

GPS 高程的抗差拟合推估

岳东杰 黄 腾

(河海大学土木工程学院 南京 210098)

摘 要 从一般的 GPS 高程拟合法出发 , 论述了其存在的问题与解决的方法 . GPS 高程抗差拟合推估法根据平差后的验后信息 , 逐步调整观测值(已知点) 的权 , 使含有粗差的观测值的权越来越小甚至等于 0 , 从而达到减低粗差对平差结果的影响 , 提高 GPS 高程内插的精度 . 最后通过实例计算分析 , 说明这种方法的有效性 .

关键词 GPS 高程 ; 高程拟合 ; 等价权

中图号 P221

空间定位技术特别是 GPS 技术的发展使常规大地测量发生了根本的变化 . GPS 定位技术以其精度高、速度快、自动化程度高等特点在控制测量领域得到广泛应用 . 对于 GPS 高程 , 由于我国缺乏精确的重力资料 , 无法求得地面上任何一点的精确高程异常 , 从而也就不能用这种方法求出 GPS 点的水准高 . 大量的实践证明 , 对于局部区域的 GPS 高程可通过拟合推估而得 , 而且可以达到相当的精度 , 满足多种工程的需要 . 这种方法是把 GPS 点布设在高程已确定的点上或水准点上 , 或者通过水准联测使部分 GPS 点具有水准高程 , 然后利用这些重合点建立拟合函数 , 再内插其它 GPS 点的水准高 . 由此可见重合点的水准高程对建立拟合函数起着相当重要的作用 . 若已知水准点含有粗差 , 必然影响拟合函数的系数 , 进而影响内插点高程的精度 .

目前建立 GPS 控制网的方法一般是直接将一些 GPS 控制点选在已有水准高程的点上 , 少数点用水准联测 . 这些已有水准高程的点一般是多年前建立的国家等级点 , 由于各种因素的影响 , 个别点发生沉降、标志位移是不可避免的 . 如何判断粗差点或者降低这些点的影响 , 而求得正确的函数具有十分重要的意义 . 本文从一般的拟合推估出发 , 说明抗差拟合推估法的必要性 , 并给出了其求解的思路与公式 , 最后通过实例说明其有效性 .

1 一般的拟合方法

图 1 为 GPS 测量所得的大地高与水准高的关系 , 二者可近似表示为 $\xi = H - h$, ξ 为高程异常或大地水准面差距 , H 为大地高 , h 为水准高 . 由 GPS 测量可精确求得一点的 H , 而若这个点同时又具有较高的水准高 h , 则由此可计算出的 ξ 也具有相当的精度 ; 反之对于其它的具有大地高的 GPS 点 , 若能精确求得 ξ , 也就能精确求得 h . 考虑到在不大的范围内 , 高程异常的变化一般较平缓 , 可用一平面或曲面进行拟合 . 对于任何一点 K , 若取一次或二次曲面进行拟合 , 拟合模型分别为 :

$$\xi_k = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta x_k + \alpha_2 \Delta y_k$$

或者
$$\xi_k = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta x_k + \alpha_2 \Delta y_k + \alpha_3 (\Delta x_k)^2 + \alpha_4 (\Delta y_k)^2 + \alpha_5 \Delta x_k \Delta y_k$$

其中 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_5$ ——系数 ; $\Delta x_k, \Delta y_k$ —— K 点相对于某参考点的坐标差 . 若设定点的数目多余必要观测数 (一次 3 个 , 两次 6 个) , 可用最小二乘求解 :

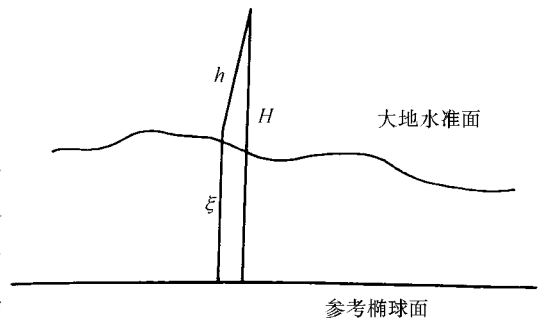


图 1 大地高与水准高关系

Fig. 1 Relationship between geodetic height and leveling height

$$\alpha = (A^T P A)^{-1} A^T P \xi$$

式中： P 为权，一般取单位权； A ——由已知点信息构成的系数矩阵。

以上即为一般的拟合法，这种方法在许多领域已有成功的应用，而且业已证明，在某些假设前提下，这种方法可以得出参数的最优线性无偏估计，这种假设即为观测值的误差服从正态分布，未受粗差与系统误差的污染，当假设不成立，即观测值受到其它误差的污染时，由其计算的拟合函数系数必然受到影响，从而影响内插点的高程精度。据估计，当拟合函数系数变化 10^{-4} 时，对 ξ 的影响可达厘米级，甚至更大，为了削弱粗差对拟合函数的影响，本文采用抗差高程拟合法。

