕变过程有关. 1988 年 3 月 ~ 1988 年 12 月间, D_2 值于 1.00 附近稍作振荡后, 又有所下降, 而 $K_2 > 0$, 说明 I 号滑坡出现间歇混沌, 即系统似呈规则运动, 但实际转为下一层次的混沌运动. II 号滑坡各变形阶段 D_2 和 K_2 值都较小, 尤其 K_2 值, 几乎接近于 0, 但 D_2 值一直渐进增长. 这表明, II 号滑坡虽产生了混沌, 但混沌程度较低. 这与 II 号滑坡一直处在等速蠕变阶段有关. 两滑坡 D_2 值和 K_2 值变化上的变异, 说明了边坡系统的混沌与分形特性与它所处的变形阶段有关.

另外, 我们从表 1 和表 2 不难发现, D_2 值的变化规律比较明显, 而 K_2 值次之. I 号和 II 号滑坡的 D_2

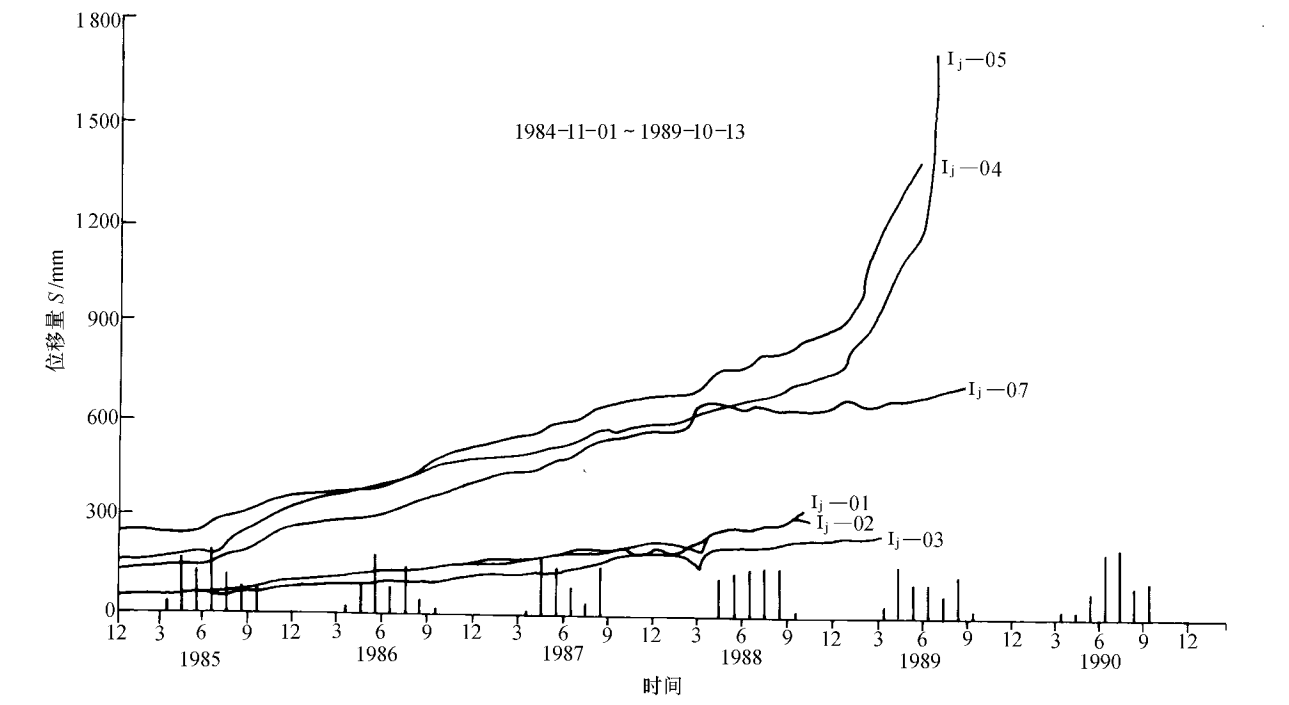


图 1 I 号滑坡观测桩合成位移历史曲线

Fig.1 Historical curve of synthetic displacement of observation pile in landslide #I

