

地下工程反分析的研究

吴国平¹, 王润富²

(1. 南京建筑工程学校, 江苏南京 210017; 2. 河海大学土木工程学院, 江苏南京 210098)

摘要: 针对地下工程的反分析问题, 对岩体采用了弹、塑、粘性模型和考虑了随深度变化的地应力场. 为了克服反分析问题的不适定性, 又采用两个目标函数进行两步反演. 第一步为避免量测的滞后损失, 以施工阶段的增量位移为依据, 采用弹性模型, 反演分析 6 个随深度变化的初始地应力分量和弹性模量; 第二步运用灰色理论, 从监测得出的实际位移值求出“最终位移”值; 以此位移值为依据, 以第一次得出的初始地应力场和弹性模量 E 为初值, 采用弹塑性模型, 进一步反演分析 6 个初始地应力分量和弹塑性材料参数 E, C, φ 等, 并将得出的数值作为最终反演结果.

关键词: 反分析 地下工程 弹塑性

中图分类号: TU93 文献标识码: A 文章编号: 1000-1980(2000)01-0076-05

在工程反分析中, 如何建立模型和避免反分析问题的不适定性(不唯一、不稳定、不收敛)是其中的关键问题.

本文对岩体采用了弹、塑、粘性模型作为反演的计算模型. 对弹塑性性质, 用弹性模量 E 、泊松系数 μ 、凝聚力 C 和内摩擦角 φ 表示. 对粘性性质, 考虑到当 $t \rightarrow \infty$ 时材料的弹塑粘性均反映入最终位移中, 因此, 本文运用灰色系统理论, 根据实际量测过程的各位移值, 预测“最终位移值”, 其中包含了材料的粘性性质. 再以此“最终位移值”作为反演的依据. 对地应力场, 采用 6 个随深度变化的地应力分量来表示. 这种表达可以较好地反映岩体中地应力场的分布情况, 并作为反演分析的目标.

为了克服反分析问题的不适定性, 本文提出了以下的两个目标函数和两步反演的办法.

第一步, 为避免实测位移中的滞后损失, 以施工阶段的增量位移为依据, 采用弹性模型, 应用最小二乘法反演 6 个随深度变化的地应力分量和岩体弹性模量 E .

第二步, 运用灰色理论, 从监测得出的实际量测位移随时间变化的数值, 求出“最终位移值”. 并以此位移值为依据, 再次应用最小二乘法, 以第一步反演得出的 6 个地应力分量与弹性模量 E 作为初值, 采用弹塑性模型进一步反演 6 个初始地应力分量和弹塑性材料参数 E, C, φ 等, 从而得出最后的反演结果.

1 位移预测原理

为了从施工阶段监测得出的各位移值来预测“最终位移值”, 本文采用以下的灰色预测模型.

1.1 GM(1, 1)预测模型

令 $u^{(0)}$ 为 n 元位移序列

$$u^{(0)} = (u^{(0)}_1, \dots, u^{(0)}_n)$$

式中: n ——所取时距样本; $u^{(0)}_i$ ——同一测点、不同时间 i 所获取的一系列实测位移值.

令 $u^{(1)}$ 为 $u^{(0)}$ 的累加生成:

$$u^{(1)}_k = \sum_{i=1}^k u^{(0)}_i$$

则 $u^{(1)} = (u^{(1)}_1, \dots, u^{(1)}_n)$

令 $Z^{(1)}_k = 0.5u^{(1)}_k + 0.5u^{(1)}_{k-1}$

式中： $Z_k^{(1)}$ ——均值生成。

A 为微分方程 $u_k^{(0)} + aZ_k^{(1)} = b$ 的系数向量，通过最小二乘法求解：

$$A = (B^T B)^{-1} B^T y_N = [a, b]^T$$

上述方程称为灰微分方程^[1]，相关的符号意义为

$$B = \begin{bmatrix} -Z_{(2)}^{(1)} & 1 \\ -Z_{(3)}^{(1)} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -Z_{(n)}^{(1)} & 1 \end{bmatrix} \qquad y_N = \begin{bmatrix} u_{(2)}^{(0)} \\ u_{(3)}^{(0)} \\ \vdots \\ u_{(n)}^{(0)} \end{bmatrix}$$

