

根据气温变化率进行三角高程测量的折光改正*

潘松庆 章书寿

(河海大学土木工程学院 南京 210098)

摘 要 不同的气温梯度会产生不同的大气折射,根据测程前后两半段的气温梯度与 -0.034 2 之差值,可将光线沿测程方向的折射分为 4 种类型,它们对三角高程测量的往返高差均值会产生不同的影响.利用测程两端及 $\frac{1}{4}S, \frac{1}{2}S, \frac{3}{4}S$ 三点之间的气温变化率,模拟光程前、后两半段气温梯度的二次曲线.经数学推导,提出一种根据测程上不同区间的气温变化率直接对三角高程测量中的高差观测值进行大气折光改正且对 4 种折射类型均适用的方法.实验初步证明,运用该方法,只要同时测定两端点及 3 个以上特征点的气温,求得相应的测程区间气温变化率,据此直接对高差观测值进行折光改正,由此得到的三角高程测量往返高差均值与真值比较的标准差可缩小约 50%,即可较好地削弱大气折射对三角高程测量产生的影响.

关键词 三角高程测量 大气折光 温度梯度 测程气温变化率

中图号 P211

众所周知,在三角高程测量的大气折光影响中,气温梯度 dT/dh 起着主导作用^[1].这种作用有何规律?能否根据 dT/dh 直接求光线的垂直折射角,进而对高差观测值加以改正?众多学者对此进行过有益的探索^[2~5].本文在此基础上对大气折光与 dT/dh 的关系作进一步的论述,并由此进行数学推导,提出根据测程前、后两半段不同区间的气温变化率直接对三角高程测量中的高差观测值进行大气折光改正的方法.实验证明,这一方法能够有效地削弱大气折射对三角高程测量产生的影响.

1 大气折射与气温梯度的关系

三角高程测量中的大气折光一般属于近地层的垂直折射.这种折射主要由温度梯度致使大气密度发生变化而产生的.设 $\frac{\partial \rho}{\partial h}$ 为空气密度梯度, $\frac{\partial \alpha}{\partial h}$ 为大气折射梯度,其间关系式为^[4]

$$\frac{\partial \rho}{\partial h} = - \frac{n}{a} \cot \alpha \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial h}$$
 (1)

式中: n —— 大气折射率; α —— 光线入射角.而空气密度梯度与气温梯度之间又有关系式^[2]

$$\frac{\partial \rho}{\partial h} = - \frac{p}{0.287 T^2} (0.034 2 + \frac{\partial T}{\partial h})$$
 (2)

式中: p —— 大气压; T —— 气温; $\frac{\partial T}{\partial h}$ —— 气温梯度.

由上二式即得折射梯度与气温梯度的关系式为

$$\frac{\partial \alpha}{\partial h} = \frac{pa}{0.287 T^2} \tan \alpha (0.034 2 + \frac{\partial T}{\partial h})$$
 (3)

对光程而言, p, T 及 $\frac{\alpha}{n} \tan \alpha$ 均为正值,因而 $\frac{\partial \alpha}{\partial h}$ 的符号取决于 $\frac{\partial T}{\partial h}$ 的值与 -0.034 2 之差值,而不同的 $\frac{\partial \alpha}{\partial h}$ 符号将决定不同的折射形式.

当 $\frac{\partial T}{\partial h} > -0.034 2$ 时, $\frac{\partial \alpha}{\partial h} > 0$, 光线发生正向折射,凹向地面; 当 $\frac{\partial T}{\partial h} < -0.034 2$ 时, $\frac{\partial \alpha}{\partial h} < 0$, 光线发生反向

收稿日期:1998-11-10
第一作者简介:潘松庆,男,副教授,测量工程专业,从事测绘数据处理及数据库研究.
* 国家自然科学基金资助项目(49671066)研究成果的一部分.

折射,凹向天空;当 $\frac{\partial T}{\partial h} = -0.0342$ 时, $\frac{\partial \alpha}{\partial h} = 0$,光线不发生折射.

2 测程前后两半段光线折射及对高差观测值产生的影响

式(3)反映的是光程上微分区间内折射与气温梯度的关系.为便于从实用的角度进行分析,我们将测程划分为前后两个半段,如果能得知前后两半段测程的气温梯度 $(\frac{\partial T}{\partial h})_{前}$ 和 $(\frac{\partial T}{\partial h})_{后}$,则根据 $(\frac{\partial T}{\partial h})_{前}$ 和 $(\frac{\partial T}{\partial h})_{后}$ 与 -0.0342 之差值,可将光线沿测程方向的折射分成 4 种类型,见图 1.

