

带软弱结构面岩体的弹塑性有限元分析

姚纬明 李同春 任旭华 夏颂佑

(淮海大学研究生部 南京 210098) (淮海大学水利水电工程学院 南京 210098)

摘 要 通过分析指出,用近似于矩形或长方体的常规实体单元描述平面或空间岩体问题中的软弱结构面,其精度比简化的节理单元或夹层单元要高.在计算效率上,由于简化的节理单元或夹层单元的劲度矩阵元素与常规实体单元相同,因而简化的节理单元或夹层单元并无优越性,对岩体中软弱结构面的描述可采用常规的实体单元而无需进行特殊处理.由于结构面的屈服、破坏一般是沿着结构面的走向发生的,且抗拉强度较低,因而提出了适用于软弱结构面的广义摩尔库仑(简称 MC)屈服准则.用两个简单算例来验证本文提出的常规实体单元结合结构面广义 MC 屈服准则对带软弱结构面岩体进行弹塑性分析的合理性、正确性.

关键词 结构面 岩体 广义屈服准则 常规单元

中图分类号 TU452

边坡、地下洞室的稳定分析,不仅取决于实际材料的物理、力学特性,与计算分析方法的精度亦有一定的关系.由于岩体中存在着节理、断层及破碎带等软弱结构面的不连续介质,给实际分析带来一定困难.这种困难来自于两个方面,一是网格的生成;二是如何合理地对其非线性进行描述.本文仅限于对后者的探讨.由于这类软弱结构面的厚度一般较小,人们自然地想以用一种特殊的单元来对其进行描述.1968 年 Goodman 首先提出了线性的无厚度节理单元,奠定了节理单元的研究基础.1970 年,Zienkiewicz 给出了二维等参单元节理单元模式,并被人们进一步推广到三维问题中.这些节理单元模式是基于当节理单元厚度很薄时,与节理面垂直面上的正应变及与之相应的剪应变很小,从而对常规平面四节点或空间八节点实体单元进行简化而获得的.简化的结果是割裂了结构面法向和切向的相互影响,其单元整体坐标下的刚度矩阵的形成是首先建立以结构面切向、法向为局部坐标系统的单元刚度矩阵,然后乘以坐标转换矩阵而获得的.需要指出的是:(a)这种简化公式理论上讲只对厚度趋于无穷小时才成立,而实际情况下结构面的厚度是不定的,因此这种简化将导致求解结果的近似性,且其精度很难判断;(b)由于这种简化最终生成的单元刚度矩阵元素与常规实体单元相同,且其计算过程较复杂,因此事实上并未导致计算效率的提高.由于描述结构面的单元一般为矩形(平面)或长方体(空间)单元,本文通过分析指出单元刚度矩阵中的各项元素与单元边长比关系不大,并不会出现奇异矩阵,因而无需对其进行实际上使程序编制更为复杂而精度反而降低的人为简化.

目前软弱结构面的屈服准则一般采用低抗拉(或不抗拉)摩尔库仑屈服准则,这一屈服准则的缺点在于当法向应力为受拉时其描述过于简单,不能反映材料从纯剪屈服至纯拉屈服的过渡过程.本文提出了基于结构面摩擦系数 f 、凝聚力 c 、抗拉强度 f_t 的广义摩尔库仑准则,即当法向应力为压时,摩尔库仑准则的参数由 f, c 确定,而当法向应力为正(受拉)时其参数由 c, f_t 确定.

1 用常规实体单元分析软弱结构面的适应性

由于软弱结构面一般厚度较小,因此用常规实体单元对其进行剖分时,其单元形状近似为矩形(平面)或长方体(空间).这里以平面矩形单元为例分析这类单元的工作性态.