在求出参数 a, b 后， a, b 构成下列白化方程：

$$\frac{du^{(1)}}{dt} + au^{(1)} = b$$

则以 A 的数据为模型计算值的条件下，GM(1,1)白化方程的解为

$$U_{k+1}^{(1)} = \left(u_1^{(0)} - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a}$$

还原值

$$U_{k+1}^{(0)} = U_{k+1}^{(1)} - U_k^{(1)}$$

1.2 模型的修正

GM(1,1)预测模型是指数模型。照此模型求出的参数 $a < 0, b > 0$ ，所以 GM(1,1)模型是增长的指数模型，具有无限增长的特性。作为能量系统，不可能出现这种现象，这表明 GM(1,1)作为短期预测是合适的，作为中期预测可以参考，作为长期预测可靠性明显削弱。

消除 GM(1,1)无限增长的措施是采用 Verhulst 修正模型，使之对地下工程开挖时的位移预测更为合理，即

$$\frac{du^{(1)}}{dt} = b(u^{(1)})^2 - au^{(1)}$$

或者

$$-\int_{u_{t_0}^{(1)}}^{u_t^{(1)}} \frac{du^{(1)}}{au^{(1)} - b(u^{(1)})^2} = \int_{t_0}^t dt = t - t_0$$

其中 $a < 0, b > 0$ 。化简后，得

$$u_t^{(1)} = \frac{-au_{t_0}^{(1)}}{bu_{t_0}^{(1)} + (a - bu_{t_0}^{(1)})e^{a(t-t_0)}}$$

这表明 $u_t^{(1)}$ 是一条有饱和值的曲线，具有 S 形特征，称为 S 型曲线，其饱和值（极限值）为 $-a/b$ 。

根据 GM(1,1)理论及 Verhulst 的修正模型，可以预测地下工程某一监测点不同时段、不同开挖顺序的位移，进而预测成洞后 $t \rightarrow \infty$ 时的稳定位移，即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_t^{(1)} = u_{\infty}^{(1)} = -\frac{a}{b}$$

根据同济大学曾在百溪隧道中应用单点位移计量测围岩的相对位移量，及其随时间的变化数值，笔者按上述方法预测的“最终位移”结果如图 1 所示。由图可见，根据上述修正模型预测“最终位移”是可行的，且较符合实际位移的变化规律。

2 地下工程反分析原理

2.1 初始地应力场的提出^[2]

若岩体中某一点的埋置深度为 h ，上覆岩层的容重为 γ ，假定该点的各地应力分量与 γh 之间存在如下的比例关系：

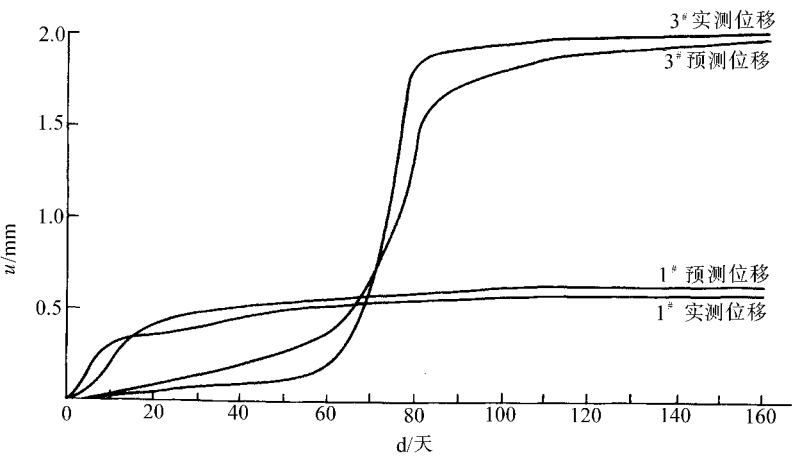


图 1 实测和预测位移的对比
Fig.1 Comparison of measured and predicted displacements

$$\sigma^I = \alpha \gamma h$$

其中

$$\sigma^I = [\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}]^T$$

$$\alpha = [\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6]^T$$

式中 α_i 为各比例参数. 这样, 反演 6 个初始地应力分量实际上就变成了反演 6 个比例参数的问题.

