

用于准同期振荡系统的数学模型

周海防

(华北水利水电学院 郑州 450045)

摘 要 建立了用于准同期振荡研究的具有燃气-蒸汽复合过程的燃气轮机发电机组动态系统的数学模型. 给出了推导机械大轴系统和电气系统方程的方法以及方程中变量规范化的方法. 研究一个机电系统的准同期振荡特性, 要同时分析求解系统的机械部分和电气部分的数学模型, 因此在推导系统的数学模型时, 电气系统中各部分的数学模型要具有同发电机数学模型统一的 d-q 轴形式, 机械系统和电气系统中变量的标么值要取共同的基准 ω_B 和 S_B .
关键词 燃气轮机, 准同期振荡, 数学模型
中图号 TM611.24

发生在电力系统中的准同期振荡是系统中电气部分和机械部分的能量交换在特定的条件下引发的. 分析准同期振荡的特性, 需要同时建立电气和机械部分的数学模型. 这不仅涉及到如何推导各部分数学模型的问题, 而且为了能够联合求解各部分数学模型, 还涉及到统一系统方程的形式和规范化方程中变量的问题. 本文通过推导一个复杂的燃气轮机发电机组动态系统的数学模型, 给出了解决以上问题的方法.

1 动态系统的组成

所研究的系统是一个具有复合燃气-蒸汽过程的燃气轮机发电机组动态系统. 该系统由三部分组成(图 1): 燃气轮机发电机组的大轴系统、发电机、带有串联补偿电容且联至无穷大电网的输电线路.

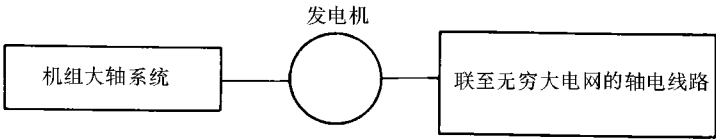


图 1 动态系统的组成

Fig.1 Structure of the power system

燃气轮机发电机组大轴系统的简图^[1]见图 2. 发电机转子通过左侧的一个减速齿轮箱与燃气轮机相联, 而右侧接至汽轮机转子 HP、LP (HP、LP 分别是汽轮机的高压转子和低压转子). 工作时, 空气由燃气轮机左侧进入燃气轮机的压缩转轮, 被压缩的空气进入燃烧室, 在那里燃料油被注入. 燃烧后产生的高温高压气体推动燃气轮机的工作转轮, 通过减速齿轮箱带动发电机工作. 由工作转轮排出的做过功的气体进入一个蒸汽锅炉, 在那里加热要进入汽轮机的气体.

带有串联补偿电容的输电线路的简图^[2]见图 3. 发电机通过变压器(其阻抗 $x_t = j0.14$)联至输电线路, 输电线路用阻抗 r_E 和 X_e 表示. x_c 表示串联电容, 线路接至一个无穷大电网.

