

图 1 石膏大纯悬臂梁无量纲形式动弹模随频率变化

Fig.1 $E_d/E_0 \sim f/f_1$ for large scale gypsum cantilever beam without block

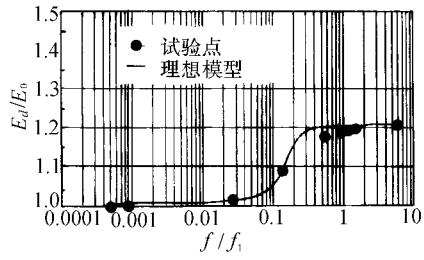


图 2 石膏中等纯悬臂梁无量纲形式动弹模随频率变化

Fig.2 $E_d/E_0 \sim f/f_1$ for medium scale gypsum cantilever beam without block

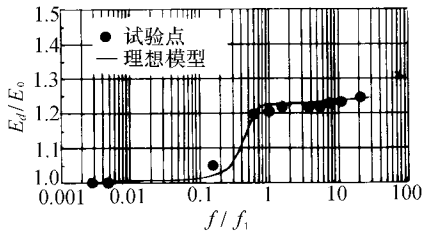


图 3 石膏加块大悬臂梁无量纲形式动弹模随频率变化

Fig.3 $E_d/E_0 \sim f/f_1$ for large scale gypsum cantilever beam with block

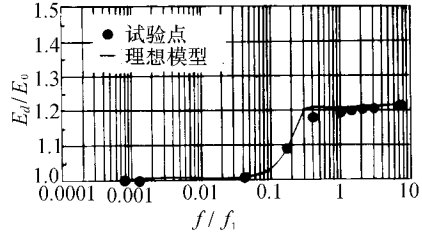


图 4 石膏加块中等悬臂梁无量纲形式动弹模随频率变化

Fig.4 $E_d/E_0 \sim f/f_1$ for medium scale gypsum cantilever beam with block

$$A_0 = K_0/e^{c_0(f/f_1)^{c_1}} \quad (3)$$

$$A_j = [(1 - \frac{f^2}{f_j^2})^2 + (2\xi_j \frac{f}{f_j})^2]^{-r_j/2} \quad (4)$$

$$A = \sum_{j=0}^n A_j \quad (5)$$

式(2) ~ (5)中: f_j, ξ_j ——各阶固有频率及其阻尼比($j \geq 1$); r_j ——动弹模振型参数指数($j \geq 1$); c_0, K_0 ——静动过渡系数,反映从静弹模过渡到动弹模的快慢程度; c_1 ——静动过渡范围系数,主要是反映从静弹模过渡到动弹模所在的频率范围. 这样,式(1) ~ (5)即为结构材料动弹模随频率变化的理论模型. $E_d(f)$ 除以静弹模 E_0 , f 除以一阶固有频率 f_1 , 即可得无量纲形式的相对动弹模(E_d/E_0)随相对频率(f/f_1)变化的理论模型. 由式(1) ~ (5)和不同结构材料的实验结果可确定式中的参数. 目标函数:

$$J = \sum_{i=0}^m |E_d^*(f_i) - E_d(f_i)| \quad (6)$$

式中: $E_d^*(f_i)$ ——动弹模在频率 f_i 处的实验值; $E_d(f_i)$ ——动弹模在频率 f_i 处的理论值; m ——实验频率的个数. 求式(6)中目标函数最小值问题用 GA 算法求解^[4]. 由图 1 ~ 5 可见理论模型较好地反映了实验结果.

2 动弹模的变化机理讨论

对于像石膏这样近线弹性结构材料,动弹模的变化主要发生在低频(相对于一阶共振频率)和一阶固有频率这一频率范围,而且这个变化是随着相对频率的增加而逐渐过渡的. 其物理机理是在这一频率范围,各阶振型的参与程度特别是一阶振型,发生显著变化. 在一阶固有频率以后,各阶振型动弹模和非振型动弹模也是逐渐增加的,但增加幅度较之从静弹模到一阶动弹模的变化幅度小得多. 各振型动弹模之间的非振动弹模也是逐渐过渡的. 对于混凝土结构材料,由于线弹性没有石膏好,无论是从静弹模到一阶动弹模的变化幅

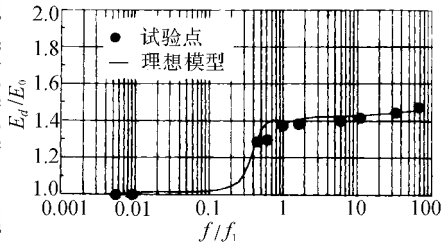


图 5 混凝土加块悬臂梁无量纲形式动弹模随频率变化

Fig.5 $E_d/E_0 \sim f/f_1$ for concrete cantilever beam with block

度,还是各阶动弹模的变化均较石膏显著.而对于象加重乳胶这样的非线性弹性材料,由于非线性较之混凝土更为显著,从而导致其各阶振型相差很大,四阶振型动弹模高出一阶的 67%^[3].非线性可能是导致混凝土、加重乳胶等结构材料动弹模较石膏动弹模变化更为显著的主要原因.象混凝土、加重乳胶这样的非线性材料悬臂梁的结构材料动弹模较之静弹模量高,主要是两方面因素综合作用的结果:一是线弹性模型下的动弹模是振动中拉、压、弯、剪、扭共同作用的综合动弹模;二是非线性弹性因素的影响,其中包括高阶振型可能振幅较小的缘故.

参 考 文 献

1 陶振宇. 水工建设中的岩土力学问题. 北京: 水利出版社, 1976. 49 ~ 60
2 马良筠, 孙海峰. 梁式构件动态弹性模量的实验研究及振动分析中梁的有效长度问题. 力学学报, 1989, 21(11): 697 ~ 704
3 郑永来, 周澄, 夏颂佑. 动弹模变化的实验研究. 河海大学学报, 1998(2): 31 ~ 35
4 郑永来, 材料动力特性研究: [博士学位论文]. 南京: 河海大学, 1997

Theoretical Model and Mechanism of Dynamic Modulus
of Elasticity with Frequency Change

Zheng Yonglai

(Dept. of Geotechnical Engineering, Tongji Univ., Shanghai 200092)

Zhou Chen Huang Wei Xia Songyou

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai Univ., Nanjing, 210098)

Abstract A theoretical model is proposed for the change of first four order modal and no-modal dynamic moduli of elasticity of a concrete cantilever with block and for gypsum cantilevers to three different scales with and without block. The no-modal moduli including moduli between static modulus of elasticity and the first order moduli and moduli among the different order moduli, and the law and mechanism of the change are discussed.

Key words dynamic moduli of elasticity ; model ; mechanism ; vibration ; mode of vibration