

各种折旧方法静态与动态特性探讨

陈守伦，徐 青

(淮海大学水利水电工程学院，江苏南京 210098)

摘要 主要讨论目前国内外广泛应用的 4 种折旧方法，即直线折旧法(SL 法)、年数总和折旧法(SOYD 法)、双倍余额递减折旧法(DDB 法)、定率递减折旧法(FRD 法)。在分析这 4 种方法一般特性的基础上，探讨了它们在分析期内静态折旧费总额和动态折旧费总额。这为进一步研究各种折旧方法的优缺点提供了分析论证的基础，同时也为各种折旧方法动、静态特性一致性的证明提供了理论依据。

关键词 折旧 分析期 折算利率 静态 动态

中图分类号：F416.9 文献标识码：A 文章编号：1000-1980(2000)02-0040-05

在现代工业化社会中，科学技术高速发展不仅使得许多常用工业设备技术更新周期大大缩短，也使得许多重工业领域的大型基础设施的核心设备更新周期迅速加快。在水利水电行业中，大型水轮发电机组、大型闸门及其启闭设备、变电设备等也随着制造技术、设计水平的提高不断面临着更新的要求。

为了实现设备更新，必须在设备从投产起开始一直不断地提取设备更新资金——设备折旧费，使得在设备达到剩余经济寿命时有足够的资金用来更换旧设备。为了正确有效地计算设备折旧费，几十年来，工业界和学术界一直在探索合理的折旧方法，从早期各国流行的直线折旧法(SL 法)发展到后来的年数总和折旧法(SOYD 法)、定率递减折旧法(FRD 法)及双倍余额递减折旧法(DDB 法)。这些折旧方法中，除直线折旧法采用平均概念外，其余 3 种方法均采用加速折旧的概念。即：设备在投产初期，其运行效率高，带来的经济效益也高，所以提取较高的折旧费。随着设备运行年限的增加，其效率显著下降，从而导致其效益下降，因而为其提取的折旧费也应随之降低。

本文探索这几种折旧方法在考虑资金时间价值条件下，与不考虑资金时间价值条件下，静态折旧费累积额的计算方法，为进一步论证动、静态关系和进行各种折旧方法动态累积折旧额的比较提供依据。

1 折旧方法概况及使用条件

1.1 直线折旧法(SL 法)

直线折旧法是一种平均折旧方法，其计算年折旧费的公式为

d = (P0 - L) / N (1)

式中：d——每年应提取的折旧费；P0、L、N——设备的原始帐面价值、残值和使用年限。其帐面价值变化如图 1 所示。

1.2 年数总和折旧法(SOYD 法)

此法是西方国家常用的一种快速折旧方法，其计算年折旧费的公式为

dj = (N + 1 - j) / (sum j from 1 to N) * (P0 - L) (2)

式中：j——折旧年序号；其余符号意义同前。采用此法，帐面价值变化如图 2 所示。

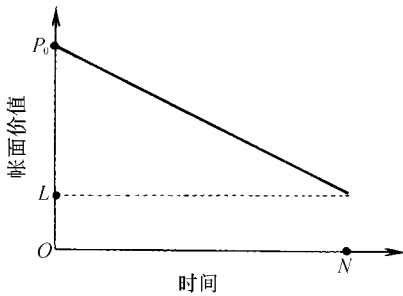


图 1 直线折旧帐面价值曲线

Fig.1 Book value curve of SL depreciation

1.3 双倍余额递减折旧法(DDB 法)^[1]

此法也是一种快速折旧法,其计算年折旧费的公式为

(3)

$$d_j = \frac{2}{N}P_0(1 - \frac{2}{N})^{j-1}$$

而第 j 年末的帐面价值计算公式为

(4)

$$P_j = P_0(1 - \frac{2}{N})^j$$

为以下讨论更具有可比性,假设采用此法折旧到使用期末时,帐面价值恰好等于其残值 L ,即有

(5)

$$P_N = P_0(1 - \frac{2}{N})^N = L$$

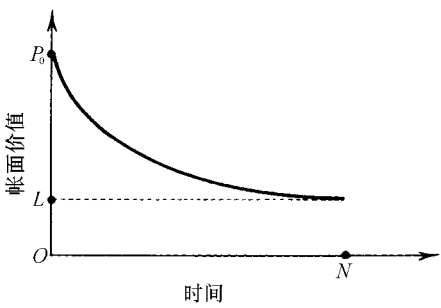


图 2 SOYD 折旧帐面价值曲线
Fig.2 Book value curve of
SOYD depreciation

1.4 定率递减折旧法(FRD 法)^[2]