2.2 第一目标函数反分析

为使位移计布置前所损失的部分弹性位移不影响反演结果, 我们把测点布置好以后的开挖过程中, 在该测点观测到的增量位移作为反演的依据. 这样, 不但清除了人为的主观因素, 而且保证了反演的可靠性. 但测点只有在某一级开挖以后才能布置上去, 所以实际的分析过程要分两级开挖进行计算. 第二次开挖引起的测点增量位移才是与计算位移进行拟合的对象. 由于分步开挖没有考虑材料的粘性, 所以此结论在一定程度上有相应的误差. 为此, 我们暂不考虑对反演计算较敏感的参数 C 和 φ , 而首先把初始地应力分量 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ 及 E 作为第一步反演的目标, 相应的目标函数建立如下:

$$F_1(\tilde{x}^*) = \sum_{i=1}^n [x_i^*(\tilde{x}^*) - u_i^*]^2$$

其中

$$\tilde{x}^* = [\alpha_1^* \alpha_2^* \alpha_3^* \alpha_4^* \alpha_5^* \alpha_6^* E]^T$$

式中 $x_i^*(\tilde{x}^*)$ ——第 i 个观测点二次开挖的计算增量位移; u_i^* ——第 i 个观测点的实测位移; n ——观测点的总数, 如果 $\tilde{x}^*$ 中反演的元素有 m 个(此时 $m = 7$), 则要求 $n \geq m$.

2.3 第二目标函数反分析

上述目标函数并没有考虑岩石的粘性, 且没有反演 C, φ . 为充分反映其粘性, 我们取由灰色理论预测得出的“最终位移”值(其中包含了粘性的影响)作为依据, 并以第一步反演得出的弹性模量 E 和 6 个地应力分量的系数 $\alpha_1^*, \alpha_2^*, \alpha_3^*, \alpha_4^*, \alpha_5^*, \alpha_6^*$ 作为初值, 建立第二个目标函数如下:

$$F_2(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^n [X_i(\tilde{x}) - u_i]^2$$

其中

$$\tilde{x} = [\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6 E C \varphi]^T$$

式中 $X_i(\tilde{x})$ ——第 i 个点计算总位移; u_i ——第 i 个观测点由灰色理论预测的最终稳定位移; n ——观测点的总数. 同理 $n \geq m$, 其中 m 为 $\tilde{x}$ 中反演的元素数目, 这里 $m = 9$.

从第二个目标函数可以反演出最后的结果, 即 6 个地应力分量的系数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$, 岩体的弹性模量 E , 凝聚力 C 和内摩擦角 φ .

3 计 算 实 例

3.1 工程结构概况

十三陵抽水蓄能电站位于北京市十三陵风景区, 装机容量 80 万 kW, 年发电量 12 亿 kW·h. 电站地下厂房附近围岩包含了两个主要断层 f_{30} 和 f_{20} , 上覆岩层厚度在 200 ~ 300 m 之间. 本文所取区域仅考虑对其影响较大的 f_{20} 断层, 断层厚度在 0.3 ~ 1.5 m 之间.

3.2 相关的材料参数及实测位移值

a. 工程区域已获得的实测参数有: $E = 1.5 \times 10^4 \sim 2.0 \times 10^4$ MPa, $\mu = 0.25$, $C = 1.0$ MPa, $\varphi = 45^\circ$, $\gamma = 2.7$ t/m³, 容许抗拉应力 $[\sigma] = 1.5$ MPa. 这些参数具有一定的表征性, 可供参考.

b. f_{20} 断层的材料参数: $E = 200 \sim 500$ MPa, $\mu = 0.25$, $C = 0.005$ MPa, $\varphi = 18^\circ$, $\gamma = 2.0$ t/m³ $[\sigma] = 0$.

c. 实测位移值(图 2).

