

三峡坝区变形监测网多目标优化研究

兰孝奇, 岳东杰

(河海大学土木工程学院, 江苏南京 210098)

摘要 根据变形监测网的特点,着重讨论了同时顾及精度、可靠性、灵敏度和经济性多目标的监测网的敏感度分析优化设计方法.编写了该优化设计方法程序,采用人机对话的方式进行优化设计,通过三峡坝区变形监测网实例计算分析,说明该方法的有效性和可行性.

关键词 优化设计;监测网;可靠性;灵敏度;敏感度

中图分类号 :TV3 ;TU311.2 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2000)01-0081-05

尽管目前变形监测手段日趋多样化,大地测量方法仍然是一种行之有效的外部监测方法.大坝变形监测网的主要目的是监测大坝以及近坝区的变形,并为其它变型监测系统提供稳定的可靠基准.由于大坝变形监测网的精度和可靠性要求高,观测周期多,所需费用高,所以大坝变形监测网的优化设计具有重要的实际意义.

三峡坝区的变形监测网,水工建筑物众多,监控范围很大,网形复杂,观测精度要求特高且外业工作量很大.如何进一步合理布网、减少观测工作量,提高控制点的精度及可靠度,将直接与监测网的优化设计有关.

考虑到大坝变形监测网的特点、观测方案的实际可行性和大坝变形监测规范的要求,将大坝监测网的设计要求构成简单、直观的目标函数,利用计算机程序进行设计变量对目标函数的敏感度计算,通过人机对话及时提供给设计者,使设计者能按照实际可行性,保留敏感设计量,舍弃非敏感设计量,以降低成本费用,并同时顾及设计量对可靠性和灵敏度指标的影响,在满足各种指标要求下,获得较满意的优化设计方案.

1 大坝变形监测网的零级优化设计

零级优化设计是指监测网的基准设计,对于变形监测网一般涉及面积不大,常采用独立坐标系;又由于变形监测网的精度要求较高,若采用多个固定起算基准,一般已知数据的精度往往低于变形监测所要求的精度,特别是在重复观测过程中,起始点的位移将导致观测值后验方差估计不准(对观测值起符合作用),严重损害观测值的精度.所以,一般不采用多个已知点的经典法平差.但对于变形监测网,选择物理状态较稳定的参考点作为网的基准又十分重要.考虑到以上两种情况,我们可以采用拟稳平差,使较稳定的未知量(在坝下游距坝较远的相对稳定点坐标)拟合于它的稳定值,这样既不偏离测量结果,又有相对稳定的基准,可以较好地达到监测变形的目的.设自由网的平差模型:

$$\left. \begin{aligned} V &= AX - L \\ D(L) &= \sigma_0^2 P^{-1} \end{aligned} \right\} \tag{1}$$

依据最小二乘准则 $V^T P V = \min$ 得法方程式:

$$NX = W \tag{2}$$

其中

$$N = A^T P A \qquad W = A^T P L$$

而 $R(N) = R(A) = r$, A 为秩亏矩阵,秩亏数为 $d = n - r$.

设 A 为零空间 $N(A)$ 的一组基为 S 则有

$$AS = 0 \qquad R(S) = d \tag{3}$$

当内积空间定义为 $(X, Y) = X^T R Y$ 且 $R(R) \geq d$ 那么在 $X^T R X = \min$ 约束条件下, 得

$$S^T R X = 0 \quad (4)$$

根据式(2)和(4), 得到加权秩亏自由网的解:

$$\left. \begin{aligned} \hat{X} &= Q_R W \\ Q_{\hat{X}\hat{X}} &= Q_R - Q_R R S S^T R Q_R \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中 $Q_R = (N + R S S^T R)^{-1}$

当 R 为对角阵, 且部分为 1, 部分为 0 时, 式(5)就是拟稳平差的模型。

式中 S 可根据 $AS = 0$ 这个条件直接给出。下面给出的就是一、二、三维变形监测网并带附加参数情况下 S 阵的通式:

$$S^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -Y_1^0 & X_1^0 & 0 & -Y_2^0 & X_2^0 & 0 & \dots & -Y_n^0 & X_n^0 & 0 & P'' & P'' & \dots & P'' & 0 & \dots & 0 \\ X_1^0 & Y_1^0 & Z_1^0 & X_2^0 & Y_2^0 & Z_2^0 & \dots & X_n^0 & Y_n^0 & Z_n^0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

