

基于刚体-弹簧元法的全级配
混凝土本构特性模拟

王宝庭, 徐道远

(河海大学土木工程学院, 江苏南京 210098)

摘要 在细观层次上把混凝土看作是由粗骨料、硬化水泥砂浆基体组成的两相非均质复合材料, 采用适宜极限分析及处理微裂纹行为的刚体-弹簧元法, 研究了不同的组成成分对材料参数的影响, 建立起混凝土的细观结构与宏观性能之间的关系.

关键词 细观; 刚体-弹簧元法; 全级配混凝土; 弹性模量; 泊松比

中图分类号: TU528.45; O242 文献标识码: A 文章编号: 1000-198X(2000)01-0022-04

混凝土是一种典型的非均质材料, 它的宏观力学性能及材料参数(如强度、弹性模量、泊松比等)受其各组成成分的影响, 与各组成成分的材料性能密切相关. 作者在大连理工大学结构实验室对全级配混凝土的本构特性进行了实验研究, 取得了不少有价值的成果. 但全级配混凝土由于其试件体积大, 需要大吨位的加载设备, 对实验技术及实验设备要求都很高, 相应的实验成本也随之升高. 因此, 要是能通过日益发达的计算机模拟技术, 数值模拟全级配混凝土的本构特性, 将是很有意义的尝试.

刚体-弹簧元法(Rigid Body Spring Model)是 70 年代末由日本的川井忠彦^[1]创立的一种适用于极限分析及处理裂纹行为的数值计算方法. 本文将它应用于全级配混凝土本构行为研究, 将混凝土细观上看成是由粗骨料与硬化水泥浆基体组成的复合材料, 骨料与硬化水泥浆基体都视为各相同性的均质材料, 通过数值模拟, 建立起细观结构与宏观性能的关系.

1 刚体-弹簧元法

如图 1 所示, 考虑 3 种类型的弹簧连接起来的两个三角形刚体单元 1、2, 单元 1、2 的重心坐标分别为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) , 边 AC 的端点坐标为 (x_3, y_3) 、 (x_4, y_4) . 设各单元重心的位移分别为 (u_1, v_1, θ_1) 及 (u_2, v_2, θ_2) , 则单元 1 中任意点的位移由下式给出:

$$u = u_1 + (y - y_1)\theta_1 \quad v = v_1 + (x - x_1)\theta_1 \quad (1)$$

假定转动位移 θ_1 是个微量. 变形前边 AC 的中点 M: $((x_3 + x_4)/2, (y_3 + y_4)/2)$, M 点变形前后的相对位移增量向量 Δd 可以由下式计算:

$$\Delta d = B \Delta u_e \quad (2)$$

$$d^T = [\delta_n \quad \delta_t \quad \varphi] \quad u_e^T = [u_1 \quad v_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \theta_2]$$

$$B = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} -x_{43} & -y_{43} & -x_{43}(y_{31} + y_{41}) + y_{43}(x_{31} + x_{41}) & x_{43} & y_{43} & -x_{43}(y_{32} + y_{42}) - y_{43}(x_{32} + x_{42}) \\ y_{43} & -x_{43} & x_{43}(x_{31} + x_{41}) + y_{43}(y_{31} + y_{41}) & -y_{43} & x_{43} & -x_{43}(x_{32} + x_{42}) - y_{43}(y_{32} + y_{42}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

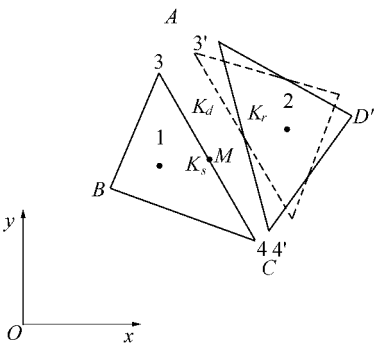


图 1 RBSM 模型
Fig.1 RBSM model

上式中 $\delta_n, \delta_t, \varphi$ 分别是对于边 AC 中点的垂直方向相对位移、水平方向相对位移、转动相对位移, $x_{ij} = x_i - x_j, y_{ij} = y_i - y_j$.