3.3 有限元反演分析

本文主要以一个断面为计算反演域, 所选取的地下工程反演域共剖分为

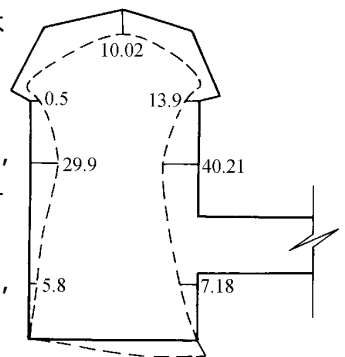


图 2 实测位移值

Fig.2 Measured displacements

524 个单元,其中岩体单元 446 个,断层单元 11 个,开挖单元 67 个。
主厂房拱顶部分单元剖分如图 3,单元地应力反演结果如表 1。

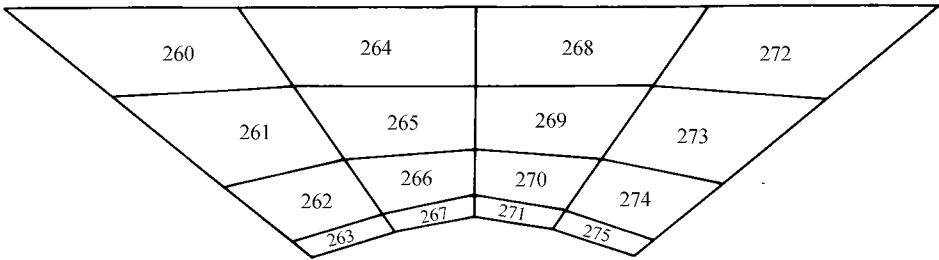


图 3 厂房顶部的单元剖分
Fig.3 The elements of factory building top

表 1 地应力的反演值
Table 1 Underground stresses of back analysis

单元号	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{zx}
260	-5.3596	-0.7166	-7.5097	-7.1446×10^{-4}	-7.1446×10^{-4}	0.0722
261	-5.4787	-0.7325	-7.6762	-7.3030×10^{-4}	-7.3030×10^{-4}	0.0738
262	-5.5581	-0.7431	-7.7874	-7.4088×10^{-4}	-7.4088×10^{-4}	0.0748
263	-5.6176	-0.7511	-7.8708	-7.4881×10^{-4}	-7.4881×10^{-4}	0.0756
264	-5.1412	-0.6874	-7.2033	-6.8531×10^{-4}	-6.8531×10^{-4}	0.0692
265	-5.2603	-0.7033	-7.3702	-7.0119×10^{-4}	-7.0119×10^{-4}	0.0708
266	-5.3000	-0.7086	-7.4285	-7.0648×10^{-4}	-7.0648×10^{-4}	0.0714
267	-5.3794	-0.7192	-7.5370	-7.1706×10^{-4}	-7.1706×10^{-4}	0.0724
268	-4.9427	-0.6608	-6.9252	-6.5885×10^{-4}	-6.5885×10^{-4}	0.0665
269	-5.0618	-0.6768	-7.0921	-6.7473×10^{-4}	-6.7473×10^{-4}	0.0682
270	-5.1214	-0.6847	-7.1756	-6.8267×10^{-4}	-6.8267×10^{-4}	0.0690
271	-5.1611	-0.6900	-7.2312	-6.8796×10^{-4}	-6.8796×10^{-4}	0.0695
272	-4.7641	-0.6370	-6.6755	-6.3510×10^{-4}	-6.3510×10^{-4}	0.0641
273	-4.8633	-0.6502	-6.8138	-6.4825×10^{-4}	-6.4825×10^{-4}	0.0655
274	-4.9824	-0.6661	-6.9804	-6.6410×10^{-4}	-6.6410×10^{-4}	0.0671
275	-5.0420	-0.6741	-7.0643	-6.7209×10^{-4}	-6.7209×10^{-4}	0.0679

由表 1 可以看出,垂直地应力 σ_z 相当于 γh 的 1.0511 倍,这是符合工程的具体实测资料所反应的。 σ_x 与 γh 的比值为 0.7502,这和侧压系数 λ 的值较为吻合。

综合 6 个初始地应力分量的主应力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, 在主厂房拱顶部与实测主应力误差较小。以 275 单元为例,计算值 $\sigma_3 = -7.05$ MPa,实测值为 $\sigma_3 = -8.39$ MPa,误差为 19%,较为符合工程要求。

