

水文序列周期的小波变换检测方法探讨

郑 昱, 朱元铎

(河海大学水文水资源及环境学院, 江苏南京 210098)

摘要 将小波变换引入随机水文过程的研究领域. 根据水文现象的物理成因, 通过对水文序列进行小波变换, 借以测定水文序列隐含的近似周期, 并利用 F 检验最终确定水文序列隐含的近似周期. 计算结果表明, 用小波变换确定水文序列隐含的近似周期, 准确性较高, 是一个较好的确定水文序列近似周期的方法.

关键词 小波变换; 水文序列; 周期识别

中图分类号 P33

文献标识码 A

文章编号 1000-1980(2000)01-0096-04

水文过程是一个十分复杂的过程, 目前多数水文学家认同假设水文过程中包含有两种成分: 一种是确定性成分, 如水文现象的趋势变化和周期变化; 另一种是随机成分, 表现为水文现象的随机波动. 由于地球绕太阳公转和地球的自转, 水文序列中包含有明显的确定性周期成分, 如潮水位、月降水量和径流量序列明显存在以日、月和年为基本周期的周期成分. 除此以外, 还可能存在着有更长的周期成分, 如年径流丰枯水年成组出现的多年变化现象, 主要可能是决定于受太阳活动制约的气候因素的变化和大气环流的变化. 由于太阳活动具有一定的循环周期, 因而年径流多年变化也可能存在一定的循环周期. 因此, 分析、预测水文序列的周期对构建潮水位、日、月和年降水量及径流量模型, 分析连续枯水年组出现概率等无疑具有极其重要的意义. 现行的水文近似周期检测方法有谐波分析法、谱分析法、相关分析法等等^[1]. 谐波分析法受序列长度影响较大, 而谱分析法、相关分析法受噪声影响较大, 本文试用小波变换对水文序列近似周期的识别进行了探讨.

1 小波变换及其定义^[2, 3]

小波理论源于 Fourier 分析, 是 Fourier 分析的新发展. 不论是数学领域还是其它应用领域, Fourier 分析都是极其重要的方法, 但是由于 Fourier 变换是将函数按函数系 $\{e^{i\omega t}\}_{\omega \in R}$ 展开, 为计算单个频率的频谱, 需要取无限长度时间的量. 而在实际问题中, 人们通常只知道有限时间长度的信号, 若需要获得在任何给定的频率范围内的频谱信息, 这时 Fourier 变换的方法往往不是很有效. 为解决这个问题, 进而引出了窗口 Fourier 变换, 它是一种窗口大小及形状均固定的时频局部化分析. 因为频率与周期成反比, 对于高频谱的信息, 时间间隔要相对地窄以给出比较好的精度, 而对于低频谱的信息, 时间间隔要相对地宽以给出完全的信息, 所以需要一个灵活可变的时间——频率窗, 才能更充分地汲取水文序列中的信息. 窗口 Fourier 变换并不能满足这一要求, 小波变换实质上是引进了伸缩和平移的思想, 即采用一种位置可以移动、形状可以改变的“窗口”, 从而满足了时频局部化分析的要求. 这种伸缩和平移的方法已经成功地应用在很多领域, 如信号处理、模式识别等, 并取得了较好的效果.

称满足条件 (1) 的平方可积函数 $\Psi(t)$ (即 $\Psi(t) \in L^2(R)$) 为一个基本小波或小波母函数.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{\Psi}(\omega)|^2 |\omega|^{-1} d\omega < \infty \quad (1)$$

式中 $\hat{\Psi}(t)$ 表示 $\Psi(t)$ 的 Fourier 变换. 令

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a, b \in R, a \neq 0$$

称为由母函数 $\Psi(t)$ 生成的依赖于参数 a, b 的连续小波, a 称为伸缩因子, b 称为平移因子. 设函数 $f(t) \in L^2(R)$, 定义其小波变换为

$$W_f(a, b) = \langle f, \Psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt$$

由上面小波的定义和 Fourier 变换的性质, 可见 $|a|$ 越小, 时宽越小, 频宽越大, $\Psi_{a,b}(t)$ 的频谱就越集中于高频部分, 这表明在高频处的时间分辨率高.