各个相对位移在联接弹簧内引起的内力增量向量 ΔS 和相对位移增量向量 Δd 的关系由下式给出:

$$\Delta S = D \Delta d \tag{3}$$

$$\Delta S = \begin{bmatrix} N & F & M \end{bmatrix}$$
$$D = \begin{bmatrix} k_d & 0 & 0 \\ 0 & k_s & 0 \\ 0 & 0 & k_r \end{bmatrix}$$

将式 (2)(3) 代入边界 AC 上的弹簧系的增量型的虚功方程式, 可得增量型的平衡方程式:

$$K \Delta u = \Delta f + f_r \tag{4}$$

$$K = B^T D B \qquad f_r = - B^T S$$

f_r 是前一荷载增量中发生了裂纹的单元边界上的弹簧系释放力向量. 弹簧系数

$$\left. \begin{aligned} k_d &= \frac{E}{1 - \mu^2} \frac{1}{h_1 + h_2} \\ k_s &= \frac{E}{1 + \mu} \frac{1}{h_1 + h_2} \\ k_r &= k_d l^2 / 12 \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

式中: l —— AC 边的长, h_1, h_2 ——各单元重心到边 AC 的高度. 当弹簧系位于两种不同的材料界面时, 材料参数 E, μ 取两种材料的加权平均值:

$$E_{\text{mean}} = \frac{h_1 E_1 + h_2 E_2}{h_1 + h_2} \qquad \mu_{\text{mean}} = \frac{h_1 \mu_1 + h_2 \mu_2}{h_1 + h_2} \tag{6}$$

2 全级配混凝土结构模型及网格自动剖分

对混凝土用骨料的定义为: 全部通过 10 mm 筛, 85% 以上的质量通过 5 mm 筛的骨料称为细骨料, 85% 以上的质量遗留在 5 mm 筛上的骨料称为粗骨料. 粗骨料按种类分为卵石、碎石、破碎卵石、卵石与碎石的混合石. 按粒径分为小石 (5 ~ 20 mm)、中石 (20 ~ 40 mm)、大石 (40 ~ 80 mm)、特大石 (80 ~ 150 mm). 它们依次称为一、二、三、四级配. 当在混凝土配比中包含这四种级配时, 称为全级配混凝土. 按照常规, 把只包含一、二级配的混凝土称为小骨料混凝土, 把包含三、四级配的混凝土称为大骨料混凝土.

混凝土的结构模型利用普遍采用的随机颗粒模型 (Random Particle Model), 该模型由两个骨料颗粒及中间添质三段组成. 这种模型适合于混凝土、岩土和陶瓷等包含骨料的脆性复合材料, 也适合于在横断面单向放置纤维的复合材料.

随机颗粒模型认为, 尽管混凝土内大量骨料颗粒随机排列在一起, 但真正互相接触的很少, 因而规定每个骨料周围都有一个影响区, 在此范围内, 其它骨料颗粒不能进入, 如图 2 所示. 若要给第 i 颗粒定位, 则首先产生两个满足颗粒几何位置分布函数 (均匀分布) 的伪随机数, 据此决定颗粒形心的位置, 然后判断此颗粒是否落入先前产生的所有颗粒及其影响区之内. 若落入则需重新定位, 直到与所有颗粒及区域边界不发生冲突为止. 图 3 为用此方法产生的全级配混凝土界面. 图 4 是由全自动网格剖分方法产生的网格图^[2].

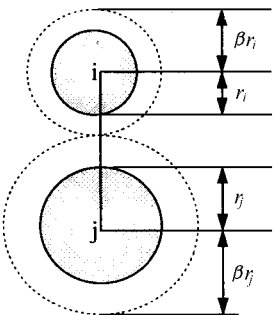


图 2 随机颗粒模型
Fig.2 Random particle model

3 混凝土弹性模量的数值模拟

混凝土在加荷直到破坏的过程中, 其应力-应变关系曲线是一条斜率逐渐降低的曲线, 开始时基本上呈直线. 因此, 混凝土的弹性模量实际上是一定阶段的割线弹性模量. 实验中, 按照水工混凝土试验规程对割线弹性模量的上限取为极限强度的 30%, 根据试验数据回归出了棱柱体全级配混凝土大试件的单轴抗压弹性模量如表 1 所示.