2 系统数学模型的推导

2.1 机械系统数学模型的推导

2.1.1 基本方程的推导

图 2 所示的大轴机械系统采用图 4 所示的弹簧质量模型. 大轴上的各转轮分别用具有转动惯量 J_i 的质

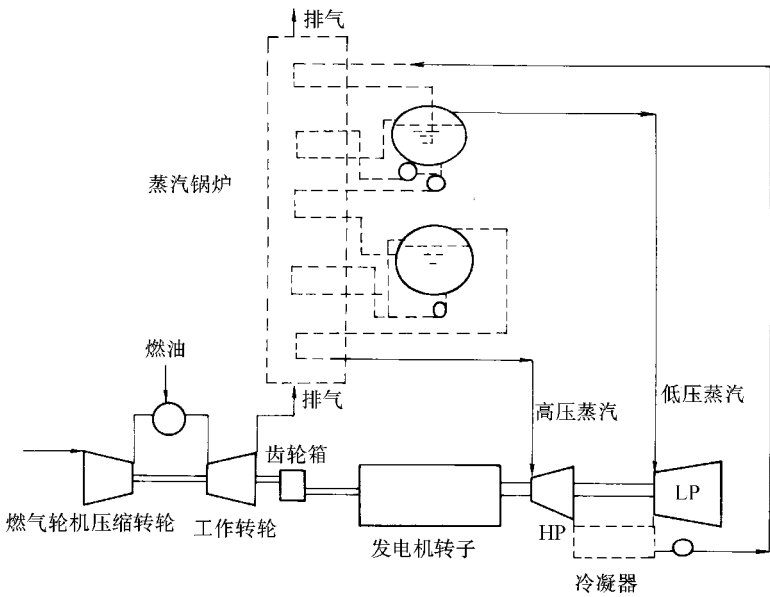


图 2 燃气轮机发电机组系统简图

Fig.2 Gas turbine-generator of combined steam and gas cycle

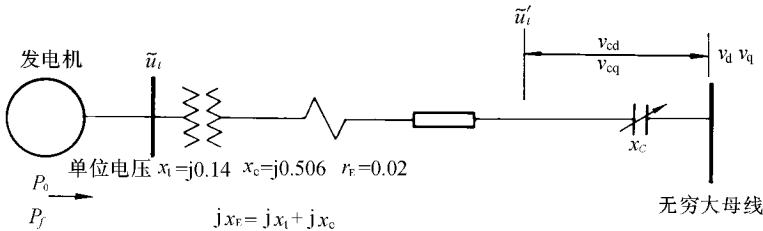


图 3 串联补偿电容输电线路简图

Fig.3 Series-compensated transmission line model

量来表示,两个相邻转轮之间的轴用具有弹性常数 K_{ij} 和阻尼系数 D_{ij} 的弹簧轴来表示.另外的阻尼系数 D_i 模拟了转动的各转轮叶片与工作流体之间的相对运动所产生的阻尼,在通常的情况下,这部分阻尼可以忽略.在工作中,燃气轮机的工作转轮和汽轮机的高、低压转子都将产生主动力矩 T_{ij} ,而燃气轮机的压缩转轮 J_1 和发电机转子将产生阻力矩, T_a 和 T_b 是传输到变速箱 a 轴和 b 轴上的负荷力矩,各力矩的正方向如图中所示.

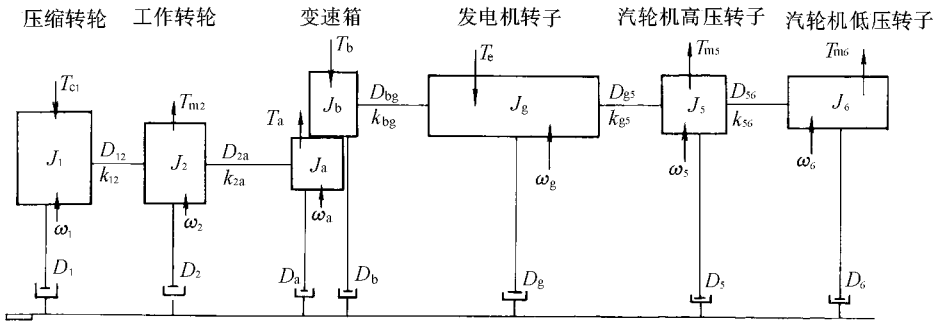


图 4 燃气轮机发电机组大轴机械系统弹簧质量模型

Fig.4 Lumped spring-mass model of the gas turbine-generator shaft

图 5 表示在发电机转子和燃气轮机之间的变速箱,其变速比

$$R_G = \omega_a / \omega_b = N_b / N_a = T_b / T_a > 1 \tag{1}$$

式中: ω_a ——变速箱燃气轮机侧轴的角速度; ω_b ——发电机侧轴的角速度; N_a, N_b ——齿轮 a 和 b 的齿数.运用牛顿第二运动定律,可推导出大轴上各转动质量体的运动方程组:

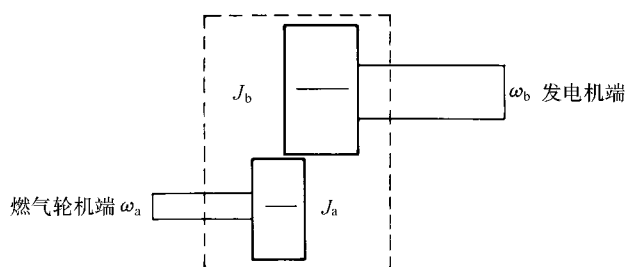


图5 齿轮变速箱模型

Fig.5 Shaft gear box model

$$\left. \begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 &= -T_{cl} - D_1 \omega_1 - D_{12}(\omega_1 - \omega_2) - K_{12}(\delta_1 - \delta_2) \\ J_2 \dot{\omega}_2 &= T_{m2} - D_2 \omega_2 - D_{21}(\omega_2 - \omega_1) - K_{21}(\delta_2 - \delta_1) - D_{2a}(\omega_2 - \omega_a) - K_{2a}(\delta_2 - \delta_a) \\ J_a \dot{\omega}_a &= T_a - D_a \omega_a - D_{2a}(\omega_a - \omega_2) - K_{2a}(\delta_a - \delta_2) \\ J_b \dot{\omega}_b &= -T_b - D_b \omega_b - D_{bg}(\omega_b - \omega_g) - K_{bg}(\delta_b - \delta_g) \\ J_g \dot{\omega}_g &= -T_e - D_g \omega_g - D_{bg}(\omega_g - \omega_b) - K_{bg}(\delta_g - \delta_b) - D_{g5}(\omega_g - \omega_5) - K_{g5}(\delta_g - \delta_5) \\ J_5 \dot{\omega}_5 &= T_{m5} - D_5 \omega_5 - D_{g5}(\omega_5 - \omega_g) - K_{g5}(\delta_5 - \delta_g) - D_{56}(\omega_5 - \omega_6) - K_{56}(\delta_5 - \delta_6) \\ J_6 \dot{\omega}_6 &= T_{m6} - D_6 \omega_6 - D_{56}(\omega_6 - \omega_5) - K_{56}(\delta_6 - \delta_5) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中： T_{m2} 、 T_{m5} 、 T_{m6} ——燃气轮机的工作转轮和汽轮机的高、低压转子产生的机械力矩， $\text{N} \cdot \text{m}$ ； T_e ——发电机电磁力矩， $\text{N} \cdot \text{m}$ ； T_{cl} ——燃气轮机压缩转轮的负荷力矩， $\text{N} \cdot \text{m}$ ； T_a 、 T_b ——传输到变速箱 a 轴和 b 轴上的负荷力矩， $\text{N} \cdot \text{m}$ ； ω_i ——第 i 个质量体的机械角速度， rad/s ； δ_i ——第 i 个质量体相对于一个同步旋转的基准的机械角位移， rad ； J_i ——第 i 个质量体的转动惯量， $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ； D ——阻尼系数或常数， $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$ ； K ——轴的弹性刚度， $\text{N} \cdot \text{m/rad}$ 。

根据角速度的定义，还可以得到

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta}_1 &= \omega_1 - \omega_{TR} & \dot{\delta}_b &= \omega_b - \omega_R & \dot{\delta}_5 &= \omega_5 - \omega_R \\ \dot{\delta}_2 &= \omega_2 - \omega_{TR} & \dot{\delta}_g &= \omega_g - \omega_R & \dot{\delta}_6 &= \omega_6 - \omega_R \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

方程组(2)(3)组成了机械系统的基本方程。

2.1.2 变速箱的数学模型

在方程组(2)中，第3和第4个方程是变速箱内部的方程。这两个方程中，力矩 T_a 和 T_b 是一对在数值上相等的作用力和反作用力，利用其等值关系和式(1)，可消去变速箱内部的这两个力矩，将方程组中第3和第4个方程合并为一个变速箱外部的方程式：

$$J_q \dot{\omega}_b = 0 - D_q \omega_b - R_G D_{2a}(\omega_a - \omega_2) - R_G K_{2a}(\delta_a - \delta_2) - D_{bg}(\omega_b - \omega_g) - K_{bg}(\delta_b - \delta_g) \quad (4)$$

其中 $J_q = R_G^2 J_a + J_b$ ， $D_q = R_G^2 D_a + D_b$

要注意的是，式中选定了在变速箱两侧的两个额定角速度， ω_R 是发电机侧的额定角速度， ω_{TR} 是燃气轮机侧的额定角速度，单位都是弧度每秒。这两个额定角速度满足式(5)。

$$\omega_{TR} = \omega_R R_G \quad (5)$$

2.1.3 方程中变量的规范化(标么值)

