

挡土墙深前趾承载力的推算

施建勇

陈美发 马维忠

(河海大学土木工程学院 南京 210024) (上海市水利局 上海 200040)

摘 要 以工程问题为研究对象 ,在迈耶霍夫地基承载力计算公式假设的基础上 ,补充少量假设 ,推导出深前趾的承载力计算公式 ,并结合一算例进行了计算分析 ,分析结果说明了公式合理可靠 .

关键词 承载力公式 ;深前趾挡土墙

中图分类号 TU476.4

在上海市的水利工程建设中经常会遇到斜坡上挡墙、前板桩后方桩和带深前趾挡墙的承载力验算问题 ,这些类型挡墙不符合现有的太沙基等古典承载力公式的结构要求和基本假设 .为了解决工程实际问题 ,在迈耶霍夫承载力计算公式^[1]推求的基础上引入少量假设 ,推求出深前趾的承载力公式 .推求过程中用到的基本假设有 :土体是刚塑性体 .前趾的底面是光滑的 ,则 ID 面是大主应力面 ,滑动面 DC 与大主应力面成 $45^\circ + \varphi/2$ (图 1) .破坏面由朗肯被动区Ⅰ、径向剪切区Ⅱ、过渡区Ⅲ和自由区Ⅳ组成 .自由区Ⅳ的影响可由平面 DF 上的等待应力 σ_0, τ_0 来代替 ,平面 DF 可看成是等待自由面 ,其与水平面所成的角度为 β .角度 β 随埋深 H 的增加而增加 .在推导时 ,将承载力分成两部分进行计算 :第一部分考虑土只有凝聚力和超载引起的 σ_0, τ_0 ,而不考虑其容重对承载力的影响 ,第二部分只考虑地基土的容重 ,然后将两部分叠加起来 .实际推算时 ,分别计算左右两侧土对承载力的影响 .

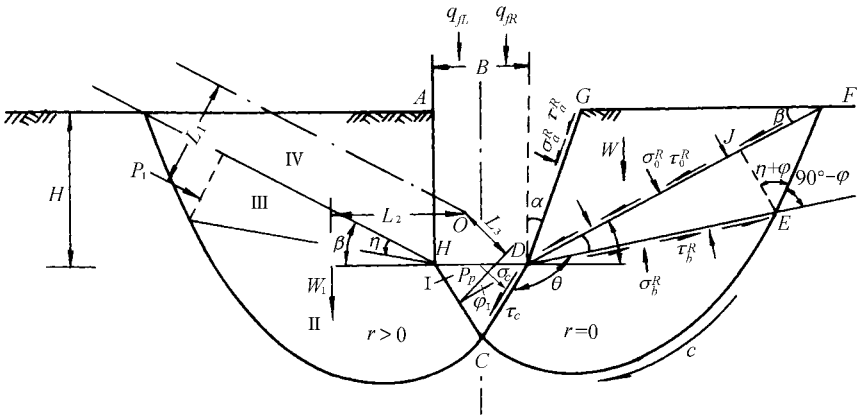


图 1 刚塑性体示意图
Fig.1 Sketch of a rigid-plastic body

1 由右侧推算承载力

1.1 由凝聚力和超载对承载力的影响分析

推算时认为作用于 DG 面的土压力为静止土压力 , DF 面与水平面的夹角为 β ,由平衡条件可以得到作用于 DG 面上的法向和切向应力的平均值分别为 :

$$\sigma_a^R = \frac{1}{4}[(1 + K_0) - (1 - K_0)\cos 2\alpha]\gamma H \tag{1}$$

$$\tau_a^R = \frac{1}{4}(1 - K_0)\sin 2\alpha\gamma H \tag{2}$$

DFG 土块的重量为

$$W^R = \frac{1}{2}\gamma H^2(\cot\beta - \tan\alpha) \tag{3}$$

由 DFG 土块的平衡有

$$\begin{aligned} \sigma_0^R \overline{DF} &= \sigma_a^R H \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha} + \tau_a^R H \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos\alpha} + W^R \cos\beta \\ \overline{DF} &= H/\sin\beta \\ \therefore \sigma_0^R &= \sigma_a^R \frac{\sin\beta\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha} + \tau_a^R \frac{\sin\beta\cos(\alpha + \beta)}{\cos\alpha} + \frac{W^R}{H}\sin\beta\cos\beta \end{aligned} \tag{4}$$