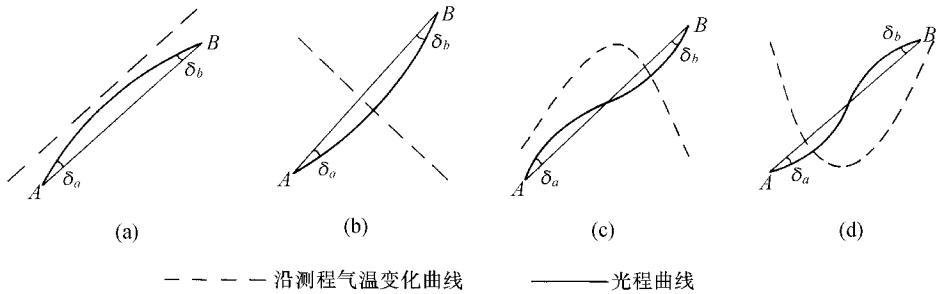


图 1 光线沿测程方向折射的 4 种类型示意图

Fig.1 Four types of light refraction along on surveying distance

设 $|h'|$, $|h|$ 分别为高差观测值和高差应有值的绝对值, $\Delta h'$ 为折光对高差观测值产生的影响,往测及返测即分别有

$$|h'_{AB}| = |h_{AB}| + \Delta h'_{AB} \qquad |h'_{BA}| = |h_{BA}| + \Delta h'_{BA} \tag{4}$$

则 4 种类型的折射对高差观测值的影响分别为:

a. $(\frac{\partial T}{\partial h})_{前} > -0.0342$ $(\frac{\partial T}{\partial h})_{后} > -0.0342$
前后半段光程均凹向地面,折射角 δ_a 使往测竖角的绝对值增大, δ_b 使返测竖角的绝对值减小(图 1(a)),即 $\Delta h'_{AB}, \Delta h'_{BA}$ 均为正.于是有

$$\frac{1}{2}(|h'_{AB}| + |h'_{BA}|) = |h_{AB}| + \frac{1}{2}(|\Delta h'_{AB}| + |\Delta h'_{BA}|) \tag{5}$$

可见,这种情况下往返高差均值增加往返折光影响绝对值差值的 1/2,当往返折光差绝对值接近以至相等时,其对高差均值的影响将部分以至全部抵消.

b. $(\frac{\partial T}{\partial h})_{前} < -0.0342$ $(\frac{\partial T}{\partial h})_{后} < -0.0342$
前后半段光程均凹向上空,折射角 δ_a 使往测竖角的绝对值减小, δ_b 使返测竖角的绝对值增大(图 1(b)),即 $\Delta h'_{AB}, \Delta h'_{BA}$ 均为负.于是有

$$\frac{1}{2}(|h'_{AB}| + |h'_{BA}|) = |h_{AB}| - \frac{1}{2}(|\Delta h'_{AB}| + |\Delta h'_{BA}|) \tag{6}$$

可见,这种情况下往返高差均值减少往返折光影响绝对值差值的 1/2,同样有可能使折光对高差均值的影响部分以至全部抵消.

c. $(\frac{\partial T}{\partial h})_{前} \geq -0.0342$ $(\frac{\partial T}{\partial h})_{后} < -0.0342$
前后半段光程呈类似正弦曲线,折射角 δ_a, δ_b 使往返测竖角的绝对值均增大(图 1(c)),即 $\Delta h'_{AB}$ 为正、 $\Delta h'_{BA}$ 为负.于是有

$$\frac{1}{2}(|h'_{AB}| + |h'_{BA}|) = |h_{AB}| + \frac{1}{2}(|\Delta h'_{AB}| + |\Delta h'_{BA}|) \tag{7}$$

可见,这种情况下往返高差均值将增加往返折光影响之和的 1/2,显然,取往返均值不能消除或削弱折光影响.

d. $(\frac{\partial T}{\partial h})_{前} < -0.0342$ $(\frac{\partial T}{\partial h})_{后} \geq -0.0342$
前后半段光程呈类似倒正弦曲线,折射角 δ_a, δ_b 使往返测竖角的绝对值均减小(图 1(d)),即 $\Delta h'_{AB}$ 为负、

$\Delta h'_{BA}$ 为正. 于是有

$$\frac{1}{2}(|h'_{AB}| + |h'_{BA}|) = |h_{AB}| - \frac{1}{2}(|\Delta h'_{AB}| + |\Delta h'_{BA}|) \quad (8)$$

可见, 这种情况下往返高差均值将减小往返折光影响之和的 $1/2$, 同样, 取往返均值不能消除或削弱折光影响.