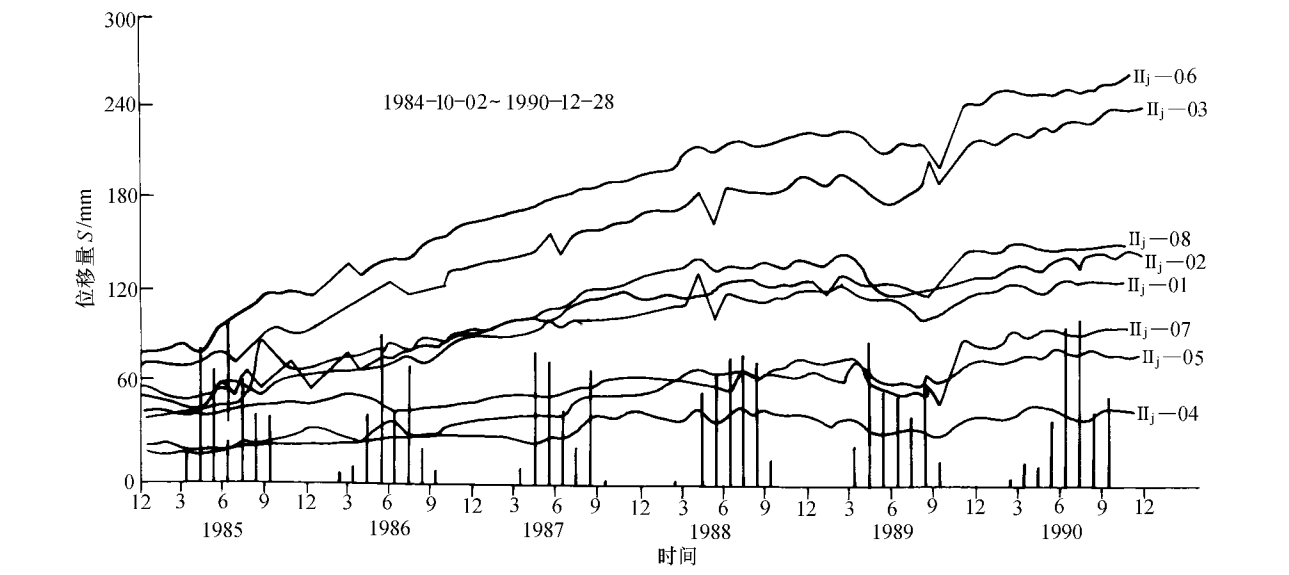


图 2 II 号滑坡观测桩合成位移历史曲线

Fig.2 Historical curve of synthetic displacement of observation pile in landslide #II

表 1 I 号滑坡 I_j—04 和 I_j—05 测点不同时期的 D₂ 值和 K₂ 值

Table 1 D₂ value and K₂ value in different time of I_j—04 and I_j—05 observation points in landslide #I

测点	数据类型	1986-09	1986-12	1987-06	1988-03	1988-09	1988-12	1989-03	1989-06
I _j —04	D ₂	0.75	0.84	0.93	1.02	1.01	0.94	0.92	0.91
	K ₂	0.110	0.107	0.326	0.454	0.412	0.509	0.314	0.312
I _j —05	D ₂	0.77	0.86	0.93	1.01	0.93	0.92	0.91	0.90
	K ₂	0.119	0.114	0.110	0.276	0.796	0.405	0.416	0.311

表 2 II 号滑坡 II_j—03 和 II_j—06 测点不同时期的 D_2 值和 K_2 值

Table 2 D_2 value and K_2 value in different time of II_j—03 and II_j—06 observation points in landslide #II

测点	数据类型	1986-12	1987-06	1987-12	1988-03	1988-09	1988-12	1989-06	1989-12	1990-06	1990-12
II _j —03	D_2	0.85	0.85	0.88	0.89	0.87	0.87	0.89	0.90	0.89	0.89
	K_2	0.046	0.054	0.116	0.084	0.097	0.105	0.108	0.098	0.109	0.094
II _j —06	D_2	0.81	0.81	0.84	0.87	0.88	0.86	0.87	0.87	0.88	0.88
	K_2	0.059	0.108	0.073	0.110	0.082	0.067	0.084	0.111	0.092	0.076

随时间的变化曲线示于图 3 和图 4. 由图 3 A 可知, I 号滑坡的 D_2 曲线存在峰点(S 或 S'),大致接近于滑坡开始加速变形的临界点. 在这之前, 滑坡是个不断升维的过程; 之后, D_2 值有下降趋势. 而 II 号滑坡一直处在升维阶段, 尚未达到峰点.