将式(1)(2)(3)代入式(4)得到

$$\begin{aligned} \sigma_0^R &= \left\{ \frac{1}{4}[(1 + K_0) - (1 - K_0)\cos 2\alpha] \frac{\sin\beta\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha} + \frac{1}{2}(1 - K_0) \cdot \right. \\ &\quad \left. \sin\alpha\sin\beta\cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2}(\cot\beta - \tan\alpha)\sin\beta\cos\beta \right\} \gamma H \end{aligned}$$

同理可得

$$\begin{aligned} \tau_0^R &= -\sigma_a^R \frac{\sin\beta\cos(\alpha + \beta)}{\cos\alpha} + \tau_a^R \frac{\sin\beta\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha} + \frac{W^R}{H}\sin^2\beta = \\ &\quad \left\{ -\frac{1}{4}[(1 + K_0) - (1 - K_0)\cos 2\alpha] \frac{\sin\beta\cos(\alpha + \beta)}{\cos\alpha} + \frac{1}{2}(1 - K_0) \cdot \right. \\ &\quad \left. \sin\alpha\sin\beta\sin(\alpha + \beta) + \frac{1}{2}(\cot\beta - \tan\alpha)\sin^2\beta \right\} \gamma H \end{aligned}$$

为了求出承载力,在 CD 面上作用的应力 σ_c^R, τ_c^R 可由力系平衡条件求得.首先计算 DE 面上的应力.由于 DE 面处于极限状态,根据摩尔圆可求得 DE 面上的应力.

$$\begin{aligned} \sigma_b^R &= \sigma_0^R + \frac{\tau_b^R}{\cos\varphi}[\sin(2\eta + \varphi) - \sin\varphi] = \\ &\quad \sigma_0^R + \frac{\tau_0^R[\sin(2\eta + \varphi) - \sin\varphi]}{\cos(2\eta + \varphi)} \end{aligned} \tag{5}$$

式中: η ——DE 面和 DF 面的夹角; φ ——土的内摩擦角.

并且有

$$\tau_b^R = c + \sigma_b^R \tan\varphi \tag{6}$$

式中: c ——土的凝聚力.

设 $\overline{DC} = r_0, \overline{DE} = r_1, CE$ 是以 D 为中心的对数螺线,则 $r_1 = r_0 e^{\theta \tan\varphi}$,由 DCE 楔体的力矩平衡可得

$$M_B = \sigma_b^R \frac{r_1^2}{2} - \sigma_c^R \frac{r_0^2}{2} + c \int_{\theta_0=0}^{\theta_1=\theta} r^2 d\theta = 0$$

由此可以求得

$$\sigma_c^R = [(c + \sigma_b^R \tan\varphi)e^{2\theta \tan\varphi} - c]\cot\varphi$$

同时有

$$\tau_c^R = c + \sigma_c^R \tan\varphi$$

故可推得

$$\tau_c^R = (c + \sigma_b^R \tan\varphi)e^{2\theta \tan\varphi}$$

由 HCD 楔体的平衡可得到

$$\begin{aligned} q'_R &= \frac{1}{2}[\sigma_c^R + \tau_c^R \cot(45^\circ - \frac{\varphi}{2})] = \\ &\quad \frac{1}{2}[(c + \sigma_b^R \tan\varphi)e^{2\theta \tan\varphi} - c]\tan\varphi + \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}(c + \sigma_b^R \tan \varphi) e^{2\theta \tan \varphi} - \cot(45^\circ - \frac{\varphi}{2}) \quad (7)$$