在实际计算中，方程组中的变量应是标么值。在式(2)(3)(4)中，角变量是以机械弧度来度量的，如果要同时计算分析机械系统和电气系统，须将机械系统方程中变量标么值与电气系统方程中变量标么值统一起来。通常的做法是，两个系统变量标么值的基准都定为额定的系统电气角速度 ω_B 和三相视在功率 S_B 。对发电机来讲，机械角速度和电气角速度之间满足下式：

$$\frac{P_f}{2} = \frac{\omega_B}{\omega_R} = \frac{\omega_e}{\omega_g} \quad (6)$$

式中： ω_B ——额定的系统电气角速度， rad/s ； ω_R ——发电机的额定机械角速度， rad/s ； ω_g ——发电机的机械角速度， rad/s ； ω_e ——发电机的电气角速度， rad/s ； P_f ——发电机的磁极数。

现将机械系统方程组(2)(3)(4)中的变量变换为在统一基准下的标么值，再定义以下三个新的系数：

$$H_i = \frac{1}{2} J_i \frac{\omega_R^2}{S_B} \quad (\text{s}) \quad \bar{D}_i = \frac{D_i \omega_R^2}{S_B} \quad (\text{p} \cdot \text{u}) \quad \bar{K}_{ij} = \frac{K_{ij} \omega_R}{S_B} \quad (\text{s}^{-1}) \quad (7)$$

就可以得到描述机械系统运动的标准方程组：

$$2H_1 \dot{\omega}_{1e} = -\bar{T}_{cl} - \bar{D}_1 \omega_{1e} - \bar{D}_{12}(\omega_{1e} - \omega_{2e}) - \bar{K}_{12}(\delta_{1e} - \delta_{2e})$$

$$\begin{aligned} 2H_2\dot{\omega}_{2e} &= \tilde{T}_{m2} - \tilde{D}_2\omega_{2e} - \tilde{D}_{2l}(\omega_{2e} - \omega_{1e}) - \tilde{K}_{2l}(\delta_{2e} - \delta_{1e}) - \tilde{D}_{2a}(\omega_{2e} - \omega_{ae}) - \tilde{K}_{2a}(\delta_{2e} - \delta_{ae}) \\ 2H_q\dot{\omega}_{be} &= 0 - \tilde{D}_q\omega_{be} - \tilde{D}_{2a}(\omega_{ae} - \omega_{2e}) - \tilde{K}_{2a}(\delta_{ae} - \delta_{2e}) - \tilde{D}_{bg}(\omega_{be} - \omega_e) - \tilde{K}_{bg}(\delta_{be} - \delta_e) \\ 2H_g\dot{\omega}_e &= -\tilde{T}_e - \tilde{D}_g\omega_e - \tilde{D}_{bg}(\omega_e - \omega_{be}) - \tilde{K}_{bg}(\delta_e - \delta_{be}) - \tilde{D}_{gs}(\omega_e - \omega_{5e}) - \tilde{K}_{gs}(\delta_e - \delta_{5e}) \\ 2H_5\dot{\omega}_{5e} &= \tilde{T}_{m5} - \tilde{D}_5\omega_{5e} - \tilde{D}_{gs}(\omega_{5e} - \omega_e) - \tilde{K}_{gs}(\delta_{5e} - \delta_e) - \tilde{D}_{56}(\omega_{5e} - \omega_{6e}) - \tilde{K}_{56}(\delta_{5e} - \delta_{6e}) \\ 2H_6\dot{\omega}_{6e} &= \tilde{T}_{m6} - \tilde{D}_6\omega_{6e} - \tilde{D}_{56}(\omega_{6e} - \omega_{5e}) - \tilde{K}_{56}(\delta_{6e} - \delta_{5e}) \\ &\left. \begin{aligned} \frac{1}{\omega_B}\dot{\delta}_{1e} &= \omega_{1e} - 1 & \frac{1}{\omega_B}\dot{\delta}_{be} &= \omega_{be} - 1 & \frac{1}{\omega_B}\dot{\delta}_{5e} &= \omega_{5e} - 1 \\ \frac{1}{\omega_B}\dot{\delta}_{2e} &= \omega_{2e} - 1 & \frac{1}{\omega_B}\dot{\delta}_e &= \omega_e - 1 & \frac{1}{\omega_B}\dot{\delta}_{6e} &= \omega_{6e} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