对于图 1 所示的矩形单元,其单元内任意一点的应变为:

$$\varepsilon = B\delta^e$$

(1)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \{\boldsymbol{\varepsilon}_x, \boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\gamma}_{xy}\}^T$$

δ^e 为单元节点位移列阵,

$$\delta^e = \{U_i \ V_i \ U_j \ V_j \ U_m \ V_m \ U_p \ V_p\}^T$$
$$B = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} -(b-y) & 0 & b-y & 0 & b+y & 0 & -(b+y) & 0 \\ 0 & -(a-x) & 0 & -(a+x) & 0 & a+x & 0 & a-x \\ -(a-x) & -(b-y) & -(a+x) & b-y & a+x & b+y & a-x & -(b+y) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式(2)中 $-b \leq y \leq b, -a \leq x \leq a$.

显然,由式(2)可知,当 $a \gg b$ 时, $\varepsilon_x \ll \varepsilon_y$. 这亦即是节理单元(或夹层单元)的简化条件.

图 1 所示平面应力单元的劲度矩阵^[1] 见式(3).

$$K = \frac{Et}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \frac{b}{a} + \frac{1-\mu}{6} \frac{a}{b} & \frac{1+\mu}{8} & \frac{1}{3} \frac{a}{b} + \frac{1-\mu}{6} \frac{b}{a} & -\frac{1}{3} \frac{b}{a} + \frac{1-\mu}{12} \frac{a}{b} & -\frac{1-3\mu}{8} & \frac{1}{6} \frac{a}{b} - \frac{1-\mu}{6} \frac{b}{a} & -\frac{1+\mu}{8} & -\frac{1}{6} \frac{b}{a} - \frac{1-\mu}{12} \frac{a}{b} & -\frac{1+\mu}{8} & -\frac{1}{6} \frac{a}{b} - \frac{1-\mu}{12} \frac{b}{a} & \frac{1}{6} \frac{b}{a} - \frac{1-\mu}{6} \frac{a}{b} & -\frac{1-3\mu}{8} & \frac{1}{3} \frac{a}{b} + \frac{1-\mu}{6} \frac{b}{a} & -\frac{1}{3} \frac{b}{a} + \frac{1-\mu}{12} \frac{a}{b} & -\frac{1-3\mu}{8} & \frac{1}{6} \frac{b}{a} - \frac{1-\mu}{6} \frac{a}{b} & \frac{1-3\mu}{8} & -\frac{1}{3} \frac{a}{b} + \frac{1-\mu}{12} \frac{b}{a} & \frac{1+\mu}{8} \end{bmatrix}$$

对

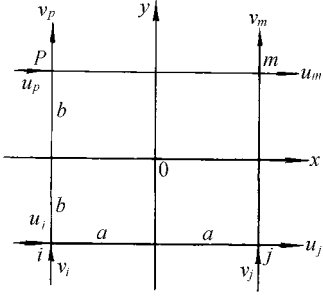


图 1 矩形单元

Fig.1 Rectangular element

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} \frac{a}{b} + \frac{1-\mu}{6} \frac{b}{a} & \frac{1-3\mu}{8} & \frac{1}{3} \frac{b}{a} + \frac{1-\mu}{6} \frac{a}{b} & -\frac{1}{3} \frac{a}{b} + \frac{1-\mu}{12} \frac{b}{a} & -\frac{1+\mu}{8} & \frac{1}{6} \frac{b}{a} - \frac{1-\mu}{6} \frac{a}{b} & -\frac{1-3\mu}{8} & \frac{1}{3} \frac{a}{b} + \frac{1-\mu}{6} \frac{a}{b} & -\frac{1}{3} \frac{b}{a} + \frac{1-\mu}{12} \frac{b}{a} & -\frac{1-3\mu}{8} & \frac{1}{6} \frac{a}{b} - \frac{1-\mu}{6} \frac{b}{a} & \frac{1-3\mu}{8} & \frac{1}{3} \frac{b}{a} + \frac{1-\mu}{6} \frac{a}{b} & -\frac{1}{3} \frac{a}{b} + \frac{1-\mu}{12} \frac{a}{b} & -\frac{1-3\mu}{8} & \frac{1}{6} \frac{b}{a} - \frac{1-\mu}{6} \frac{a}{b} & \frac{1-3\mu}{8} & -\frac{1}{3} \frac{b}{a} + \frac{1-\mu}{12} \frac{a}{b} & \frac{1+\mu}{8} \end{bmatrix}$$