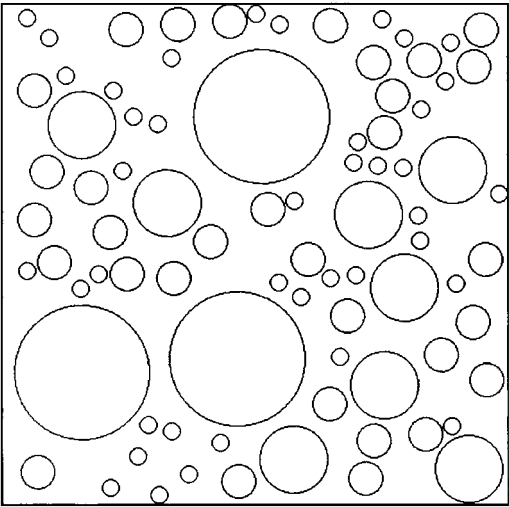


图3 随机颗粒
Fig.3 Random particle

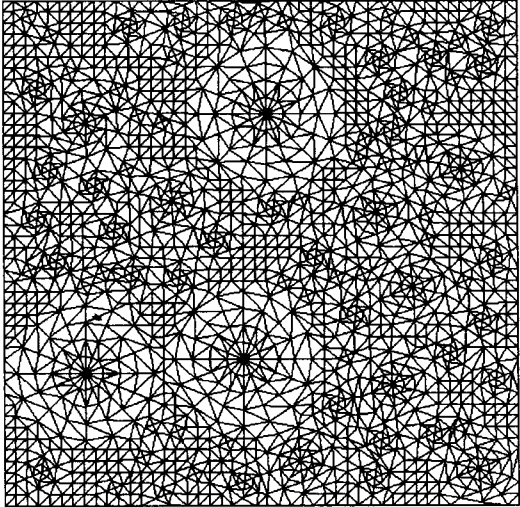


图4 对应图3的网格剖分
Fig.4 Mesh subdivision for Fig.3

一般的混凝土弹性模量估算公式都不考虑骨料种类的影响,但混凝土的弹性模量不仅与其强度有关,还与混凝土中骨料种类及含量有关.北京水利水电科学研究院^①所作的试验表明,采用刚性较大的白云岩骨料全级配混凝土的弹性模量比用正长岩骨料的高27%.本文采用数值模拟的方法,求得全级配混凝土试件的弹性模量,即单向压缩混凝土试件,用轴向平均应力除以轴向平均应变作为计算弹性模量.用三种不同的骨料含量,模拟求出了混凝土弹性模量随着骨料弹性模量变化的关系,计算结果如图5所示.

从图5可以看出,混凝土的弹性模量与骨料的弹性模量的关系为二次曲线.实验中所用配比较大骨料含量为63.25%,对应曲线可得弹性模量为33.28 GPa,略大于实验结果.北京水利水电科学研究院^①的实验结果也可以从该图得到.

4 混凝土单轴抗压泊松比的模拟

混凝土的泊松比 μ 是混凝土构件设计与分析的一个重要材料参数,它等于横向应变与竖向应变之比,即

$$\mu = \epsilon_{\text{横}} / \epsilon_{\text{竖}} \tag{7}$$

在实验中,分别在横向与竖向贴混凝土应变片,测得混凝土的泊松比随压缩荷载的变化规律如图6所示.

为了模拟泊松比随荷载的变化规律,当弹簧单元的正应力达到混凝土的抗拉强度时,释放该弹簧单元承受的节点力,转到下一增量段重新分配.然后,用试件顶端位移的平均值作为竖向位移,试件左右两侧的位移相减的平均值作为横向位移,由位移算出应变,再算出泊松比.由此得出的泊松比随荷载的变化规律如图7所示.从图7可以看出,模拟结果与实验结果在定性上良好地对应,在定量上也有相近的结果.