由式 (1) 进一步假定 $\Psi(t) \in L^1(R)$, 则 $\hat{\Psi}(\omega)$ 是连续函数, 且 $\hat{\Psi}(0) = 0$, 这等价于 $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) dt = 0$, 故 $\Psi(t)$ 一定是振荡型的函数, 这也是小波这一名称的由来.

在实际应用中, 特别是要在计算机上实现小波变换, 往往需要把上面提到的连续小波及其变换离散化, 作为一种方便的形式, 则是对变换进行二进制离散, 把经这种离散化的小波变换称之为离散二进小波变换.

2 小波变换用于检测水文序列隐含周期的方法

由于存在不确定因素引起的随机波动的干扰, 水文序列所具有的周期性成分一般很难直观地从水文序列中检测出来. 然而, 通过小波变换, 可以滤去部分随机波动的干扰, 因此就有可能测定出水文序列的周期.

设 $\theta(x)$ 是一适当光滑的函数, 且满足条件:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \theta(x) dx = 1 \qquad \lim_{|x| \rightarrow \infty} \theta(x) = 0$$

光滑函数的能量主要集中在低频段, 因此 $\theta(x)$ 也可看作一个低通滤波器的脉冲响应. 若一个光滑函数 $\theta(x)$ 为低通滤波器的脉冲响应函数, 则通过 $f(x)$ 与其卷积, 可使 $f(x)$ 的高频衰减, 而不改变其低频部分, 从而使 $f(x)$ 磨光. 对水文过程而言, 假定由不确定因素引起的随机成分是无后效的, 因此其波动周期很短, 频率很高, 而水文过程包含的确定性成分则是长周期低频率的波动.

取 $\theta(x)$ 的一阶导数作为基本小波. 记 $\theta_s(x) = \frac{1}{s} \theta\left[\frac{x}{s}\right]$. 因为 $f^* \theta_s(x)$ 可以看成是函数 $f(x)$ 用 $\theta(x)$ 按尺度 s 进行光滑化的结果. 当 s 很小时, 用 $\theta_s(x)$ 对 $f(x)$ 光滑化的结果, 对 $f(x)$ 的变动特征的位置与形态影响不大. 当 s 较大时, 则此光滑过程会将 $f(x)$ 的一些细部特征消去而只剩下大尺度的特征. 因此, 可以根据具体情况来选择适当的参数 s . 注意到小波变换 $W_s f(x)$ 是在尺度 s 下光滑后函数 $f(x)$ 的一阶导数, 因此, 与 $W_s f(x)$ 的极值点相对应的是 $f^* \theta_s(x)$ 特征点, $W_s f(x)$ 取极大值点的位置对应于 $f^* \theta_s(x)$ 特征点的位置. 如果选择小波函数为光滑函数的一阶导数, 则由小波变换的幅值极大点, 就可检测到信号 $f(x)$ 的特征点, 小波变换所具有的这一特性, 可以用来检测水文序列的周期.

3 算 例

由于年径流序列各个数据的差异, 主要是因为随机因素与大气环流等气象要素的系统条件变化以及人类活动影响等多方面原因造成的. 大气环流的周期性变化, 使得某些气象要素具有周期变化, 从而导致年径流序列可能发生周期性的特征点(峰或谷). 用小波变换可以检测出这些特征点, 那么特征点的时间间隔即为水文序列的周期. 为研究小波变换在检测水文序列周期的功能, 本文采用正弦函数叠加 Gauss 分布随机数作为原始数据(这与目前多数水文学家认同假设水文过程中包含有周期变化和随机成分是相符的), 然后进行小波变换. 选用的小波函数 $\Psi(t)$ 为

$$\Psi(t) = \frac{1}{2} [N_3(2t+2) - N_3(-2t+2)] + \frac{1}{2} [N_3(-2t+1) - N_3(2t+1)]$$

这里 $N_3(t)$ 为样条函数.