称

$$\quad \quad \quad (3)$$

由(3)式可见,当 $a \gg b$ 时,可近似取 $b/a = 0$,此时, y 方向与 x 方向主元素比值 η 为:

$$\eta = \frac{k_{22}}{k_{11}} = \frac{k_{44}}{k_{33}} = \frac{k_{66}}{k_{55}} = \frac{\frac{1}{3} \frac{a}{b}}{\frac{1-\mu}{6} \frac{a}{b}} = \frac{2}{1-\mu}$$

即 x 方向的刚度并非可以略去不计,因此如果用节理单元(或夹层单元)简化的应变矩阵去求劲度矩阵只能得到近似的劲度矩阵公式,而其计算结果的精度则很难估计.

由式(3)可见,这类单元劲度矩阵并不会因为较大的 a/b 而出现奇异现象,因此不会出现方程在求解方面的困难.此外,这类单元本身能较好地反映结构面的上、下盘与 a/b 近似为 1 的实体单元相连的工作性态.由于单元刚度矩阵中的元素主要取决于 a/b 与弹模 E ,因此可得出以下结论:

a.若结构面的弹模与上、下盘岩体相同,则当 $a/b \gg 1$ 时,叠加后的结构面上结点的刚度矩阵主元素值远远大于非结构面结点处的值,相当于结构面上只有刚体变形,无弹性变形,因此这类单元可用于描述弹性体相接触时的工作性态.

b.若结构面的弹模为零,此时结构面单元刚度矩阵元素为零,可以用来描述岩体内缝隙的工作性态.

综上所述,常规的矩形(平面)或长方体(空间)单元本身可以较好地反映软弱结构面(包括裂隙)的工作性态,无需对其进行特殊处理.

2 结构面广义 MC 屈服准则

结构面广义 MC 屈服准则可表示为：
$$a\sigma_n + \tau_n - c = 0 \tag{4}$$
式中： σ_n, τ_n ——结构面上正应力、剪应力； c ——凝聚力。设结构面法向与 X - Y - Z 坐标轴夹角的方向余弦分别为 l, m, n ，则当用常规单元描述结构面时， σ_n, τ_n 可由下式求得：

$$\sigma_n = l^2\sigma_x + m^2\sigma_y + n^2\sigma_z + 2lm\tau_{xy} + 2mn\tau_{yz} + 2nl\tau_{zx} \qquad \tau_n^2 = X_n^2 + Y_n^2 + Z_n^2 - \sigma_n^2$$
$$\begin{Bmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yz} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix} \tag{5}$$

当 $\sigma_n \leq 0$ ，式(4)中 a 取为压剪摩擦系数；当 $\sigma_n > 0$ 时， a 取为：

$$a = c/f_t \tag{6}$$

此时式(4) 可改写为：

$$\sigma_n + \frac{f_t}{c}\tau_n - f_t = 0 \tag{7}$$

当 $f_t \rightarrow 0$ 时，式(7)成为 $\sigma_n \rightarrow 0$ ，因此式(4)可以反映结构面的低抗拉特性。

从式(4)的形式看， a 可理解为摩擦系数，在压剪区取常用值，在拉剪区取为 c/f_t 。

3 算 例

例 1 图2为一基岩上的基础梁，基础梁与岩基之间的摩擦系数 $f = 0.5$ ，凝聚力 $c = 0.1$ MPa。基础梁的弹性模量 $E = 1.8 \times 10^4$ MPa， $\mu = 0.2$ 。地基的弹性模量 $E = 1.0 \times 10^4$ MPa， $\mu = 0.3$ 。设基础梁跨中所受集中荷载 p ，按平面形变问题计算基础梁反力。