3 根据测程气温变化率直接对高差观测值进行折光影响的改正

3.1 气温梯度曲线的模拟及折射角和高差改正数之计算

式(5)~(8)中的 $\Delta h'$ 系光线产生折射所致, 而折射角 δ 可据庞福德公式求得^[1]:

$$\delta_a = \frac{1}{S} \int_0^S \frac{S-x}{\sigma(x)} dx \quad \delta_b = \frac{1}{S} \int_0^S \frac{x}{\sigma(x)} dx \quad (9)$$

式中 $\sigma(x)$ 为光程上某点之曲率半径. 由[1]知

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{7.9 \times 10^{-5} \times p}{T^2} (0.0342 + \frac{dT}{dh}) \cos \beta \quad (10)$$

式中: p ——大气压, hPa; T ——气温, K; $1/\sigma$ 单位为 rad/m .

将式(10)代入式(9)则有

$$\delta_a = \frac{7.9 \times 10^{-5} p \cos \beta}{T^2} \frac{S}{2} (0.0342 + \frac{2}{S^2} \int_0^S \frac{dT}{dh} (S-x) dx) \quad (11)$$

为了求得光程上任一点的 dT/dh , 可以将气温梯度曲线设为二次曲线, 即令

$$\frac{dT}{dh} = a + bx + cx^2 \quad (12)$$

在模拟计算曲线参数 a, b, c 时, 文献[4]提出了根据测程两端同时测出气温梯度 $(\frac{dT}{dh})_1, (\frac{dT}{dh})_2$ 而求解折射角的方法. 我们认为: 仅仅根据两端的气温梯度, 充其量只能将光程模拟为上述第 1、第 2 两种类型. 如果光程实际上属于第 3、第 4 种类型, 则会得出不正确的结论. 比较好的方法是测定光程上多个特征点的气温, 并且将整个测程分为前后两半段进行处理, 可能得到更符合实际情况的结果. 为此, 可将测程的两端点及 $\frac{1}{4}S, \frac{1}{2}S, \frac{3}{4}S$ 三点设为特征点, 分别测定它们的气温, 则对前后半段测程而言, 各自有 3 个气温梯度, 再令

$S' = \frac{1}{2}S$, 于是依据式(12), 两个半段均可列出以下方程:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dT}{dh}\right)_1 &= a & x &= 0 \\ \left(\frac{dT}{dh}\right)_2 &= a + \frac{S'}{2}b + \frac{S'^2}{4}c & x &= \frac{1}{2}S' \\ \left(\frac{dT}{dh}\right)_3 &= a + S'b + S'^2c & x &= S' \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

联立求解得

$$\left. \begin{aligned} a &= \left(\frac{dT}{dh}\right)_1 \\ b &= \frac{1}{S'} \left(-3\left(\frac{dT}{dh}\right)_1 + 4\left(\frac{dT}{dh}\right)_2 - \left(\frac{dT}{dh}\right)_3 \right) \\ c &= \frac{2}{S'^2} \left(\left(\frac{dT}{dh}\right)_1 - 2\left(\frac{dT}{dh}\right)_2 + \left(\frac{dT}{dh}\right)_3 \right) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

将式(14)回代式(12), 再由式(12)回代式(11), 即可推得

$$\delta_a = \frac{7.9 \times 10^{-5} p \cos \beta_a}{T^2} \frac{S'}{2} \left(0.0342 + \frac{1}{3} \left(\frac{dT}{dh}\right)_1 + \frac{2}{3} \left(\frac{dT}{dh}\right)_2 \right) \quad (15)$$

同理可得

$$\delta_b = \frac{7.9 \times 10^{-5} p \cos \beta_b}{T^2} \frac{S'}{2} \left(0.0342 + \frac{2}{3} \left(\frac{dT}{dh}\right)_2 + \frac{1}{3} \left(\frac{dT}{dh}\right)_3 \right) \quad (16)$$

由 δ 即可求往返高差观测值改正数

$$\Delta h'_{AB} = \delta_a S \cos \beta_a$$

(17)

$$\Delta h'_{BA} = -\delta_b S \cos \beta_b$$

(18)

式(15)~(18)中: S' , S ——半测程长和全测程长; β_a,β_b ——往返竖角观测值.