此法是固定一个折旧率 f ,以此折旧率 f 乘以每年年初设备帐面价值,得到各年的年折旧费,其计算公式为

(6)

$$d_j = P_0(1 - f)^{j-1}f$$

任何一年年末的帐面价值为

(7)

$$P_j = P_0(1 - f)^j$$

若设第 N 年年末帐面价值为 L ,则应有

$$P_N = P_0(1 - f)^N = L$$

从而可解出这个固定的年折旧费率

(8)

$$f = 1 - \sqrt[N]{\frac{L}{P_0}}$$

2 各种方法年折旧费静态总值的推求

2.1 直线折旧法静态折旧费总值的推求

由式(1) 知

(9)

$$\sum_{j=1}^N d_j = \sum_{j=1}^N \frac{P_0 - L}{N} = P_0 - L$$

2.2 年数总和折旧法静态折旧费总值的推求

由式(2)知

(10)

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N d_j &= \sum_{j=1}^N \frac{N+1-j}{\sum_{j=1}^N j} (P_0 - L) = \sum_{j=1}^N \frac{N+1-j}{\frac{1}{2}N(N+1)} (P_0 - L) = \frac{2}{N(N+1)} (P_0 - L) \sum_{j=1}^N (N+1-j) = \\ &= (P_0 - L) \frac{2}{N(N+1)} [N(N+1) - \sum_{j=1}^N j] = P_0 - L \end{aligned}$$

2.3 双倍余额递减法静态折旧费总值的推求

由式(3)知

$$\sum_{j=1}^N d_j = \sum_{j=1}^N \frac{2}{N}P_0(1 - \frac{2}{N})^{j-1} = \frac{2}{N}P_0 \sum_{j=1}^N (1 - \frac{2}{N})^{j-1}$$

这是一个等比数列求和的问题. 为简化推导,直接写出结果(此处公比为 $1 - \frac{2}{N}$).

$$\sum_{j=1}^N d_j = P_0[1 - (1 - \frac{2}{N})^N] \quad \text{或} \quad \sum_{j=1}^N d_j = P_0 - P_0(1 - \frac{2}{N})^N$$

若代入上述假设条件,即式(5),则有

(11)

$$\sum_{j=1}^N d_j = P_0 - L$$

2.4 定率递减法静态折旧费总值的推求

由式(6) 可知

$$\sum_{j=1}^N d_j = \sum_{j=1}^N P_0f(1 - f)^{j-1} = P_0f \sum_{j=1}^N (1 - f)^{j-1}$$

求和符号内也是一个等比数列. 利用公比为 q ,其和为 $(1 - q^n)/(1 - q)$ 之公式,可求出

$$\sum_{j=1}^N d_j = P_0[1 - (1 - f)^N] = P_0 - P_0(1 - f)^N$$

若按假设条件,即式(8), $f = 1 - \sqrt[N]{\frac{L}{P_0}}$,代入到此式中,则有

$$\sum_{j=1}^N d_j = P_0 - L \tag{12}$$

由以上推导结果可见,这 4 种折旧方法,其静态折旧费总值是一致的,均为 $P_0 - L$,即设备的原始帐面价值(P_0)减去设备到使用期(N)结束时的残值(L)。

3 各种方法年折旧费的动态总值 PW 的推求

3.1 直线折旧法年折旧费动态总值的推求

直线折旧法年折旧费的计算公式和现金流程如下：

$$d = \frac{P_0 - L}{N}$$

所以其年折旧费现值(动态总值)为

$$PW = d(P/A, i\%, N) = \frac{P_0 - L}{N} \cdot \frac{(1 + i)^N - 1}{i(1 + i)^N} \tag{13}$$