由图 1 的正弦函数序列和图 2 的 Gauss 分布随机数序列, 两者叠加所构成的序列如图 3 所示. 由图 3 很难察觉序列的周期性成分. 通过小波变换, 滤去了随机波动的干扰, 就可以直观地看出序列的周期见图 4. 根据检测的特征点, 计算两个特征点之间的距离, 可得周期大致为 60. 为了准确地确定周期和便于比较, 本文同时采用了方差分析法和相关分析法, 并通过 F 检验, 所得结果见表 1.



图 1 周期为 60 的正弦函数图形
Fig.1 The sinusoidal series with the period of 60



图 2 Gauss 分布随机数
Fig.2 The independent stochastic series with the Gauss distribution



图 3 正弦函数叠加 Gauss 分布随机数
Fig.3 The combined series of a sine-function component and an independent stochastic component

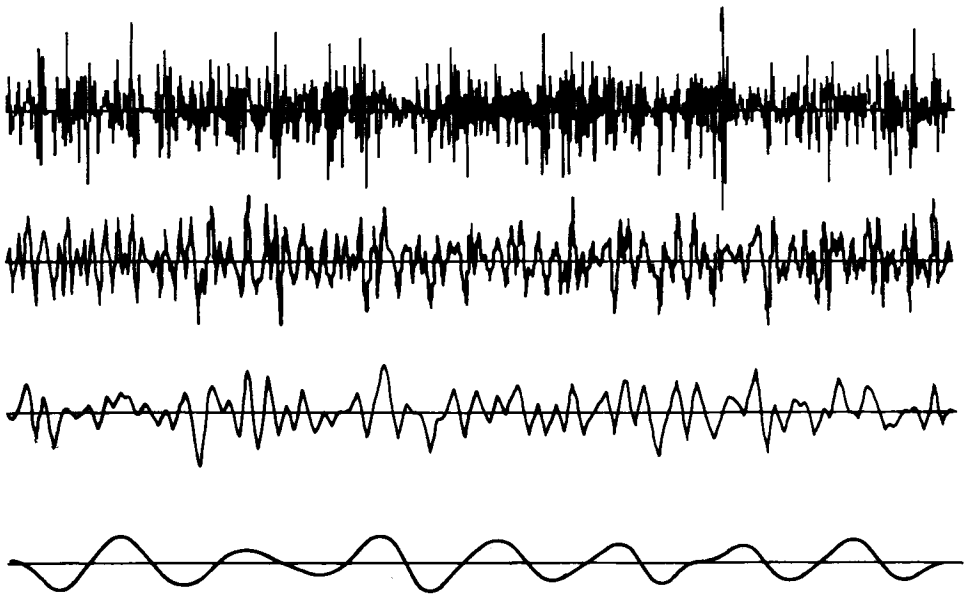


图 4 图 3 经过小波变换后的图形
Fig.4 The combined series (Fig.3) after wavelet transform

从表中可清楚地看到 ,经过方差分析 ,周期为 60 或 64 的 F 检验结果都比较显著 ,比相关分析的精度高 ,但也很难准确地确定周期.相关系数经过小波变换后 ,图形非常规则 ,通过计算特征点之间的距离 ,则可以肯定周期长度为 60. 分析结果表明 ,小波变换结合相关分析的方法是较好的方法.实际应用中 ,经过小波变换以后的序列还可以精确地重构原序列 ,这对水文序列的仿真、预报是很有意义的.

