

非同步交流采样误差分析及滤波器设计

杨 鹏 , 凌代俭 , 史旺旺

(扬州大学 江苏扬州 225009)

摘要 :导出了工频电参数测量中非同步采样时电压、电流和功率的准确误差公式 ,设计了低通滤波器 ,从而降低了非同步引起的误差 . 仿真计算表明 ,上述措施计算简单 ,有效地提高了测量精度 .
关键词 :误差分析 ,交流采样 ,滤波器
中图分类号 :TN713 文献标识码 :A 文章编号 :1000-198X(2000)01-0106-03

利用交流采样测量工频电压、电流、功率的方法在微机测量中应用十分普遍 ,已经证明如果被测量的周期是采样周期的整数倍即同步采样 ,则无离散误差 . 但电力系统的频率经常变化 ,实现同步需用硬件或软件实时跟踪频率后不断改变采样周期 ,实现复杂 ,且采样电路定时器的有限字长影响 ,实现严格同步较困难 . 文献 [1] 分析了非同步引起的误差 ,但没有给出消除误差的方法 . 本文在分析了非同步时电压、电流和功率的误差 ,得出电压电流的平方或功率的误差以 2 倍信号频率交变的结论 . 为此 ,本文提出采用巴特沃斯数字低通滤波器来减小误差的方法 . 仿真表明 ,这种方法有效地提高了测试精度 .

1 误差公式

软件实现同步采样是相对的 ,存在着周期误差 . 设采样间隔为 T_s 弧度 ,一周内采样 N 个点 ,定义周期误差 $\Delta T = 2\pi - NT_s$, $\Delta T \neq 0$ 时即存在周期误差 . 下面讨论 $\Delta T \neq 0$ 时电压、电流和功率的误差 .

1.1 电压、电流误差

设被测电压信号为 $u(t) = U_m \sin(\omega t)$, $U_m/\sqrt{2}$ 为电压有效值 . 一周内以采样周期 T_s 在 N 个点采样 ,设第一个点的位置在 α 处 ,则各采样点位置为

$$\omega t_i = \alpha + iT_s \quad (i = 0, 1, \dots, N-1)$$

各点的瞬时采样值为 $u(t_i) = U_m \sin(\alpha + iT_s)$,则 N 个采样值求得有效值 U' 的平方为

$$U'^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \sin^2(\alpha + iT_s) = \frac{U_m^2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left[\frac{1 - \cos(2\alpha + 2iT_s)}{2} \right] =$$
$$\frac{U_m^2}{2} \left[1 - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \operatorname{Re}(e^{j(2\alpha + 2iT_s)}) \right] = \frac{U_m^2}{2} \left[1 - \frac{1}{N} \operatorname{Re} \sum_{i=0}^{N-1} (e^{j(2\alpha + 2iT_s)}) \right] \quad (1)$$

其中 $\operatorname{Re}(\cdot)$ 为取实部 ,上述等比级数求和并取实部得

$$U'^2 = \frac{U_m^2}{2} \left[1 + \frac{\sin(\Delta T) \cos(2\alpha + \Delta T - T_s)}{N \sin(T_s)} \right] = \frac{U_m^2}{2} (1 + c) \quad (2)$$

式中 : c ——电压有效值平方的相对误差 , $c = \frac{\sin(\Delta T) \cos(2\alpha + \Delta T - T_s)}{N \sin(T_s)}$.

同理 ,电流 $i(t) = I_m \sin(\omega t)$ 的有效值的平方 I'^2 的误差为

$$I'^2 = \frac{I_m^2}{2} \left[1 + \frac{\sin(\Delta T) \cos(2\alpha + \Delta T - T_s)}{N \sin(T_s)} \right] = \frac{I_m^2}{2} (1 + c) \quad (3)$$

因而 , c 也表示电流有效值平方的相关误差 .

1.2 功率误差

设被测信号 $u(t) = U_m \sin(\omega t)$, $i(t) = \sin(\omega t - \phi)$ (ϕ 为功率因数角), 再设电压的起始位置角为 α , 周期误差 $\Delta T = 2\pi - NT_s$, 电压、电流瞬时采样值为

$$\begin{aligned} u(t_i) &= U_m \sin(\alpha + iT_s) \\ i(t_i) &= I_m \sin(\alpha + iT_s - \phi) \end{aligned}$$

则计算功率

$$\begin{aligned} P' &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [u(t_i) i(t_i)] = \frac{U_m I_m}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\cos\phi - \cos(2\alpha + 2iT_s - \phi)}{2} = \\ &= \frac{U_m I_m}{2} \left[\cos\phi - \frac{1}{N} R \left(\sum_{i=0}^{N-1} e^{j(2\alpha + 2iT_s - \phi)} \right) \right] = \\ &= \frac{U_m I_m}{2} \cos\phi \left[1 + \frac{\sin(\Delta T) \cos(2\alpha - \phi + \Delta T - T_s)}{N \sin(T_s) \cos\phi} \right] = \\ &= \frac{U_m I_m}{2} \cos\phi (1 + c') \end{aligned} \tag{4}$$

式中 c' ——功率的相对误差, $c' = \frac{\sin(\Delta T) \cos(2\alpha - \phi + \Delta T - T_s)}{N \sin(T_s) \cos\phi}$.