2 优化设计的理论分析

若式(1)为监测网的初始设计方案, 对于初始方案可作以下各种调整 (a) 增加某观测值 (b) 删除某个观测值 (c) 增、减某个观测值的观测次数, 即修正某个观测值的权。上述三种对初始方案修正后的协因数阵的增益值均可表示为

$$\Delta Q_{XX} = -Q_{XX} A_j^T (\Delta P_j^{-1} + A_j Q_{XX} A_j^T)^{-1} A_j Q_{XX} \quad (6)$$

当 $\Delta P_j = P_j$, 且 L_j 为新增的观测值, 相当于增加 L_j 的观测值; 当 $\Delta P_j = -P_j$, 相当于删除观测值 L_j 。这个结论给分析各种修正方法对目标函数的影响规律和编写计算程序带来了方便。

同时可见不论对原网增、删观测值, 或改变观测值的权, 修正后点位未知参数的协因数阵均可表示为

$$Q' = Q + \Delta Q$$

当连续进行修正时, 可用递推公式表示为

$$Q_{i+1} = Q_i + \Delta Q_i$$

对于以精度为主要目标函数的优化设计准则, 通常采用 A 标准, 即 $\text{tr}(Q_{XX}) = \min$, 但对于变形监测网人们往往只对某一部分点的精度或某一个方向的精度更感兴趣。我们一般取目标成果 $Y = fX$, 将目标成果的精度 $fQ_{XX}f^T$ 作为目标函数。各个观测值对目标函数的贡献大小是不同的, 可以通过考查各个设计变量对目标函数的增益值 $f\Delta Qf^T$ 的大小来决定其对目标函数敏感性。

2.1 敏感性分析

由式(6)可知: 当观测值 L_j 的权改变 ΔP_j 后, 精度的目标函数增量的绝对值为

$$|f\Delta Qf^T| = T_j \Delta P_j (fQ A_j^T)^2 \quad (7)$$

其中 $T_j = (1 + \Delta P_j / P_j)^{-1}$

设 ΔP_j 为观测值 L_j 的权 P_j 的微少量, 因此目标函数的增量可写成

$$|f\Delta Qf^T| = (fQ A_j^T)^2 |\Delta P_j| \quad (8)$$

当 $\Delta P_j \rightarrow 0$ 时, 由上式可知:

$$\left| \frac{\partial (fQf^T)}{\partial P_j} \right| = (fQ A_j^T)^2 \quad (9)$$

因此可见系数 $(fQ A_j^T)^2$ 表示观测值 L_j 的精度改变对目标函数的敏感性。可定义 $|fQ A_j^T|$ 为观测值 L_j 对精度目标函数的敏感度。

敏感度的变化规律: 观测值对精度目标函数的敏感性随着其权 P_j 的增大而减小, 随着其权减小而增大。在监测网的二级优化设计中, 一般的约束条件为

$$\sum_{i=1}^m P_i = C \quad (C \text{ 为常数})$$

为求精度目标函数的条件极值 组成函数：

$$\Phi = fQf^T - K(\sum_{i=1}^m P_i - C)$$

令 $\frac{\partial \Phi}{\partial P_i} = 0$, 即 $\frac{\partial \Phi}{\partial P_i} = \frac{\partial (fQf^T)}{\partial P_i} - K = fQA_i^T - K = 0$

得到 $(fQA_j^T)^2 = K \quad (j = 1, 2, \dots, m)$

由此可得到如下结论 :在监测网观测权之总和为定值的条件下 ,调整各观测值之权 ,使各观测值的敏感度 $|(fQA_j^T)|$ 同时趋近某一常数时 ,精度目标数 fQf^T 趋于极小值.

2.2 可靠性分析

为了保证监测网的设计方案具有较好的可靠性 ,在设计中必须引入可靠性准则 .这里主要讨论监测网的内部可靠性 ,其是指在一定的概率下能发现观测值 L_j 的粗差下界值：

$$\nabla L_j = \sigma_{L_j} \sigma_0 / \sqrt{r_j} \tag{10}$$

式中 σ_{L_j} —— L_j 的方差 ; σ_0 ——非中心参数 ,其是显著水平 α 和检验功效 β 的函数 , α 和 β 给定值后是一个常数 ; r_j —— L_j 的多余观测分量.

