

随机模拟中模型与参数不确定性影响的分析

陈元芳

(河海大学水文水资源及环境学院, 江苏南京 210098)

摘要 以长江支流乌江武隆站所建立的洪水随机模型为原型,应用统计试验方法初步研究了随机模拟中模型及参数不确定性对推求设计防洪库容精度的影响. 所考虑的模型有解集模型及季节性 AR(1)模型,模型参数估计有矩法及概率权重矩法,样本容量 $n = 30, 100$ 两种,设计防洪库容精度采用不偏性及有效性两种指标. 根据 16 个试验方案结果,对不同的模型、参数估计方法及样本容量对设计防洪库容精度的影响作了分析,得出一些初步结论.

关键词 模型 参数 不确定性 统计试验 设计防洪库容 影响

中图分类号 P333.6 **文献标识码** A **文章编号** 1000-1980(2000)01-0032-04

1 问题的提出

传统上,设计防洪库容确定方法是先推求出所谓的某一标准设计洪水过程线,再经过调洪演算后即得到相应标准的设计防洪库容. 众所周知,以上途径推求设计防洪库容存在着种种经验性及无法证明的假定.

70 年代后期,在国内外尤其是国内开始重视利用随机模拟途径来确定设计防洪库容等有关水利参数. 利用随机模拟途径确定设计防洪库容时只要模型正确,则可避免传统做法上用经验处理与假定之弊病.

正因如此,近 20 年来,我国开展了大量的随机水文模拟研究,取得一些新成果,但研究内容限于以下两个方面:(a)如何对给定的水文资料建立一个合适的随机水文模型;(b)利用设想的水文原型研究传统途径确定设计防洪库容时,其中的经验性及假定对确定设计防洪库容的影响.

由于水文过程的极端复杂性,观测资料往往较短,故所建立的随机水文模型未必能完全反映实际水文过程的特性,即模型与原型之间可能存在着一定的差异. 这种差异不仅表现在模型结构与原型可能有差异,而且模型参数的估计必定会存在着一定的误差. 以上就是通常所说的建立随机水文模型确定设计防洪库容时存在着的两种不确定性.

这两种不确定性的存在虽然早已被水文工作者所认识,但是由于水文过程的原型未知,故这两种不确定性将给水利系统的参数尤其是设计防洪库容的确定造成多大的影响,是长期困扰着水文工作者的一个悬而未决的严峻问题. 由于这一问题的存在,在很大程度上限制了随机模拟途径在实际生产中的广泛应用.

为了尽快地推动随机模拟途径在生产实际中的应用,解决以上问题就显得非常迫切,且非常必要. 本文就以上两种不确定性对设计防洪库容精度的影响进行初步分析,得出一些有价值的结论.

2 研究方法与思路

研究方法及思路如下:(a)收集某水库控制站洪水过程资料;(b)对以上控制站建立一个合适的随机水文模型;(c)以所建的模型为原型,计算出建库后各种防洪标准下的设计防洪库容,即为设定的总体设计防洪库容;(d)从原型中生成 K 组 n 年的洪水系列资料(n 选取不同值);(e)用给定的某一随机水文模型(含给定某种参数估计方法)分别对每组 n 年的洪水资料建模(考虑不同模型及参数估计方法);(f)由每组 n 年洪水资料所建模型生成足够长的洪水系列,经调洪后可求出不同标准的设计防洪库容;(g)计算 K 组中各种标准下的设计防洪库容与总体防洪库容的差异(不偏性与有效性);(h)分析不同的 n 、不同参数估计方法、不同模型

对设计防洪库容估计效果的影响.

3 设想原型的研制

3.1 基本资料及模型选择

建模仅依据长江支流乌江武隆水文站 1954~1983 年连续 30 年实测洪水过程资料,选取每年最大 20 日平均流量.只选取常用的解集模型及季节性 AR(1)模型作为设想原型.