3.2 $(\frac{dT}{dh})$ 值的合理确定

(15),(16)两式中, P,T,S' 及 $\cos \beta$ 均为非敏感量,而 $(\frac{dT}{dh})_i$ 的取值则对 δ 影响甚大,这里的问题是如何合理确定有关 $(\frac{dT}{dh})_i$ 的值.

从理论上来说, $(\frac{dT}{dh})_i$ 应是测程特征点处的垂直气温梯度,可沿测程相应特征点安置温度梯度仪等设备实测.但在倾角较大、测程离地面较高的情况下,即使仪器有足够的精度,实测也有相当的难度.考虑本文上面对测程光线折射及其影响的 4 种类型所作的分析,可用测程不同区间的气温变化率来替代特征点处的垂直气温梯度(在有 5 个特征点的情况下,测程区间的划分如图 2 所示),而各区间的气温变化率为

$$(\frac{dT}{dh}) = \frac{T_{i+1} - T_i}{h_{i+1} - h_i}$$

(19)

式中 T_{i+1},T_i,h_{i+1},h_i 分别为区间两端点的气温和高度.

4 实验研究

为了验证上述论点和方法的正确性与可行性,在河海大学校园内进行了有关实验.实验场地有水泥球场、草地、树木及部分建筑物等. A,B 两点于地面建有强制对中的观测墩,8 号,12 号两点则分别建于校科学馆的 8 层和 12 层楼面的窗台上. A,B 及 8 号,12 号四点的假定高程事先以二等水准测量测定.光电测距三角高程测量于 1998 年 5 月 19 日至 21 日三天内进行,分别在 A 点和 8 号,12 号及 B 点和 8 号之间用装有特制占牌的 T3 经纬仪和 T2000 电子经纬仪每隔约 1 h 进行 1 个测回的同时对向观测,距离、仪器高和占牌高分别用 ME-3000 测距仪、007 水准仪及千分卡尺精确测定,同时记录往返两测站处的温度和气压.与此同步在地面距测站 $\frac{1}{4}S,\frac{1}{2}S,\frac{3}{4}S$ 三处之 2,3,4 点固定吊放高空气象探测气球,气球高度超过视线,在气球拉绳上相应的测程高度处绑扎电子传感式温度计,每隔 20 min 由电子传感器记录一次气温(其精度为 0.1°C),3 点的测程高系由竖角和距离推算而得.限于篇幅,实验的所有观测数据及计算成果从略,仅将 3 条测程所有测回采用本文方法进行折光改正前后所得的高差之真误差列于表 1.

表 1 测程往返高差均值折光改正前后真误差 $\Delta 1$ 与 $\Delta 2$ 及其标准差 m 的比较

Table 1 The comparison of forward and return altitude difference average errors $\Delta 1$ and $\Delta 2$ and their standard error befor and after atmospheric vertical refraction correction

测程名	测回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	m	竖角概值 β 与测程长 S
$A \sim 8$ 号 ($n=9$)	$\Delta 1$	-4.80	-5.00	-5.80	+5.70	-5.20	-5.20	-0.80	-4.50	-4.60	± 4.83	$\beta = 8^{\circ}36'$
	$\Delta 2$	-2.70	+0.50	-0.30	-0.80	-0.10	+0.45	-0.05	-1.45	-1.95	± 1.26	$S = 271.6\text{ m}$
$A \sim 12$ 号 ($n=7$)	$\Delta 1$	-5.40	-6.00	-4.80	-6.20	-5.80	-2.00	-3.40			± 5.01	$\beta = 11^{\circ}45'$
	$\Delta 2$	-4.85	-2.95	-3.10	-5.55	-5.05	-2.10	-1.70			± 3.88	$S = 274.3\text{ m}$
$B \sim 8$ 号 ($n=5$)	$\Delta 1$	-2.20	-1.70	-1.60	-1.25	-1.70					± 1.72	$\beta = 15^{\circ}50'$
	$\Delta 2$	-0.65	-0.70	-0.70	-0.85	-1.20					± 0.84	$S = 150.8\text{ m}$

注 标准差 $m = \pm \sqrt{\frac{\sum \Delta_i^2}{n}}$.