由式 (10) 可知 ,多余观测分量 r_j 愈大 ,则发现和排除粗差的能力就愈强 ,因此 r_j 代表了观测值的可靠性大小 .在设计中 ,引入可靠性准则 $r_j \geq r_0$.

优化设计时 ,增加观测值的精度将降低其可靠性 ,而降低观测值的精度将提高其可靠性 .因此 ,在设计中应尽量避免过大权观测值的出现 .

2.3 灵敏度分析

变形监测网的灵敏度一般是在给定的显著水平 α 和检验功效 β 下 ,通过统计检验所能发现的某一方向变形向量的下界值来表示的 .

在监测网的设计中 ,我们往往更关心某一点发现变形的能力 ,因此必须考虑单点灵敏度 .对于某一点 i ,各个方向可检测位移最小值为一个椭圆 ,其称为灵敏度椭圆的元素可按如下公式求得：

$$\left. \begin{aligned} E_i &= \sigma_0 \delta_0 \sqrt{\lambda_{\max}(Q_{di})} \\ F_i &= \sigma_0 \delta_0 \sqrt{\lambda_{\min}(Q_{di})} \\ \tan(2\varphi_0) &= 2Q_{12} / (Q_{11} - Q_{22}) \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

在设计中我们应要求：

$$\alpha_d = \min \quad \text{或} \quad \lambda_{\max}(Q_d) = \min$$

3 优化设计算法和实例

根据上述讨论的精度、可靠性、灵敏度准则 ,以及敏感度优化设计方法 ,编制了变形监测网优化设计的计算程序 .该程序采用直接迭代方法 ,每一次设计修正均根据设计量的敏感度进行 ,并马上计算出该方案的可靠性指标和灵敏度指标 ,验证修正方案的可行性 .

本文选取的算例是三峡大坝基点检验网(见图 1)和坝体直伸边角网(见图 2) ,其初步方案按有关文献①所给 .

3.1 基点检验网

该监测网为边角网(图 1) ,原设计方案的平差基准是以 2,3,10,11 四点作为固定起算基准 (本文认为以这四点作为拟稳点 ,采用拟稳平差更为合适 ,原因前文已述) .

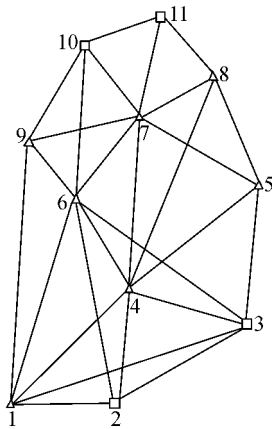


图 1 边角网
Fig.1 Triangulation

①水利部长江水利委员会.(三峡)变形监测网(讨论稿).1995.

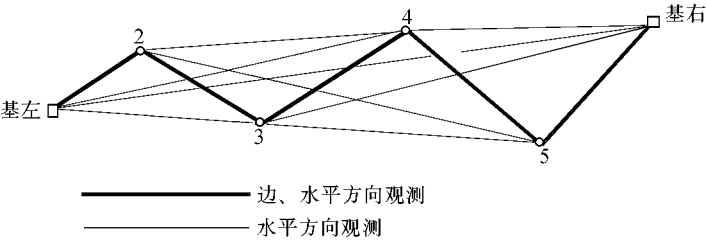


图2 直伸边角网

Fig.2 Straight triangulation

按一等三角测角,测水平方向观测精度 $MD \leq \pm 0.5''$;使用 ME—5000 测距仪测距,按其标称精度 $m_s = \pm(0.2\text{ mm} + 0.2 \times 10^{-6})$.

变形监测网的量测位移的精度要求在 2 mm 以内.在满足这个精度的前提下,我们更加关心将作为下一级网的工作基点的精度.因此,取目标函数为

$$(fQf^T) = Q_{x1} + Q_{y1} + Q_{x4} + Q_{y4} + Q_{x6} + Q_{y6} + Q_{x9} + Q_{y9}$$

对于可靠性参数,取显著水平 $\alpha = 0.01$,检验功效 $\beta = 0.8$,此时 $\delta_0 = 3.42$.对于灵敏度椭圆计算, α, β 与上述相同,此时 $\delta = 4.13$.