3.2 模型结构、参数估计及资料生成

3.2.1 解集模型(简称 DIS 模型)

a. 模型形式及参数估计公式如下:

$$Y = AX + B\varepsilon \tag{1}$$

式中: Y —— $n \times 1$ 阶零均值低聚集水平分量矩阵(本文 $n = 20$); X ——零均值高聚集水平分量(本文为 20 d 洪水总量); ε —— $n \times 1$ 阶零均值、方差为 1、偏态系数为 C_{Se} 的独立随机向量,是模型的随机项; A —— $n \times 1$ 阶参数矩阵; B —— $n \times n$ 阶参数矩阵.模型参数采用矩法估计.

b. 洪水过程的模拟.洪水过程的模拟分成两步:(a)洪水总量的模拟;(b)洪水总量的分解.20 d 的洪水总量模拟模型是

$$X = EX \times (C_{Vx} \cdot RNG + 1) \tag{2}$$

式中: RNG ——均值为 0、方差为 1、偏态系数为 C_{Sx} 的 P-Ⅲ 型分布随机数.

参数 EX, C_{Vx}, C_{Sx} 可采用矩法(简称 MOM 法)估计,也可采用概率权重矩法(简称 PWM 法)估计.

模拟出 X 后,按式(1)生成该年各截口流量值.

当 X 的 EX, C_{Vx}, C_{Sx} 采用矩法估计,则称解集模型参数估计采用矩法.而当采用 PWM 法估计,则称解集模型参数估计采用 PWM 法.本文在建立设想原型时,是采用 PWM 法来进行模型参数估计.

3.2.2 季节性 AR(1)模型

a. 模型形式如下:

$$X_{\tau,t} - \bar{X}_t = a_t(X_{\tau,t-1} - \bar{X}_{t-1}) + b_t\varepsilon_t \quad (t = 2, 3, \cdots, 20) \tag{3}$$

式中: $X_{\tau,t}$ ——第 τ 年第 t 个截口日流量; $\bar{X}_t$ ——第 t 个截口的日流量平均值; ε_t ——均值为 0、方差为 1、偏态系数为 C_{Set} 的 P-Ⅲ 型分布随机数,是模型的随机项; a_t, b_t ——待定系数,它们不随 τ 变,而随 t 变.

b. 参数估计.模型参数 a_t, b_t 很容易被导出,下面仅给出导出的结果.

$$a_t = S_t\rho_t/S_{t-1} \quad b_t = \sqrt{1 - \rho_t^2}S_t \tag{4}$$

式中: ρ_t ——第 t 与第 $t-1$ 个截口日流量之间的相关系数; S_t ——第 t 个截口日流量的均方差.

由于随机项 ε_t 是 P-Ⅲ 型分布,故还需确定 C_{Set} 值. C_{Set} 的推导结果如下:

$$C_{Set} = \frac{C_{St} - \rho_t^3 C_{St-1}}{(1 - \rho_t^2)^{1.5}} \tag{5}$$

式中 C_{St} 为第 t 个截口日流量的偏态系数.

从公式(4),(5)可知,要确定模型参数,只要估计出各截口的日流量的均值(EX),离势系数(C_V),偏态系数(C_S)及一阶自相关系数即可.各截口的 EX, C_V, C_S 可采用 MOM 法估计,也可用 PWM 法估计.

本文约定当各截口 EX, C_V, C_S 采用矩法估计时,则认为模型参数使用矩法估计.而当采用 PWM 法估计时,则认为模型参数采用 PWM 法.在确定设想原型时,参数估计采用 PWM 法.

3.3 模型检验

采用文献[1]中的检验方法对截口及时段量特性作实用性检验.截口特性包括:截口均值、 C_V 和 C_S 、最大值、最小值及一阶自相关系数.时段量特性有:不同时段长的时段量均值、 C_V 及 C_S .DIS 模型检验结果见表 1(因篇幅所限,AR(1)模型结果未列出).

结果表明,AR(1)及 DIS 模型的截口特性及时段量特性的实用性检验(指一个均方差为标准)通过率均相当高,有不少统计量通过率达到 100%,且从总体上看,DIS 模型略优于 AR(1)模型.因此,可认为以上两种模型均能较好地反映武隆站洪水过程特性,故本文取这两个模型为设想原型.