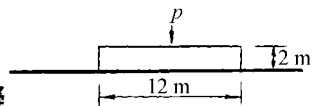


图 2 岩基上的基础梁
Fig.2 Beam on rock foundation

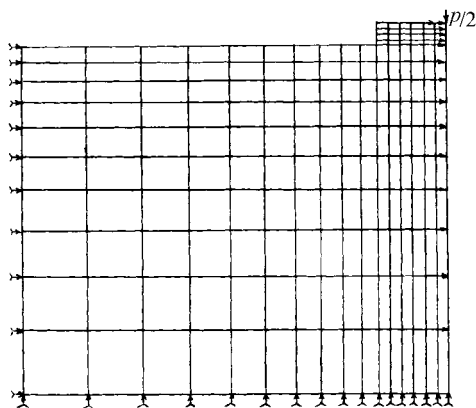


图 3 简化的计算模型

Fig.3 Simplified computational model

为了模拟基础梁与岩基之间的接触状态，在梁与岩基之间设置 0.01 m 的夹层。夹层的弹性模量取与基础相同。夹层采用本文提出的常规单元加层面屈服的方法进行模拟。计算时利用对称性取左半边梁计算，采用的网格及边界条件见图 3。所有单元均采用文献[2]提出的不协调单元模式以克服常规单元模拟弯曲、不可压缩等可能存在的问题。

为了验证用常规单元模拟夹层的正确性，这里首先假定夹层处于弹性工作状态，比较 $p = 2000$ kN/m 时设置与不设置夹层（地基与基础梁接触处采用相同结点）基础梁与地基的应力状态。

比较图 4,5 与图 6,7 可见，当夹层处于弹性工作状态时，设置夹层与否基础梁与地基的应力状态是一致的。根据内力平衡原理可知：(a) 本文提出的用常规单元模拟夹层的方法是正确的；(b) 夹层面上的正、剪应力可代表基础梁的反力。图 8 为 $p = 4000$ kN/m

考虑夹层为理想弹塑性材料，并采用本文提出的层面屈服准则计算得到的夹层面上的正、剪应力分布。

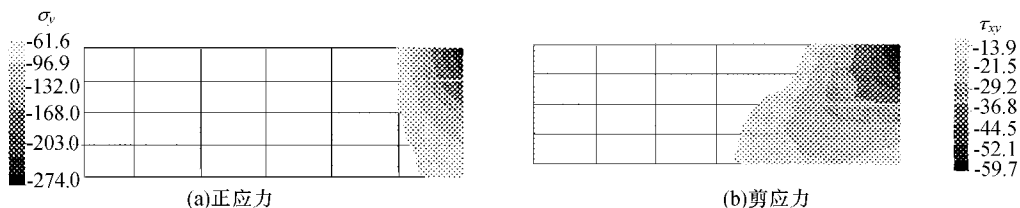


图 4 设置弹性夹层时基础梁应力分布 ($\times 10$ kPa)

Fig.4 Stress distribution for beam with thin elastic layer

例 2 图9为一带结构面的岩块，岩石的弹性模量 $E = 170$ MPa， $\mu = 0.22$ ，结构面的摩擦角为 30° ，凝聚力为 1000 Pa，求该岩块的表面极限荷载 σ_1 。