三条测程折光改正前后的 m_1 与 m_2 的比较表明,按本文提出的方法及依式(15)~(18)对往返高差观测值进行折光改正后,其均值的标准差平均缩小约 50%.这使往返观测值中的折光影响均得到明显削弱,从而使三角高程测量成果的精度得到显著改善.

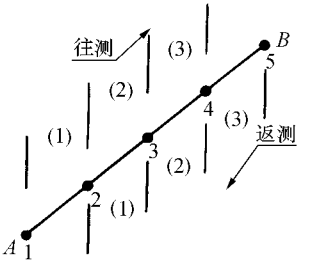


图 2 测程区间划分

Fig.2 Division of surveying distance

5 结 语

a. 三角高程测量中的大气折光影响主要取决于沿测程的气温梯度的作用. 这种作用导致大气折光对高差观测值的影响可以分为 4 种类型. 前两种类型通过对向观测取平均可在一定程度上消除折光影响, 而后两种类型即使同时进行对向观测取平均也不能削弱折光影响.

b. 沿测程 3 个以上特征点处测定气温, 再依照本文提出的方法, 根据测程前后两半段的气温变化率直接对高差观测值进行折光改正, 无论折射属于何种类型, 均可以明显削弱大气折光的影响, 从而改善三角高程测量的精度.

c. 本文提出的方法不仅适用于对向观测, 亦适用于单向观测, 不受时间、地形、气象的限制, 只要设法同时测定测程 3 个以上特征点的气温, 便可对单向观测高差进行折光改正, 同样可在一定程度上削弱折光的影响.

d. 由于条件所限, 本次实验中仅有上述 3 条测程的测回数能够用于统计分析, 而且 3 条测程的折光影响基本上属于同一种折射类型, 对其他类型折射影响的改正效果如何, 还有待进一步的实验加以证明.

参 考 文 献

- 1 庞福德 G. 大地测量学: 上册. 张睿文, 单文暄译. 北京: 测绘出版社, 1980. 288 ~ 304
- 2 刘志德, 章书寿, 郑汉球. EDM 三角高程测量. 北京: 测绘出版社, 1996. 45 ~ 54
- 3 王国柱. 大气的最大密度面与垂直折光. 见: 中国大气折射研究会主编. 大气折光研究专集. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1992. 36 ~ 41
- 4 蒋征. 利用同时对向观测天顶距及温度垂直梯度求垂直折射角. 见: 中国大气折射研究会主编. 大气折射研究专集. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1992. 42 ~ 45
- 5 庄宝杰. 大气折光对三角高程测量的影响. 见: 中国大气折射研究会主编. 大气折射研究专集. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1992. 164 ~ 167

Atmospheric Vertical Refraction Correction for Triangular Altitude Survey according to Atmospheric Temperature Change Rate

Pan Songqing Zhang Shushou

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098)

Abstract Different atmospheric temperature gradients can bring about different atmospheric vertical refraction. The light refraction along the surveying distance can be divided into four types on the basis of different atmospheric temperature gradients on two-half surveying distance minus -0.0342 . The four types have different influence on average forward and backward triangular altitude difference. This paper presents a method about atmospheric vertical refraction correction for triangular altitude survey according to atmospheric temperature change rate between two-end points and three points from $1/4S$, $1/2S$, $3/4S$, and simulates curves of the second degree of atmospheric temperature gradients along two-half surveying distance by mathematics. The method is applied to all the four types of atmosphere vertical refraction. The experiment bears out that by surveying atmospheric temperatures of two-end points and three-salient points at the same time it is possible to obtain the atmospheric temperature change rate for different regions of surveying distance, and to make the atmospheric vertical refraction correction for observed value of triangular altitude survey. The standard error of forward and backford altitude difference average value of triangular will reduce about 50%, obviously the method can cut down the influence on triangular altitude survey due to atmospheric vertical refraction.

Key words triangular altitude survey; atmospheric vertical refraction; atmospheric temperature gradient; atmospheric temperature change rate along surveying distance