表1 全级配混凝土试件的弹性模量实验结果

Table 1 The test results of modulus for concrete specimen	
试件编号	弹性模量/GPa
C4—90—1	28.54
C4—90—2	35.83
C4—90—3	30.92
C4—90—4	30.89

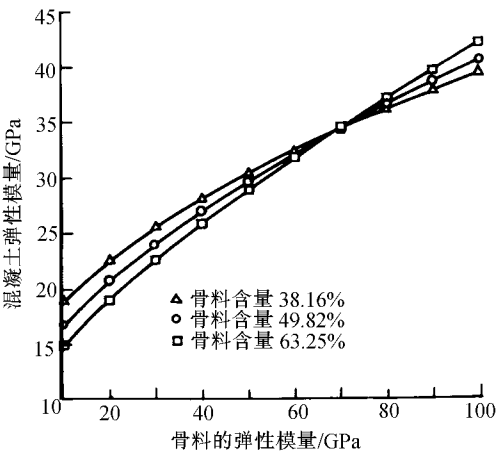


图5 混凝土弹性模量与骨料弹性模量的关系
Fig.5 Relationship between modulus of concrete and that of aggregate

① 李金玉等.二滩水电站大坝全级配混凝土力学特性的试验研究.北京水利水电科学研究院,1988.6.

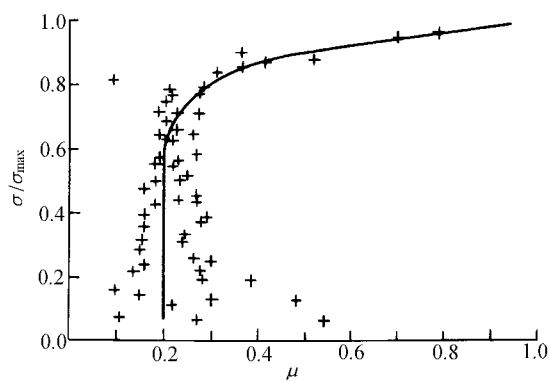


图 6 实验得到的混凝土抗压泊松比随荷载变化规律

Fig.6 Test variation of Poisson's ratio with load

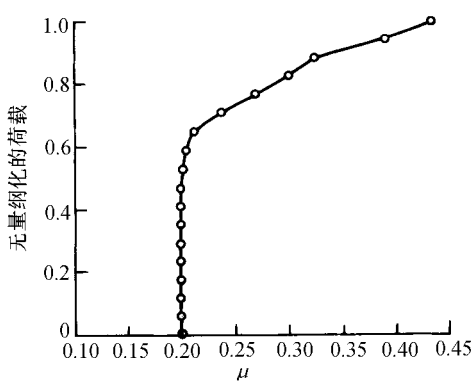


图 7 计算得到的泊松比随荷载变化规律

Fig.7 Calculated Poisson's ratio variation with load

5 结 束 语

将二维刚体-弹簧模型应用于混凝土的本构特性模拟中 ,以随机圆形颗粒模型代表混凝土的结构 ,模拟计算了混凝土试件的单轴抗压的本构特性. 得出了全级配混凝土试件的弹性模量与骨料含量、骨料弹性模量的关系 ,这些关系比一般估算公式的结果更接近实测值. 计算结果表明 ,用模拟手段去推测大体积混凝土的弹性模量等具有可行性.

参考文献：

[1] 川井忠彦·都井裕.平面歪問題の離散化解析に対する新しい要素 J].生産研究 ,1977 29(4) 204 ~ 207.
[2] 王宝庭 ,宋玉普 ,赵国藩.混凝土随机颗粒模型的网格自动剖分方法 J].大连理工大学学报 ,1999(3) 445 ~ 450.

Simulation of Fully-graded Aggregate Concrete
Constitutive Behavior Based on Rigid Body Spring Model

WANG Bao-ting , XU Dao-yuan
(College of Civil Engineering , Hohai Univ . 210098 , China)

Abstract :From micro level ,concrete is regarded as a two-phase heterogeneous composite consisting of coarse aggregate and hardening cement mortar matrix. The Rigid Body Spring Model(RBSM) that is fit to solve limit load and deal with microcracks is adopted. The effects of different components on the material parameters are studied. The relationship between micro structure and macro behavior is studied.

Key words :micro level ;RBSM ;fully-graded aggregate concrete ;modulus of elasticity ;Poisson's ratio