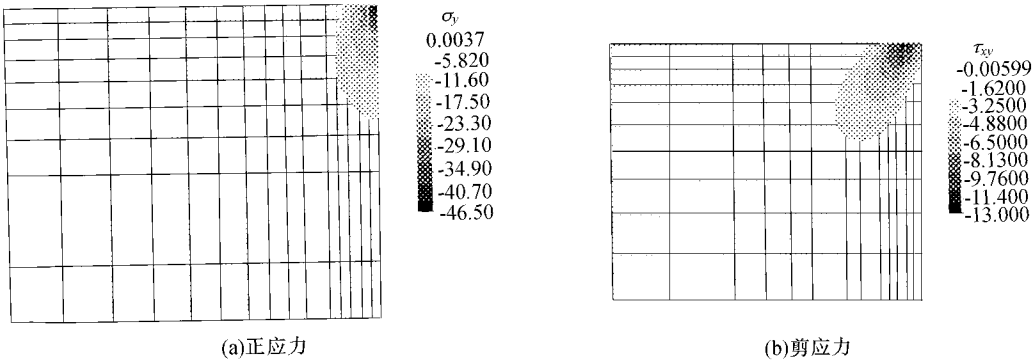


图 5 设置弹性夹层时地基应力分布 (× 10 kPa)

Fig.5 Stress distribution for foundation with thin elastic layer

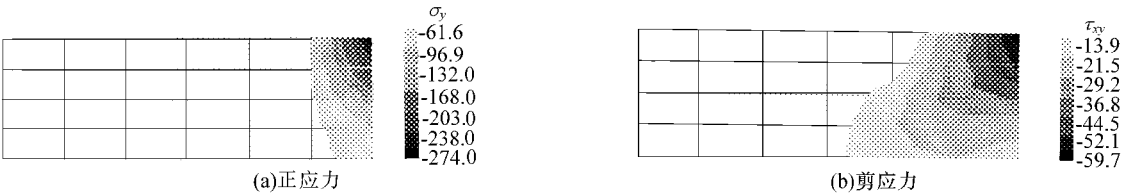


图 6 无夹层时基础梁应力分布 (× 10 kPa)

Fig.6 Stress distribution for foundation without thin layer

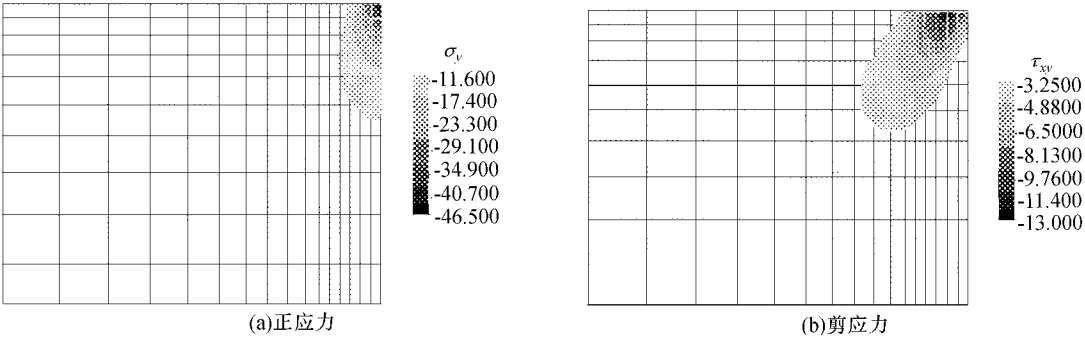


图 7 无夹层时地基应力分布 (× 10 kPa)

Fig.7 Stress distribution for foundation without thin layer

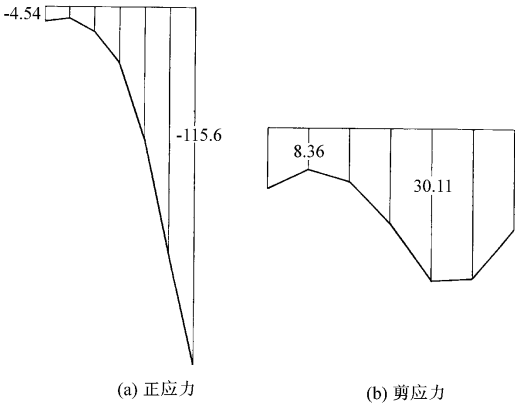


图 8 p = 4000 kN/m 时夹层层面上应力分布 (× 10 kPa)

Fig.8 Stress distribution on thin layer

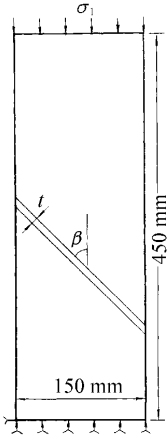


图 9 带结构面的岩块

Fig.9 Rock mass with structural surface

该问题的理论解为： $\sigma_1 = \frac{2c}{(1 - \tan\varphi \tan\beta) \sin 2\beta} = 4732 \text{ Pa}$.