将式(6)代入式(5),并写出 σ_b 的表达式为

$$\sigma_b^R = \frac{\sigma_0^R + \frac{c}{\cos \varphi} [\sin(2\eta + \varphi) - \sin \varphi]}{1 - \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} [\sin(2\eta + \varphi) - \sin \varphi]} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7),并整理得到

$$q'_R = c(N_q^R - \frac{1}{2}) \cot \varphi + \sigma_0^R N_q^R$$

其中

$$N_q^R = \frac{(1 + \sin \varphi) e^{2\theta \tan \varphi}}{2[1 - \sin \varphi \sin(2\eta + \varphi)]}$$

1.2 土的容重和被动土压力的影响

由力矩平衡条件和竖向力平衡条件中可分别求出被动土压力和承载力分项,其中承载力分项可以写成

$$q''_R = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma^R$$

式中

$$N_\gamma^R = \frac{2P_p \sin(45^\circ + \frac{\varphi}{2})}{\gamma B^2} - \frac{1}{4} \tan(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$$

故可写出右侧土对承载力影响的结果

$$q_{Rf} = q'_R + q''_R = cN_c^R + \sigma_0^R N_q^R + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma^R$$

2 由左侧推算承载力

2.1 凝聚力和超载的影响

推算时认为作用于 AI 面上的土压力为静止土压力, δ 为基础侧面与土之间的外摩擦角,故 AI 面上的正应力和剪应力的平均值

$$\sigma_a^L = \frac{1}{2} K_0 \gamma H$$

$$\tau_a^L = \sigma_a^L \tan \delta = \frac{1}{2} K_0 \gamma H \tan \delta$$

左侧超载部分土体重量为

$$W^L = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cot \beta$$

与右侧类似可以得到

$$\sigma_0^L = \frac{1}{2} (K_0 \sin^2 \beta + \frac{K_0}{2} \tan \delta \sin 2\beta + \cos^2 \beta) \gamma H$$

$$\tau_0^L = \frac{1}{2} \left[\frac{(1 - K_0)}{2} \sin 2\beta + K_0 \tan \beta \sin^2 \beta \right] \gamma H$$

同理可得

$$q'_L = c(N_q^R - \frac{1}{2}) \cot \varphi + \sigma_0^L N_q^R$$

2.2 土的容重和被动土压力的影响

同右侧推算得到

$$q''_L = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma$$

式中

$$N_r = \frac{2P_p \sin(45^\circ + \frac{\varphi}{2})}{\gamma B^2} - \frac{1}{4} \tan(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$$

故左侧土对承载力的影响为

$$q_{lf} = q'_L + q''_L = cN_c^R + \sigma_0^L N_q^R + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma^R$$

3 深前趾挡墙的承载力及相关的讨论

3.1 承载力公式

由上述推求 ,可以写出深前趾的承载力公式

$$\begin{aligned} q_f &= q_{Rf} + q_{Lf} = \\ &2cN_0^R + (\sigma_0^L + \sigma_0^R)N_q^R + \gamma B N_\gamma^R = \\ &\alpha(2N_q^R - 1)\cot\varphi + (\sigma_0^L + \sigma_0^R)N_q^R + \gamma B N_\gamma^R = \\ &cN_c + \gamma H N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} N_c &= \left[\frac{(1 + \sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1 - \sin\varphi\sin(2\eta + \varphi)} - 1 \right] \cot\varphi \\ N_\gamma &= \frac{4P_p \sin(45^\circ + \frac{\varphi}{2})}{\gamma B^2} - \frac{1}{2} \tan(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) \\ N_q &= (a + b) \frac{(1 + \sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{2[1 - \sin\varphi\sin(2\eta + \varphi)]} \\ a &= \frac{1}{4}[(1 + K_0) - (1 - K_0)\cos 2\alpha] \frac{\sin\beta\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha} + \frac{1}{2}(1 - K_0) \times \\ &\sin\alpha\sin\beta\cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2}(\cot\beta - \tan\alpha)\sin\beta\cos\beta \\ b &= \frac{1}{2}(K_0\sin^2\beta + \frac{K_0}{2}\tan\delta\sin 2\beta + \cos^2\beta) \end{aligned}$$