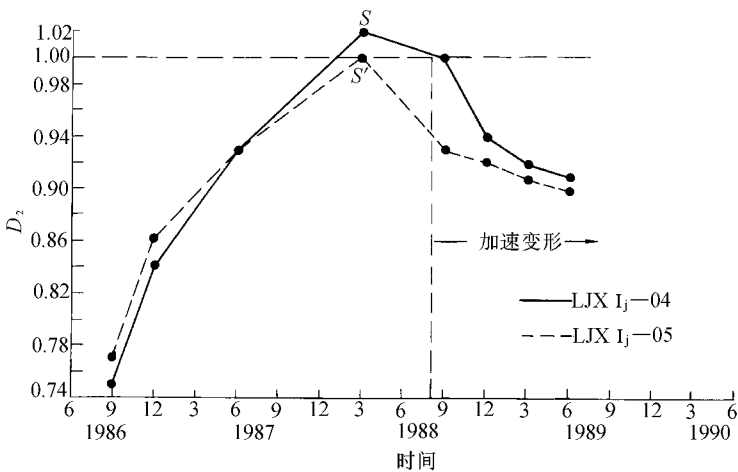


图 3 I 号滑坡变形过程 D_2 变化曲线

Fig. 3 Duration curve of displacement D_2 in landslide #I

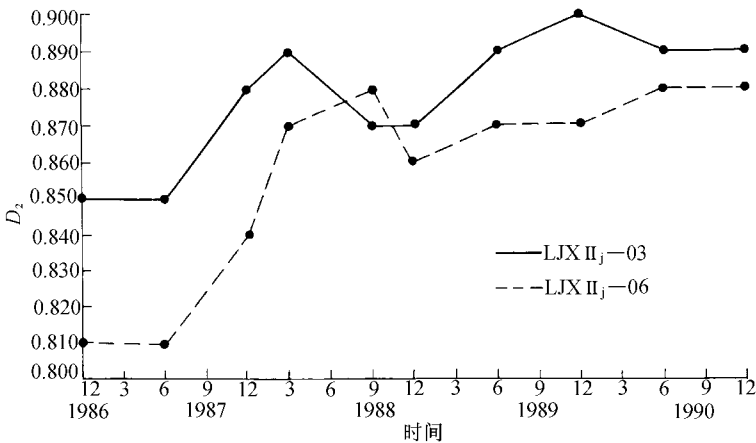


图 4 II 号滑坡变形过程 D_2 变化曲线

Fig. 4 Duration curve of displacement D_2 in landslide #II

4 结 论

- a. 边坡变形演化过程具有混沌和分形特性. 这种特性可以用分形理论加以研究.
 - b. 用边坡监测的位移时序在相空间中拓展 ,可以得到反映边坡系统特性的关联维数 D_2 和 Kolmogorov 熵 K_2 .
 - c. 滑坡的 D_2 值为分数 ,而且 $K_2 > 0$,因而滑坡是混沌的. 随着滑坡变形的发展 ,其混沌程度得到增强. 滑坡 D_2 和 K_2 值的变化 ,与它所处的变形阶段有关. 其中 D_2 值的变化规律比较明显 ,具有很好的分维特性.
 - d. 对于具有加速变形的滑坡 ,其 D_2 曲线存在峰点 ,它接近于滑坡开始加速变形的临界点. 在 D_2 峰点之前 ,滑坡是个不断升维的过程 ,之后滑坡维数呈下降趋势.
- 实际预测中 ,边坡失稳的判据可以是位移时序动态 D_2 曲线的峰点. 峰点 D_2 值究竟多大 ,可从大量滑坡监测资料分析中得知. 对于李家峡 I 号滑坡来说 ,其 D_2 值近似为 1.

参 考 文 献

1 王东生 ,曹磊.混沌、分形及其应用.合肥 :中国科学技术大学出版社 ,1995.379 ~ 402
2 李后强 ,汪富泉.分形理论及其在分子科学中的应用.北京 :科学出版社 ,1993.74 ~ 83
3 林振山.非线性力学与大气科学.南京 :南京大学出版社 ,1993.125 ~ 132

Study on Chaos and Fractal in the Prediction of Slope Deformation Destruction

Zeng Kaihua Lu Zhaozhen

(College of Civil Engineering ,Hohai Univ. ,Nanjing 210098)

Abstract In this paper ,nonlinear theory and methods are used to study the predicting methods of slope deformation destruction. The formulations of relative dimension D_2 and Kolmogorov entropy K_2 ,which reflect the dynamic characteristics of slope system ,are obtained. The analyses of examples show that the deformation and failure process of landslide is chaotic and fractal. The fractal theory can be used to study landslide prediction.

Key words slope ;prediction ;nonlinear dynamics ;chaos ;fractal