为了进一步验证本文提出的夹层模拟方法的正确性,将结构面用厚度 $t = 10 \text{ mm}$ 的夹层来代替,夹层的弹性模量 $E = 1.7 \text{ MPa}$, $\nu = 0.3$. 采用的有限元网格如图 10 所示. 用本文提出的夹层模拟方法计算所得的表面极限荷载 $\sigma_1 = 4734 \text{ Pa}$,与理论解十分接近. 图 11,12 为相应的变形图及位移矢量图.

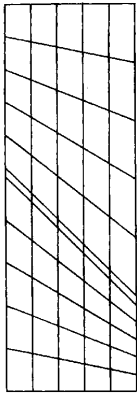


图 10 有限元网格
Fig.10 Mesh for FEM

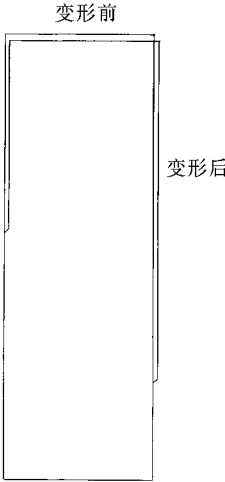


图 11 带结构面岩块的变形
Fig.11 Deformation graph
for rockmass with structural surface

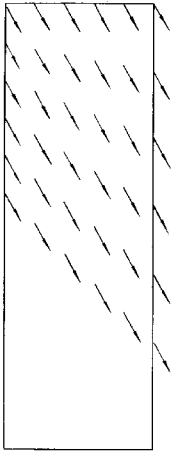


图 12 带结构面岩块的位移矢量
Fig.12 Displacement vector
for rock mass with structural surface

4 结 束 语

- a. 用近似于矩形或长方体的常规实体单元对平面或空间带软弱结构面岩体进行分析求解的结果精度比用简化的节理单元或夹层单元要高.
- b. 文中提出的适用于软弱结构面的广义摩尔库仑屈服准则,能将岩体的低抗拉性和剪摩特性用统一的方程描述. 这不仅能反映材料从纯剪屈服至纯拉屈服的过渡过程,同时使得程序编制更为简单.
- c. 算例表明,采用本文提出的常规实体单元结合广义摩尔库仑屈服准则对带软弱结构面岩体进行弹塑性有限元分析的方法是正确合理的.

参 考 文 献

1 华东水利学院. 弹性力学问题的有限元法. 北京 水利出版社,1982. 61 ~ 64
2 Simo J C, Rifai M S. A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible models. Int J Numer Methods Eng,1985,29 (1) :1595 ~ 1638

Elasto-Plastic FEM Analysis for Rock Mass with Weak Surfaces

Yao Weiming

(Dept. of Postgraduate Studies, Hohai Univ., Nanjing 210098)

Li Tongchun Ren Xuhua Xia Songyou

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098)

Abstract It is pointed out that the accuracy of standard element of rectangular or cubic shape is higher than that of simplified joint element. Moreover, the simplified joint element is not superior to the standard element because of the same number of the stiffness matrices. Therefore, the standard element is recommended to describe the properties of weak surfaces without any simplification. The generalized Mohr-Coulomb yield criterion for weak surface is presented to describe the property of low tensile strength on the weak surface. Two examples are given to verify the standard element with the generalized MC criterion for weak surfaces.

Key words weak surface ; rock mass ; generalized yield criteria ; standard element