式中： δ_{ie} ——大轴上第 i 个质量体的角位移 rad ； ω_{ie} ——大轴上第 i 个质量体角速度的标么值，其基准是额定的系统电气角速度 ω_B 。

2.2 发电机数学模型的推导

发电机的 d-q 轴数学模型见文献 [3]。图 6 中转子 d、q 轴各有两个绕组，分别为 d 轴的励磁绕组 F 和阻尼绕组 D，q 轴的两个阻尼绕组 G 和 Q。

忽略了定子暂态过程的发电机 d-q 轴的六阶数学模型^[4]：

$$\left. \begin{aligned} \frac{X_{ad} + x_a + x_E}{\omega_B} \dot{i}_d + \frac{X_{ad}}{\omega_B} \dot{i}_F + \frac{X_{ad}}{\omega_B} \dot{i}_D &= -(r_a + r_E)i_d - \omega_e(X_{aq} + x_a + x_E)i_q - \\ &\quad \omega_e X_{aq}i_G - \omega_e X_{aq}i_Q - v_{cd} - v_{\infty d} \\ \frac{X_{ad}}{\omega_B} \dot{i}_d + \frac{X_{ad} + x_F}{\omega_B} \dot{i}_F + \frac{X_{ad}}{\omega_B} \dot{i}_D &= -r_F i_F + v_F \\ \frac{X_{ad}}{\omega_B} \dot{i}_d + \frac{X_{ad}}{\omega_B} \dot{i}_F + \frac{X_{ad} + x_D}{\omega_B} \dot{i}_D &= -r_D i_D \\ \frac{X_{aq} + x_a + x_E}{\omega_B} \dot{i}_q + \frac{X_{aq}}{\omega_B} \dot{i}_G + \frac{X_{aq}}{\omega_B} \dot{i}_Q &= -(r_a + r_E)i_q - \omega_e(X_{ad} + x_a + x_E)i_d - \\ &\quad \omega_e X_{ad}i_F - \omega_e X_{ad}i_D - v_{cq} - v_{\infty d} \\ \frac{X_{aq}}{\omega_B} \dot{i}_q + \frac{X_{aq} + x_G}{\omega_B} \dot{i}_G + \frac{X_{aq}}{\omega_B} \dot{i}_Q &= -r_G i_G \\ \frac{X_{aq}}{\omega_B} \dot{i}_q + \frac{X_{aq}}{\omega_B} \dot{i}_G + \frac{X_{aq} + x_Q}{\omega_B} \dot{i}_Q &= -r_Q i_Q \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

在图 6 和方程组 (9) 中： ψ_d, ψ_q ——d、q 轴定子绕组的磁链； X_{ad}, X_{aq} ——d、q 轴定子绕组的互感抗； x_F, x_D, x_G, x_Q ——d 轴励磁绕组、阻尼绕组和 q 轴的两个阻尼绕组的自感抗； G_{x_a} ——定子绕组的漏感抗； r_F, r_D, r_G, r_Q ——d 轴励磁绕组、阻尼绕组和 q 轴的两个阻尼绕组的电阻； i_d, i_q ——发电机 d、q 轴定子绕组的电流； i_F, i_D, i_G, i_Q ——d 轴励磁绕组、阻尼绕组和 q 轴的两个阻尼绕组的电流； ω_e ——发电机的电气角速度； v_d, v_q, v_F ——发电机定子 d、q 轴绕组和励磁绕组的电压； x_E ——输电线路(图 3)中变压器电抗和线路电抗之和； r_E ——输电线路(图 3)中线路电阻。各量均为标么值。

2.3 输电线路数学模型

输电线路(图 3)数学模型取其 d-q 轴形式^[4]。在发电机数学模型式(9)中，已经将输电线路中变压器电抗 x_l 、线路电抗 x_e 和线路电阻 r_E 都计入发电机的定子 d-q 轴电路，也就是分别取发电机定子 d、q 轴