表 1 组合序列对不同周期长度的 F 检验成果
Table 1 The results of F-test for the combined series with different periods

长度	F 值	$F_{0.01}$	$F_{0.005}$	相关系数
60	1.95	1.60	1.7	0.1272
64	1.592	1.59	1.7	0.1472
120	1.586	1.51	1.59	0.0864
124	1.478	1.50	1.58	0.1296

4 结 语

a. 用小波变换研究水文序列的周期问题可适用于各种序列——平稳的或非平稳的 ,而且小波变换的精度较高.同时 ,利用小波的重构算法还可以精确地重构原序列 ,从而克服了有限序列经过 Fourier 变换后信息

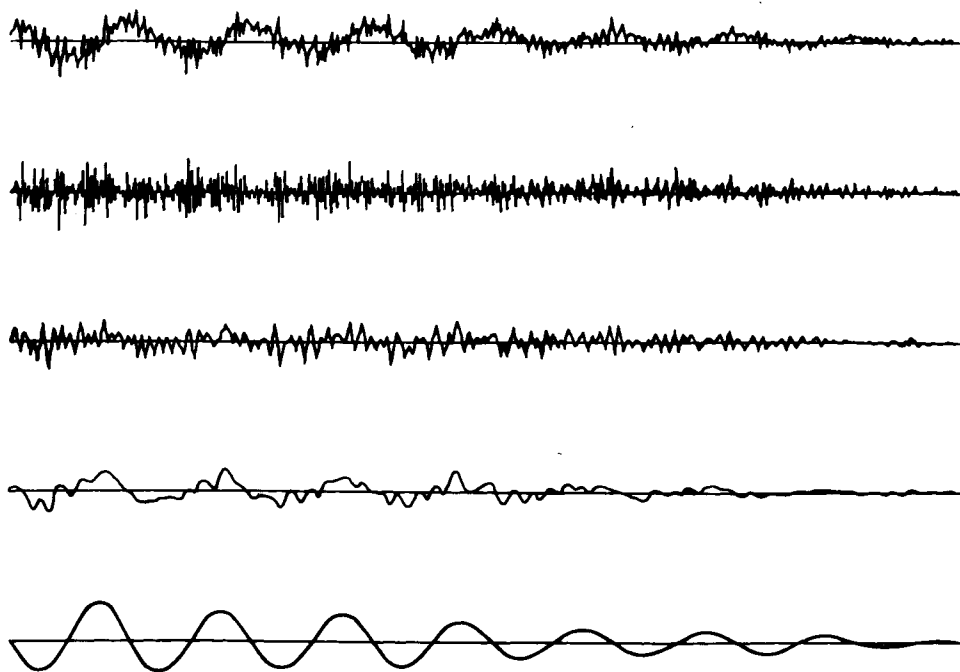


图 5 相关系数经过小波变换后的图形

Fig.5 The correlogram of the combined series after wavelet transform

丢失过多的缺点。

b. 用小波变换可以克服谐波分析法必须对全序列分析进行约束因而也避免了受序列长度影响大的缺点.小波变换计算上的复杂性要低于谱分析方法,但高于相关分析法,而且受噪声的影响不大.方差分析难以区别伪周期,小波变换结合相关分析效果则非常明显.

c. 由于水文序列的复杂性,而实测资料序列又很短,利用小波变换检测出周期,有可能再根据水文过程的物理成因基础,寻求与其他周期因子如大气环流、日地关系等建立关系,进而揭露变动的规律.

d. 小波变换在水文序列中的应用还是一个新的方法,需要不断完善和改进.从实用的角度来看,小波分析在水文时间序列分析、水文时间序列生成等方面都具有广阔的应用前景.

参考文献：

[1] Bras R L. Random functions and hydrology[M]. Massachusetts and so on : Addision-wesley Publishing Co. 1985.1 ~ 559.

[2] 崔锦泰.小波分析导论[M].程正兴 译.西安 :西安交通大学出版社 ,1995.1 ~ 203.

[3] 秦前清.实用小波分析[M].西安 :西安电子科技大学出版社 ,1995.1 ~ 311.

Application of Wavelet Transform to Hydrologic Sequence Period Detection

ZHENG Yu , ZHU Yuan-shen

(College of Water Resources , Hydrology , and Envirionment , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract :In this paper ,wavelet transform is introduced to stochastic hydrologic analysis. By use of wavelet transform ,the hidden period of hydrologic sequence is detected. The case studied shows that the method of wavelet trsnform is highly precise for detection of the period.

Key words :wavelet transform ; hydrologic sequence ; period detection