表 1 实测序列与模拟系列时段量特征量对照表(DIS 模型)

Table 1 Comparison between characteristics of different period flood volume of observed series and simulated series									
时段长 /d	均值			C_v			C_s		
	实测	模拟	均方差	实测	模拟	均方差	实测	模拟	均方差
1	9.98	10.07	0.690	0.336	0.378	0.077	0.672	1.163	0.762
3	26.17	26.02	1.623	0.351	0.350	0.060	0.700	1.025	0.618
7	50.80	50.49	3.125	0.367	0.344	0.057	0.760	1.034	0.562
10	64.84	64.43	4.046	0.363	0.343	0.058	0.882	1.073	0.575
17	90.52	90.57	5.893	0.350	0.351	0.059	1.035	1.090	0.575

4 不确定性影响的统计试验研究

4.1 随机模拟法求设计防洪库容

给定某一年流量过程后,则该年度的防洪库容取决于水库的调洪方式.为了方便,本文研究仅考虑采用削平头方式进行洪水调洪演算.由于每年都可得到一个防洪库容,所以用随机模拟生成的 N 年洪水系列就有 N 个相应的防洪库容.当 N 足够大时,可得到给定防洪标准的设计防洪库容.

对于本文所建立的设想原型,按削平头方式进行逐年调洪演算,统计试验生成的 1 万年模拟资料计算出各种防洪标准下的设计防洪库容为总体设计防洪库容.

4.2 统计试验方案设计

- a. 总体模型即原型 有本文所介绍 AR(1)模型及解集模型.
- b. 用于模拟的模型(含参数估计方法).对于每一种原型都采用四种模型来模拟,即:(a)矩法估计的 AR(1)模型;(b)PWM 法估计的 AR(1)模型;(c)矩法估计的 DIS 模型;(d)PWM 法估计的 DIS 模型.
- c. 每组洪水系列年数 n 取 30 及 100 两种.

4.3 评价标准

本文采用设计防洪库容的不偏性及有效性为评价标准.

设 $V_{p_i}^0$ 为总体设计防洪库容($i = 1, 2, 3, 4$ 四种. $p_1 = 1/500, p_2 = 1/400, p_3 = 1/200, p_4 = 1/100$). $V_{p_i}^j$ 为第 j 组样本用随机模拟途径估计的设计防洪库容,则取

$$EV_{p_i} = \frac{\sum_{j=1}^K (V_{p_i}^j - V_{p_i}^0)}{K \cdot V_{p_i}^0} \times 100\%$$
$$SV_{p_i} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^K (V_{p_i}^j - V_{p_i}^0)^2}{K \cdot V_{p_i}^0}} \times 100\%$$

(6)

式中: K ——统计试验组数; EV_{p_i} ——所求设计防洪库容均值与总体设计防洪库容的相对偏差程度,用百分比表示,正号表示偏大,反之则偏小; SV_{p_i} ——所求设计防洪库容对总体设计防洪库容的有效性,用百分比表示,数值愈小,愈有效. K 应为 500,但因计算量大且经过分析 $K = 200$ 有足够精度,故本文取 $K = 200$.

5 成果的综合与分析

16 个方案的结果列于表 2,从该表可以得出以下几个方面的结论.

5.1 洪水系列年数 n 对随机模拟途径确定设计防洪库容精度的影响

- a. 当模型与原型一致时,不管采用何种估计方法,样本长度 n 与设计防洪库容的精度成正比.
- b. 当使用矩法估计模型参数时,样本长度 n 与设计防洪库容精度成正比.
- c. 采用 PWM 法估计参数时, n 与设计防洪库容精度并未成正比(详见表 2 第 15,16 方案的结果).总之,样本资料愈长,所求得的设计防洪库容精度一般说来也愈高,但不是绝对的.

5.2 模型参数估计方法对设计防洪库容精度的影响

在模型与原型一致时,用 PWM 法估计模型参数,所得设计防洪库容精度比用 MOM 法时略好;当模型与原型不一致时,用 PWM 法估计参数,所得设计防洪库容精度未必都比用 MOM 法高.

5.3 模型结构对设计防洪库容精度的影响

当原型为 AR(1)时,用 AR(1)模拟要比用 DIS 模型模拟的效果好.当原型为 DIS 模型时,用矩法估计参数,使用 AR(1)模型仍比使用 DIS 模型好.特别是在 n 较小时(如 $n = 30$),AR(1)模型比 DIS 模型模拟效果好

得更为显著. 这说明, 并非模型与原型一致时才能使得模拟效果好.

5.4 可用于设计防洪库容抽样误差的估计

假设要在武隆站处修建一水库, 且按削平头方式进行调洪演算, 这时可以从表 2 中初步估计出各种不同标准下设计防洪库容的抽样误差. 如从表 2 可以看出百年一遇的设计防洪库容的相对均方误差, 在 $n = 30$ 时一般为 30% 以下, 而在 $n = 100$ 时则绝大多数为 15% 以下. 这些数值可为水库规模的确定提供决策依据.