经敏感度分析计算,将对目标函数不敏感的 12 个方向删除,保留 42 个较敏感的方向.因边长观测值都较敏感,全部保留.考虑到边长观测的精度较水平方向的高,降低水平方向的观测精度不可取,提高水平方向的精度又很困难,而 ME—5000 的测距精度是一定的,因此在此优化方案中,没有进行二类优化,水平方向为等权观测,测距边按 $P_s = \sigma_0^2(0.2 + 0.2S_s \times 10^{-6})$ 计算.

原始方案与优化后的点位位移的灵敏度椭圆元素见表 1.从表 1 可以发现:尽管优化方案的观测水平方向的工作量减少了 22%,而监测网的精度降低的很小(点位误差椭圆的长半轴最大的增加只有 0.07 mm),达到了优化设计的目的.

表1 优化前、后点位位移灵敏度误差椭圆元素

Table 1 Sensibility error elliptic elements of point displacement before and after optimization

点名	初始方案			优化方案		
	长半轴/mm	短半轴/mm	长轴方位角/(°)	长半轴/mm	短半轴/mm	长轴方位角/(°)
1	2.68	2.00	169	2.71	2.01	169
2	2.00	1.04	4	2.01	1.04	4
3	1.90	0.99	170	1.91	0.99	171
4	2.97	1.55	80	3.05	1.56	80
5	3.00	2.02	49	3.04	2.02	49
6	2.70	1.47	86	2.78	1.48	86
7	2.13	1.51	86	2.16	1.53	85
8	2.91	1.95	8	2.93	1.95	8
9	2.53	1.92	108	2.57	1.95	109
10	1.58	0.99	157	1.58	0.99	157
11	1.98	0.98	174	1.99	0.98	174

尽管删除了 12 个水平方向,水平方向的平均多余观测分量仍高达 0.71,而边长的多余观测分量改变的很小(最大的改变为 0.01),值得一提的是:优化前、后均有三个边长的多余观测分量小于 0.2,不太理想,主要是由于短边的观测精度过高引起的.

3.2 坝顶直伸三角网

该网(见图 2)的设计方案:观测 5 条边长、26 个水平方向,观测精度与基点检验网相同.按设计方案进行了有关估算,给出了该网各点的灵敏度椭圆元素(见表 2).

该直伸边角网的设计目的是检测大坝前沿的倒垂点的稳定性,从表 2 的设计结果来看 4 号点纵向可检测位移值的下限为 4.24 mm,这样的精度对于检验倒垂点的稳定性显得偏低,这里我们还没有考虑该网的起算误差的影响,如果考虑进去,精度将还要低;此外直伸边角网设在坝顶,水平方向观测受偏折光的影响也较大,再者水平方向观测时,由于各点的距离相差很大,观测时需要调焦,也会在一定程度上影响水平方向的观测精度.因此,在坝顶直伸边角网中,水平方向的观测要达到 0.5"的精度有一定困难.总之,综上所述,该直伸边角网作为检验倒垂点稳定性的精度还嫌不够,我们认为采用图形结构较好的边角交会方法更为合适.

4 结 束 语

本文着重介绍了同时顾及精度、可靠性、灵敏度多目标的变形监测网的敏感度分析优化设计方法及其相应的人机对话式的优化设计软件系统.实践证明,本方法是可行的,具有直观灵活且较为切合实际可行性的优点.

参考文献：

[1] 兰孝奇.三维变形监测网的平差与变形分析[D][学位论文].同济大学,1987.
[2] 顾孝烈,邹伟鸿.测量控制网的敏感度分析法优化设计[J].测量学报,1992,17(3) 25 ~ 30.

Mutil-objective Optimization Design for
the Three Gorges Dam Monitoring Network

LAN Xiao-qi , YUE Dong-jie

(College of Civil Engeneering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract :According to the mornitoring network characteristics ,this paper discusses the optimization design method of the monitoring network ,with consideration given to its sensibility precision ,reliability ,and economy at the same time. An optimization design programme is developed in which man-machine dialogue is adopted. The pratical calculation for the Three Gorges dam monitoring network shows that this method is effective and feasible.

Key words :optimization design ; monitoring network ; reliability ; sensibility

表 2 点位移灵敏度椭圆元素
Table 2 Sensibility error elliptic elements
of point displacement

点名	长半轴 /mm	短半轴 /mm	长轴方位角 (°)
2	2.09	1.30	90
3	3.53	1.74	90
4	4.24	1.82	90
5	3.69	1.46	90