2 抗差拟合推估法

抗差拟合推估法是在原最小二乘拟合推估法的基础上发展起来的一种选权迭代法。它通过验后方差估计求出观测值的验后方差，然后利用方差检验找出方异常大的观测值，根据方差与权成反比的关系，给它一个相应小的权，进行下一步的迭代平差计算，重复以上过程，使含有粗差的观测值的权越来越小，甚至等于 0，从而使其对平差结果的影响很小。在某种意义上说，当观测值的权很小或者等于 0 时，也就相当于从观测序列中剔除了该观测值。因此在迭代的过程中，逐步发现粗差并将其“剔除”。对于 GPS 高程拟合推估，具体的计算步骤是首先进行最小二乘平差，即一般的 GPS 高程拟合法，这时取初权为 1，然后进行验后方差估计： $\bar{\sigma}_i^2 = v_i^2 / r_i$ ，其中 r_i 为多余观测分量， $r_i = (Q_{vv}^{-1})_{ii}$ 。根据验后方差计算等价权，计算等价权的方法很多，如 Huber 函数^[1]：

$$p_i' = \begin{cases} p_i & \left| v_i / \sigma_0 \right| \leq c_0 \\ p_i \times c_0 / \left| v_i / \sigma_0 \right| & \left| v_i / \sigma_0 \right| > c_0 \end{cases}$$

c_0 一般取 1.5 ~ 2.0； σ_0 ——单位权中误差。

或者取指数函数：

$$p_i' = \begin{cases} p_i & F_i < F_{\alpha, 1, r} \\ \exp(-F_i^{2,2})^{0.05} & F_i \geq F_{\alpha, 1, r} \quad k = 2, 3, \dots \\ \exp(-F_i^{1,5})^{0.05} & F_i \geq F_{\alpha, 1, r} \quad k = 4, 5, \dots \end{cases}$$

其中， $F_i = \bar{\sigma}_i^2 / \sigma_0^2$ ； $F_{\alpha, 1, r}$ ——置信度为 α ，自由度为 1、 r 的 F 分布检验的临界值， r ——多余观测量； k ——迭代次数。权函数的选取，关系到迭代收敛的快慢，一般根据实际问题选取一种以上的权函数进行比较计算。在新定权下，重新平差，得：

$$\alpha = (A^T P' A)^{-1} A^T P' \xi$$

重复以上步骤，随着迭代次数的增加，若某观测值的权变得越来越小，说明这一观测值含有粗差，或者与其它观测值不相容，不能纳入已知点列用于计算拟合函数系数。当权降低到很小时，其对平差结果的影响也就很小，甚至没有影响，从而使计算结果抗差化。

3 实例分析

图 2 为某市四等 GPS 控制网分布图，全网共有 85 个点，目的是为该市的城市规划建设进行首级控制，其下又布设了许多加密点。为了在求得各点平面位置的同时也能得到相应点的高程，将其中 25 个四等点布设在原有高程控制点上，且使这些点均匀分布在整個测区，即利用这 25 个点建立整个测区的高程异常面，然后内插其它点的高程异常，从而推求这些点的水准高程。本例根据一般的拟合内插法与抗差拟合法（取第二种权函数）分别计算拟合函数与部分内插点的高程，结果见表 1，并进行比较分析。另外为了更好地说明抗差拟合的有效性，随机在某些点上加模拟沉降量 1 cm，分别利用两种方法计算并比较计算结果（列于表 2）。

拟合精度有所提高,说明这几个点存在粗差对平差结果的影响是较大的,应该对这些点进行处理.另外由于拟合点存在粗差,也影响到内插点的内插结果,最大可达 1 cm,影响是相当可观的.

由于以上三点可能存在粗差不纳入拟合点,所以利用其余的 22 个点建立拟合函数,然后在这些点中随机取 5 点(1004,2031,1017,2032,2058)加入 1 cm 的模拟粗差,利用抗差拟合法计算拟合函数,结果列于表 2.

计算结果表明,5 点都进行了降权处理,由此计算的拟合函数系数与未加模拟粗差的系数大小相当,基本不受粗差的影响,因此也就不会影响到内插的精度.另外从拟合中误差也可以看出,拟合精度基本没有损失,因此可以说抗差拟合法不失为一种抗差的有效方法.

4 结 论

- GPS 技术的应用大大减少了测量的外业工作量,但同时对内业处理也提出了更高的要求,以减小粗差对处理结果的影响.对于 GPS 高程拟合,是目前应用较为广泛的方法之一,但由于拟合原始数据可能存在的缺陷,往往使处理结果受到污染,为此本文提出抗差高程拟合法.由以上的分析研究可以得出以下结论:
- a. 抗差高程拟合法是一种基于最小二乘法发展起来的选权迭代法,通过迭代逐步降低含有粗差或系统不相容数据的权,从而达到降低粗差对数据处理结果的影响甚至剔除粗差.
 - b. 抗差高程拟合法可以有效地起到抗差的作用,提高拟合与内插的精度.
 - c. 抗差高程拟合法具有方法简单、效果显著、便于计算机实现等优点,特别对于较高精度的高程控制更应注意粗差或不相容的影响,建议利用抗差拟合法.
 - d. 抗差高程拟合法中,对于权函数的选取应做进一步的研究.

参 考 文 献

1 陈义,刘大杰. GPS 网起算点的稳健选择. 见:李毓麟主编.高精度静态 GPS 定位技术研究论文集.北京:测绘出版社,1996.61~66

Anti-error Fitting of GPS Height

Yue Dongjie Huang Teng

(College of Civil Engineering , HoHai Univ. , Nanjing 210098)

Abstract The common fitting method of GPS height , the existing problems and resolving methods are discussed. The Anti-error fitting of GPS height is a good method , which , according to the adjusted information , adjusts the weight of observations(the known points) and makes the weight with gross error of observations become smaller and smaller , even zero as a result , the influence on the result reduces greatly. The method can raise the precision of height interpolation. Finally the effectiveness is testified through a case study.

Key words GPS height ; height fitting ; equivalent weight