

两种工程中面积和体积的计算方法探讨

田林亚

(河海大学土木工程学院 南京 210098)

摘 要 介绍两种工程中面积和体积的计算方法,并针对场地平整中的一些问题,从最小施工土方量和填挖方基本平衡的角度出发,阐述了采用最小二乘原理确定可供工程设计人员参考的合理的平土高程和平土倾斜坡度的算法.实际应用表明,算法易于实行且计算结果准确.

关键词 面积 体积 平土方式 最小二乘法

中图号 P218

测量工作中经常需要对有关的面积和体积进行计算.如水库的汇水面积和库容,场地平整面积和土方量等,这些工程的面积和体积的大小以及计算结果的准确性,与工程量、经济效益、工程设计与安全等问题密切相关.根据具体情况,采用适当的计算方法,可减少计算量,并可使计算结果更趋合理.

1 水库汇水面积和库容的计算

1.1 汇水面积计算

为了防洪、灌溉、发电等目的,需要在适当的地方修筑拦水坝,形成水库蓄水.确定坝的上游有多大的汇水面积,水库有多大的容量,对水坝设计意义重大.汇水范围就是库址附近的山脊线或其它分水线与水坝围成的封闭图形,通常是不规则的多边形.计算不规则多边形面积的方法有多种,如果不测绘该地区的地形图,可以采用任意测量坐标系,通过实测边界点坐标,按下列公式^[1]计算汇水面积:

$$S = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (X_k Y_{k+1} - X_{k+1} Y_k) \quad k = 1, 2, \cdots, n \tag{1}$$

式中: X_k, Y_k ——第 k 个边界点的平面坐标; n ——边界点总点数.

但在计算库容时,一般需要测量汇水范围的地形图.在地形图上计算不规则图形的面积,可以采用格网法、断面法、求积仪法等多种方法,也可以在不规则图形边界上选择一些特征点,以特征点构成规则的多边形近似代替原形,用普通的方法或数字化法采集特征点的坐标,依式(1)计算面积.

1.2 库容计算

计算库容时,先求出汇水范围内不同等高线与水坝围成的面积,则相邻等高线围成的体积为:

$$V_{i,i+1} = \frac{1}{2} (S_i + S_{i+1}) h \quad i = 1, 2, \cdots, n - 1$$

式中, S_i ——第 i 条等高线与水坝围成的面积; h ——等高距; n ——汇水范围内等高线条数.

如果库底形状近似圆锥形,则第 n 条等高线与库底围成的体积为

$$V_n = \frac{1}{3} S_n h_1$$

式中 h_1 为第 n 条等高线与库底高差.

如果汇水范围线与第一条等高线不重合,那么范围线与第一条等高线围成的体积为

$$V_0 = \frac{1}{2} (S_0 + S_1) h_2$$

式中: S_0 ——范围线与水坝围成的面积; h_2 ——范围线与第 1 条等高线之高差.

综上,总库容计算公式为

$$V = V_0 + V_n + \sum_{i=1}^{n-1} V_{i,i+1} = V_0 + V_n + \frac{h}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (S_i + S_{i+1}) = V_0 + V_n + \frac{h}{2} (S_1 + S_n) + h \sum_{i=2}^{n-1} S_i \quad (2)$$

2 场地平整面积和土方量的计算

工程设计和场地平整土方量的计算,一般依地形图进行,场地平整方式最常用的是设计成一块水平场地或带有一定坡度的倾斜场地. 本文采用常用的格网法^[2]讨论土方量的问题,方格大小依地形复杂程度、地形图比例尺以及要求的精度而定. 各方格网点注记 4 个数字,各数字表示的含义如图 1 所示.

2.1 计算施工高度

无论是水平场地还是倾斜场地,任一格网点的设计标高 H_j 均可用下列数学模型表示(图 2):

$$H_j = H_0 + i_x X_j + i_y Y_j \quad (3)$$

式中: H_0 ——格网几何中心的设计标高; i_x ——场地沿 X 方向的设计坡度; i_y ——场地沿 Y 方向的设计坡度; X_j, Y_j ——任一格网点的平面坐标.

设 j 点的原自然地面高程为 Z_j ,则 j 点的施工高度为

$$h_j = Z_j - H_j = Z_j - (H_0 + i_x X_j + i_y Y_j) \quad (4)$$

h 值“+”号为挖方, h 值“-”号为填方.

施工高度	设计标高
点号	自然标高

图 1 地面格网点的注记

Fig.1 Grid-point note

设计平土标高,应尽可能使施工土方量最小且填挖方平衡. 为达到此目的,可利用最小二乘法求解场地平整所需的 3 个参数,以供工程设计参考,即有

$$\sum_{j=1}^n h_j^2 = \sum_{j=1}^n (Z_j - (H_0 + i_x X_j + i_y Y_j))^2 = \min$$

分别对 H_0, i_x, i_y 求微分并令其等于零,即

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (H_0 + i_x X_j + i_y Y_j - Z_j) = 0 \\ \sum_{j=1}^n (H_0 + i_x X_j + i_y Y_j - Z_j) X_j = 0 \\ \sum_{j=1}^n (H_0 + i_x X_j + i_y Y_j - Z_j) Y_j = 0 \end{cases}$$

由于计算中各网点参与的次数不同,其权也不同. 设中间点权 $P=1$,凹角点权 $P=3/4$,边点权 $P=2/4$,外转角点权 $P=1/4$,引进权函数后上式可表示为

$$\left. \begin{aligned} [P] H_0 + [PX] i_x + [PY] i_y &= [PZ] \\ [PX] H_0 + [PXX] i_x + [PXY] i_y &= [PXZ] \\ [PY] H_0 + [PXY] i_x + [PYY] i_y &= [PYZ] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

当场地设计为倾斜场地时,据方程组(5)可求出供设计参考的 3 个参数 H_0, i_x 和 i_y ,当 3 个参数确定后,即可依式(4)计算每一个格网点的施工高度.