由于篇幅关系,以下列出反演结果中较有代表性的参数 E, C, φ 进行讨论,反演过程如图 4、5、6。

弹性模量 E 是最重要的参数值。由图 4, E 的反演过程较为平稳,逼近效果较好,反演最终值为 2.2344×10^4 MPa。

由图 5 看出,凝聚力 C 的反演过程稳定性较欠缺。其主要原因之一是 C 对 E 的变化较为敏感,且

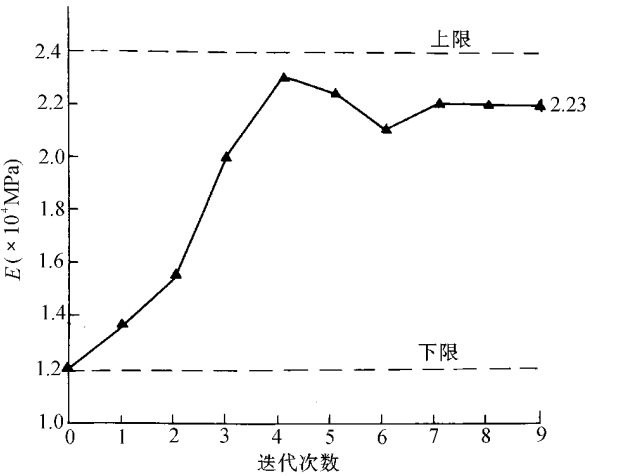


图 4 E 的反演过程
Fig.4 Back analysis of E

两者数量级的悬殊 ,在一定程度上干扰了 C 的稳定性 ;二是断层在反演过程中对 C 的影响较大 .由于 C 的数量级较小 ,为了使反演过程收敛 ,本文在迭代前根据实际情况先预估 C 的上、下限 ,使之在迭代过程中始终被控制在预估的上、下限范围之内 ,以便经过相当轮次的迭代过程 ,能找出合理的计算值 .具体迭代过程如图 5 所示 .

由图 6 可见 ,内摩擦角 φ 的反演值与实测值有一定误差 ,部分原因是 C 的相对不稳定性所导致 .本文采用与 C 同样的方法控制其收敛性 .

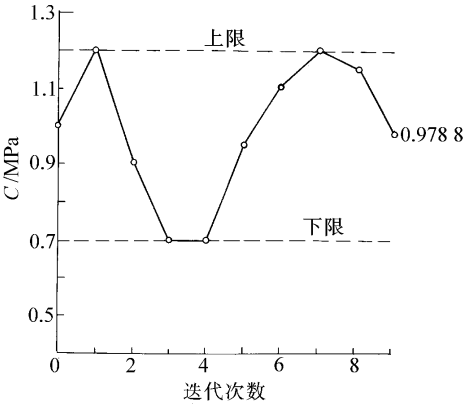


图 5 C 的反演过程

Fig.5 Back analysis of C

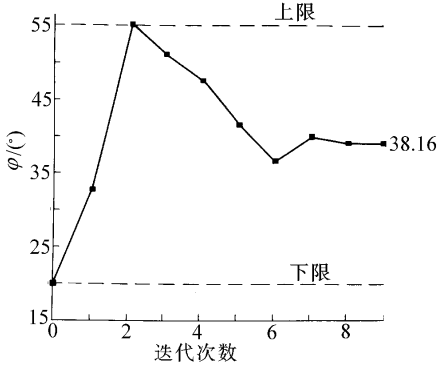


图 6 φ 的反演过程

Fig.6 Back analysis of φ

4 结 论

a. 本文对地下工程反分析问题采用了弹、塑、粘性模型和 6 个随深度变化的地应力分量表达式 ,较好地模拟了地下工程结构的特性 .

b. 采用本文提出的两个目标函数和两步反演的方法 ,可以较好地避免反分析问题中的不适定性 .因此 ,本文方法可供解决实际工程反分析问题参考和应用 .

参考文献 :

[1] 邓聚龙 .灰色系统理论教程 [M] .武汉 :华中理工大学出版社 ,1990 .309 ~ 347 .
[2] 张能林 .地下工程三维非线性有限元正反分析系统的研究 [D] [学位论文] .南京 :河海大学 ,1994 .

Research of Back Analysis on Underground Structures

WU Guo-ping¹ , WANG Run-fu²

(1. Nanjing Construction Engineering School ,Nanjing 210017 ,China ;
2. College of Civil Engineering ,Hohai Univ . ,Nanjing 210098 ,China)

Abstract :In this paper ,problems in back analysis of underground structures are considered ,the visco-plasto-elastic model is used and the underground stress field changing with depth is considered for rock .Considering that the back analysis may be unsole ,unstable ,and unconvrgent ,two objective functions and two steps of back analysis are applied .Firstly ,according to the increment displacements and by use of the elastic model ,the initial underground stresses and elastic module E can be obtained by back analysis ;secondly ,by application of the Grey Theory and on the basis of measured displacements ,the " final displacements " can be obtained ;according to the " final displacements " and by use of the plasto - elastic model and the first analysis data as the initial data ,new initial underground stresses and elastic module E ,rock cohesion force C ,and friction angle φ as the resulting data of back analysis may be obtained .

Key words :back andysis ,underground engineering ,elasticity and plasticity