表 2 各方案设计防洪库容不偏性及有效性指标计算成果

Table 2 Results of unbiasedness and efficiency of design-flood storage of all Monte-Carlo computation schemes

方案	模型	用于拟合模型	参数估计方法	样本长度(n)	EV_{p1} /%	EV_{p2} /%	EV_{p3} /%	EV_{p4} /%	SV_{p1} /%	SV_{p2} /%	SV_{p3} /%	SV_{p4} /%
1	AR(1)	AR(1)	MOM	30	5.81	4.97	3.04	-0.22	28.27	27.68	24.41	21.78
2	AR(1)	AR(1)	MOM	100	2.25	1.60	1.79	-0.63	17.04	15.95	14.60	12.66
3	AR(1)	AR(1)	PWM	30	6.8	6.16	5.19	1.97	26.07	25.72	23.69	20.68
4	AR(1)	AR(1)	PWM	100	-2.88	-2.92	-2.11	-3.03	13.13	12.76	12.08	11.77
5	AR(1)	DIS	MOM	30	-5.21	-3.93	-2.44	-3.16	26.11	26.35	24.47	23.08
6	AR(1)	DIS	MOM	100	-5.07	-3.55	-2.61	-3.27	16.41	16.22	14.57	14.01
7	AR(1)	DIS	PWM	30	-1.54	-0.18	0.55	-0.43	28.07	28.52	26.29	24.73
8	AR(1)	DIS	PWM	100	-4.33	-2.82	-2.14	-2.71	15.49	15.31	13.98	13.61
9	DIS	DIS	MOM	30	-5.05	-4.43	-0.74	-0.51	31.76	31.99	31.56	30.13
10	DIS	DIS	MOM	100	-4.55	-3.78	-0.67	-0.54	17.93	17.63	17.04	15.99
11	DIS	DIS	PWM	30	1.90	2.41	5.67	5.43	31.47	31.86	31.87	31.13
12	DIS	DIS	PWM	100	-3.72	-2.83	-0.20	-0.08	16.35	16.14	15.38	14.72
13	DIS	AR(1)	MOM	30	-6.39	-7.97	-4.56	-4.66	22.89	22.91	22.46	21.58
14	DIS	AR(1)	MOM	100	-7.35	-9.00	-5.85	-5.85	15.4	15.8	13.34	12.11
15	DIS	AR(1)	PWM	30	-7.78	-8.91	-4.23	-4.37	22.86	22.45	21.92	21.39
16	DIS	AR(1)	PWM	100	-17.46	-18.12	-12.49	-10.42	20.25	20.64	15.69	14.12

6 结 语

本文率先应用统计试验方法, 对模型与参数不确定性将对由随机模拟途径估计的设计防洪库容精度的影响进行探索研究. 研究表明 在今后建立洪水随机模型时, 为了尽量减小模型参数不确定性的影响, 应选择能较好地拟合实际观测资料且参数较少的模型. 同时, 模型参数估计方法应是比较稳健的. 此外, 还应尽可能多地使用现有的所有可靠的洪水资料信息.

本文虽然做了大量的计算分析工作, 但所设定的原型及调洪方式方案较少, 且仅考虑单站洪水模拟时的不确定性影响等, 故本文的结论只是初步的.

参考文献:

[1] 陈元芳. 随机模型参数估计及洪水随机模拟研究[D]: [学位论文]. 南京 河海大学, 1992.

Analysis of Effects of Uncertainty of Simulating Model and Parameters Estimated on Precision of Design Flood-Control Storage

CHEN Yuan-fang

(College of Water Resources and Environment, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract Assuming that the population model of flood stochastic process is known, the effects of uncertainty of simulating model and parameters estimated on the precision of design flood-control storage is preliminarily analysed by Monte-Carlo method. Two simulation models are considered in the paper: one is Disaggregation Model, and the other is seasonal AR(1) model. Two parameter estimation methods—moment method and probability weighted moment method are used to estimate the model parameters. The unbiasedness and efficiency of design flood-control storage are considered as indices of precision. Some useful conclusions are obtained.

Key words simulating model; parameters; uncertainty; Monte-Carlo; design flood-control storage; effect