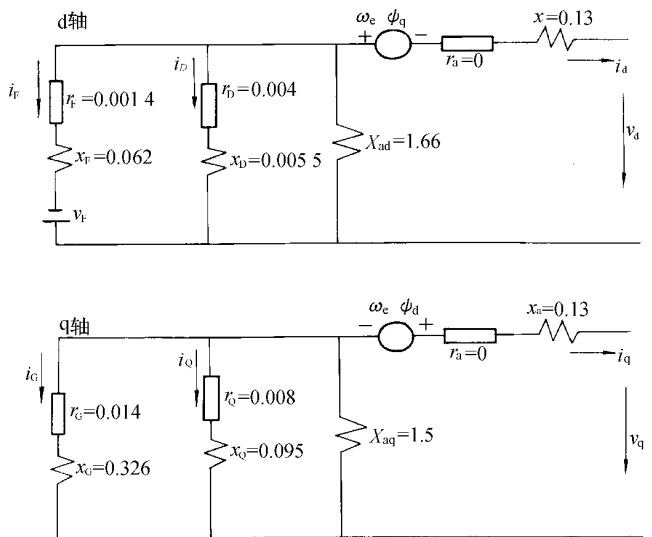


图 6 发电机 d-q 轴模型

Fig.6 Generator model of d-q axes

电压 v_d 和 v_q 为图 3 输电线路中串联电容器左端的电压,即 $v_d = v_{cd} + v_{\infty d}$ 和 $v_q = v_{cq} + v_{\infty q}$,其中 v_{cd} 和 v_{cq} 分别为串联电容器电压的 d 轴和 q 轴分量, $v_{\infty d}$ 和 $v_{\infty q}$ 分别为无穷大电网电压的 d 轴和 q 轴分量. 经过这样的处理,输电线路的数学模型就是串联电容器的电压方程组:

$$\frac{1}{\omega_B} \dot{v}_{cd} = x_c i_d - \omega_e v_{cq} \qquad \frac{1}{\omega_B} \dot{v}_{cq} = x_c i_q + \omega_e v_{cd}$$

(10)

式中 x_c ——串联电容器的容抗.

3 结 语

研究一个机电系统的准同期振荡特性,要同时分析求解系统的机械部分和电气部分的数学模型.在推导整个系统的数学模型时要注意,电气系统中各部分的数学模型要具有同发电机数学模型统一的 d-q 轴形式;机械系统和电气系统中变量的标么值要取一个共同的基准,通常的做法是取电气系统的基准值,即额定系统电气角速度 ω_B 和三相视在功率 S_B .

本文所推导的燃气轮机发电机组动态系统数学模型,已经被成功地应用在苏格兰电力公司一个准同期振荡的科研项目中,取得了符合实际规律和具有指导意义的结果^[4].

参 考 文 献

1 Sawyer W. Sawyer 's gas turbine engineering handbook(third edition)—V. II ,selection & application. London :Turbomachinery International Publications ,1985. 815

2 IEEE Subsynchronous Resonance Working Group. Second benchmark model for computer simulation of subsynchronous resonance. IEEE Transactions on Power Apparatus and System ,1985. PAS - 104 :1 057 ~ 1 064

3 Kundur P. Power system stability and control. London :Mc Graw-Hill ,Inc , 1994. 169

4 Haifang Zhou. Power system stability analysis [PhD Thesis]. U K Library of University of Strathclyde ,1996. 261 ~ 313

Mathematical Model for Research on Subsynchronous Resonance

Zhou Haifang

(North China Inst. of Water Conservancy and Power ,Zhengzhou 450045)

Abstract A mathematical model for the research on subsynchronous resonance of the gas turbine-generator set of combined steam and gas cycles has been developed ; the methods of mechanical shaft system and electrical system modelling and the ways of normalization of variables in system equations have been presented. In the research on SSR , the models of the mechanical and electrical parts of the system should be solved and analyzed simultaneously ,therefore in the modelling of the system ,the models of each part in the electrical system should be of the same form as the generator of d-q axes ,the variables in the mechanical and electrical systems should be normalized on the common basis of ω_B and S_B .

Key words gas turbine ;subsynchronous resonance ;mathematical model