2 滤波器设计

由电压、功率误差公式可以看出, 误差不仅与周期误差有关, 也与第一个采样点的位置有关, 功率误差还与功率因数有关. 当被测信号的频率和采样周期一定时, $\Delta T, T_s$ 为定值, α 与采样的时刻有关. 由式(2), (3)(4)可以看出, 随着时间的变化, c 和 c' 以测量信号的 2 倍频率交变. 由式(2)(3)(4)计算的信号为直流和 2 倍频率的交变信号, 2 倍频率的交流信号与直流信号的频率间隔大, 通过低通滤波器容易将其滤除.

本文采用常用的巴特沃斯滤波器. 巴特沃斯数字滤波器是根据模拟式巴特沃斯低通滤波器得出的, 它的性能指标的逼近函数是巴特沃斯逼近, 在通带有最大的平坦特性, 在阻带内是单调变化的. 本文采用 3 次巴特沃斯滤波器, 其传递函数

$$H(s) = \frac{\Omega_c^3}{s^3 + 2\Omega_c s^2 + 2\Omega_c^2 s + \Omega_c^3}$$

式中 Ω_c^3 ——截止频率. 本文的滤波器的截止频率为小于 2 倍信号频率. 理论和仿真表明, 截止频率越小, 滤波效果越好, 但动态响应差, 延时长. 相反, 截止频率大, 滤波效果差, 动态响应快. 实际中截止频率可按具体要求选择.

3 仿真计算

设被测电压、电流信号为

$$\begin{aligned} u(t) &= \sqrt{2} \sin(2\pi f t) \\ i(t) &= \sqrt{2} \sin(2\pi f t - \pi/6) \end{aligned}$$

为验证结果, 分别取 $f = 48 \text{ Hz}, 49 \text{ Hz}, 50 \text{ Hz}, 51 \text{ Hz}, 52 \text{ Hz}$ 计算滤波后的电压和功率值. 本文的采样频率为 1200 Hz, 经仿真表明, 截止频率选择 30 Hz 较合适, 动态响应过程约 2 个周波的时间. 在上述截止频率时, 经离散化后, 滤波方程为

$$\begin{aligned} y(n) &= 2.6862y(n-1) - 2.4197y(n-2) + \\ &+ 0.7302y(n-3) + 0.00045x(n) + \\ &+ 0.0012x(n-1) + 0.0012x(n-2) + 0.00045x(n-3) \end{aligned}$$

计算结果如表 1 所示.

表 1 滤波前后的电压和功率误差比较

Table 1 Comparison of error in voltage and power before and after wave filtration

频率 /Hz	电压理论值	滤波前的电压误差 /%	滤波后的电压误差 /%	功率理论值	滤波前的功率误差 /%	滤波后的功率误差 /%
48	1.0	2.10	0.47	0.866	4.73	0.13
49	1.0	1.04	0.40	0.866	2.30	0.057
50	1.0	0	0	0.866	0	0
51	1.0	1.02	0.38	0.866	2.26	0.04
52	1.0	2.13	0.45	0.866	4.40	0.25

4 结 论

本文在分析非同步采样引起的误差的基础上 ,提出采用巴特沃斯低通滤波器降低误差的影响 . 仿真表明 ,通过滤波的方法大幅度地减小了误差 ,且方法简单 ,在工频的变化范围内有较高的精度 . 采用本方法后 ,可减少同步的复杂过程 ,具有较高的实用价值 .

参考文献 :

[1] 刘爱和 ,王宗培 . 电机测试中瞬时采样对测试精度的影响[J]. 中小型电机 ,1989(6) 29 ~ 32.
[2] 马宏忠 ,胡虔生 . 软件实现同步采样的误差分析[J]. 电工技术学报 ,1996(2) 32 ~ 35.
[3] 万如敏 ,蔡荣芬 . 数据采集系统信号分析处理的硬件软件实现[J]. 电气自动化 ,1998(4) 55 ~ 57.

Error Analysis and Fillter Design on Asynchronous Sampling

YANG Peng , LING Dai-jian , SHI Wang-wang

(Yangzhou University , Yangzhou 225009 , China)

Abstract :The error formulas for voltage , current and power on asynchronous sampling in the test system are derived , and the filter is designed to diminish the error. Simulating result shows simplicity and efficiency of the present method.

Key words :error analysis ; sampling ; filter