3.2 相关讨论

a. 若 $\alpha = 0$

在工程中 ,有时会取 $\alpha = 0$ 的前趾形式 ,在进行承载力推算时 ,系数 N_c , N_r 不变 ,由超载引起的承载力系数

$$N_q = b \frac{(1 + \sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1 - \sin\varphi\sin(2\eta + \varphi)}$$

b. 关于 θ 的取值

根据几何关系有

$$H = \frac{\sin\beta\cos\varphi e^{\theta\tan\varphi}}{2\sin(45^\circ - \frac{\varphi}{2})\cos(\eta + \varphi)} B \tag{9}$$

且有

$$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \frac{\varphi}{2} \tag{10}$$

通常情况下是假设 β ,计算 σ_0 , τ_0 和 η ,由式(9)(10)验证 β 值 ,进行几次试算 ,可以确定 β , η 和 θ .

c. 关于 P_p 和 N_r 的讨论

滑动面 BC 或 DC 上被动土压力应由考虑土体重量的力矩平衡来求得 ,且应假设不同的滑动位置 ,通过试算确定 .为了简化计算 ,可取下式进行土体容重的考虑 .

$$N_\gamma = 1.8 \left[\frac{(1 + \sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1 - \sin\varphi\sin(2\eta + \varphi)} - 1 \right] \tan\varphi$$

4 算 例

深趾底宽 $B = 2.4\text{ m}$,埋深 $H = 3.0\text{ m}$, $\alpha = 10^\circ$, $\gamma = 16\text{ kN/m}^3$, $c = 0\text{ kPa}$, $\varphi = 35^\circ$,基础与地基土的摩擦角 $\delta = 20^\circ$, $K_0 = 0.45$.

a. 太沙基公式 取 $B' = (2B + H \tan \varphi)/2 = 2.664\text{ (m)}$

$$q_f = \frac{1}{2} \gamma B' N_\gamma + \gamma H N_q + c N_c$$

由 $\varphi = 35^\circ$,查太沙基承载力系数图可得 : $N_q = 43$, $N_\gamma = 43$,

$$q_f = \frac{1}{2} \times 16 \times 2.664 \times 43 + 16 \times 3.0 \times 43 = 2\,121.28\text{ (kPa)}$$

b. 迈耶霍夫公式 , $N_q = 47$, $N_\gamma = 70$,

$$q_f = \frac{1}{2} \gamma B' N_\gamma + \gamma H N_q = \frac{1}{2} \times 16 \times 2.664 \times 70 + 16 \times 3 \times 47 = 3\,747.84\text{ (kPa)}$$

c. 本文公式 , $N_q = 46.1$, $N_\gamma = 70$,

$$q_f = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + \gamma H N_q = \frac{1}{2} \times 16 \times 2.4 \times 70 + 16 \times 3 \times 46.1 = 3\,556.8\text{ (kPa)}$$

5 结 论

在本文假设下求出的深前趾承载力公式 ,其计算结果与迈耶霍夫公式较为接近 ,高于太沙基承载力公式的计算值 ,这是因为太沙基假设基础底面以上的土不具有抗剪能力 ,而迈耶霍夫和本文的推导没有引入此假设 .本文公式计算值低于迈耶霍夫公式计算值是因为本文引入 DG 面上的应力按静止土压力计算的假设所致 ,且计算结果偏于安全 .对带深前趾挡土墙进行承载力验算时采用本文的公式是合理可靠的 .

参 考 文 献

1 Meyerhof G G. The ultimate bearing capacity of foundations. *Geotechnique* ,1951. 301

Bearing Capacity Formula for Retaining Wall with Deep Toe

Shi Jianyong

(College of Civil Engineering ,Hohai Univ. ,Nanjing 210024)

Chen Meifa Ma Weizhong

(Shanghai Water Conservancy Bureau ,Shanghai 200040)

Abstract In consideration of practical problems in engineering projects ,a bearing capacity formula for the retaining wall with a deep toe is developed in this paper on the basis of the assumption from Meyerhof 's formula ,and a few more assumptions added. The calculated result of an example shows the formula is reasonable and reliable .

Key words bearing capacity formula ;retaining wall with deep toe