2.2 找零点,画零线(填挖边界线)

方格边上相邻填挖点间有一个不填也不挖的点,即零点. 设方格边长为 a ,零点距填(或挖)方角顶的距离依下式确定:

$$D_{\text{填(挖)}} = \frac{|h_{\text{填(挖)}}|}{|h_{\text{填}}| + |h_{\text{挖}}|} a \quad (6)$$

连接所有零点即得填挖分界线.

2.3 计算填挖方量

根据零线经过的位置,全部方格可分为 5 种形式,即 4 个角点全填(或全挖),一点填(或挖)、另三点挖

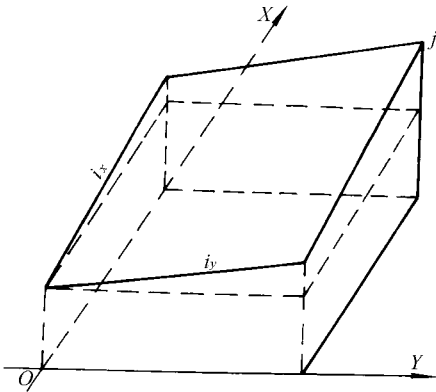


图 2 地面格网的设计高程

Fig.2 Assumed ground elevation of grid

(或填),两点填、两点挖,相对两点填(或挖),相对两点为零点、另外两点一填一挖,分别如图 3(a),(b),(c),(d),(e)所示.

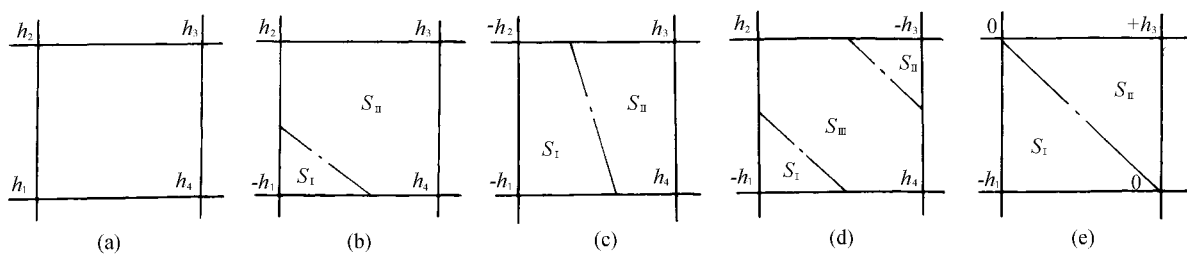


图 3 填挖格网的 5 种形式

Fig.3 Five grid-forms for calculating volume of earth

针对这 5 种形式,以下分别给出土方计算公式,具体推导过程从略.

形式(a)
$$V = [Ph] a^2$$

形式(b)
$$V_I = \frac{h_1}{3} S_I$$

$$V_{II} = \frac{a^2}{6} (2h_2 + 2h_4 + h_3 - h_1) + |V_I|$$

形式(c)
$$V_I = \frac{1}{4} (h_1 + h_2) S_I \quad V_{II} = \frac{1}{4} (h_3 + h_4) S_{II}$$

形式(d)
$$V_I = \frac{1}{3} h_1 S_I \quad V_{II} = \frac{1}{3} h_3 S_{II} \quad V_{III} = \frac{a^2}{6} (2h_2 + 2h_4 - h_1 - h_3) + |V_I| + |V_{II}|$$

形式(e)
$$V_I = \frac{h_1}{6} a^2 \quad V_{II} = \frac{h_3}{6} a^2$$

式中: P ——网格点拥有的权; S ——图 3 所示分割网格的多边形面积.

4 结 语

本文介绍的计算两种常见工程的面积和体积的算法,经实践检验,计算量和计算效果都比较满意.应该指出,设计填挖方平衡时,须根据不同的土质确定填挖方系数比,使计算结果更趋合理.

参 考 文 献

1 章书寿.地籍测量.南京 河海大学出版社,1996.84~105
2 郑庄生.建筑工程测量.北京 中国建筑工业出版社,1991.78~86

Comments on Area and Volume Calculating Methods for Two Projects

Tian Linya

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098)

Abstract Two area and volume calculatating methods are introduced. A calculating method is presented for the determination of the elevatio and slope in ground leveling projects by use of the least square principle, from the riew piont of the balance of the least earth excavation and filling. Practice proves that the methods are easy to use and calculated results are accurate

Key words area ; volume ;leveling ; least square method