式中 i 为动态计算的年折算利率。

3.2 年数总和和折旧法年折旧费动态总值的推求

年数总和和折旧法年折旧费计算如式(2)所示,即

$$d_j = \frac{N + 1 - j}{\sum_{j=1}^N j} (P_0 - L) = \frac{N + 1 - j}{\frac{1}{2} N(N + 1)} (P_0 - L)$$

很显然,这是一个等差数列,其公差为

$$d_{j+1} - d_j = \frac{2(P_0 - L)}{N(N + 1)} [N + 1 - (j + 1) - (N + 1 - j)] = - \frac{2(P_0 - L)}{N(N + 1)}$$

其现金流程如图 3 所示.按工程经济学中等差变额年金求现值之方法来推求其现值.为此,首先将图 3 所示现金流程等值地变换为图 4 现金流程,然后利用已有公式推求.即

$$\begin{aligned} PW &= d_1(P/A, i\%, N) - \frac{2}{N} \frac{(P_0 - L)}{(N + 1)} (P/G, i\%, N) = \\ &= \frac{2}{N + 1} (P_0 - L) \frac{(1 + i)^N - 1}{i(1 + i)^N} - \frac{2}{N} \frac{(P_0 - L)}{(N + 1)} (P/G, i\%, N) = \\ &= \frac{2(P_0 - L)}{N(N + 1)} \left[N \frac{(1 + i)^N - 1}{i(1 + i)^N} - (P/G, i\%, N) \right] \end{aligned}$$

经整理化简可得到年数总和和折旧法年折旧费动态总值为

$$PW = \frac{2(P_0 - L)}{N(N + 1)} \left[N \frac{(1 + i)^N - 1}{i(1 + i)^N} - \frac{(1 + i)^N - 1 - Ni}{i^2(1 + i)^N} \right] \tag{14}$$

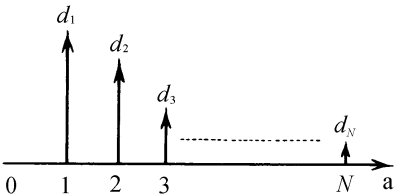


图 3 年数总和法折旧费流程
Fig.3 Cash flow of SOYD depreciation

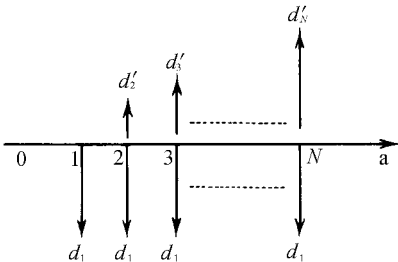


图 4 年数总和法折旧费等值流程
Fig.4 Equivalent cash flow of SOYD depreciation

3.3 双倍余额递减折旧法年折旧费动态总值的推求

双倍余额递减年折旧费计算如式(3)所示,即

$$d_j = \frac{2}{N}P_0(1 - \frac{2}{N})^{j-1}$$

若求出前后两项之比,则有

$$d_{j+1}/d_j = (1 - \frac{2}{N})$$

显然,此法的年折旧费构成一等比级数,公比为 $1 - \frac{2}{N}$. 现按等比级数现金流程求现值的方法推求双倍余额递减折旧法年折旧费动态总值. 按等比现金流程求现值需用以下公式:

$$PW = D \frac{h^N - (1 + i)^N}{(h - i - 1)(1 + i)^N} \tag{15}$$

式中: D ——现金流程第一项值; h ——公比. 而本问题中第一项为 d_1 , 即

$$D = d_1 = \frac{2}{N}P_0 \quad h = 1 - \frac{2}{N}$$

将此两项代入式(15)中,适当化简则得双倍余额递减法年折旧费之动态总值为

$$PW = \frac{2P_0}{N(1 + i)} \left[\frac{1 - [(1 - 2/N)/(1 + i)]^N}{1 - (1 - 2/N)/(1 + i)} \right] \tag{16}$$

若将式(5)或其变异

$$P_0(1 - \frac{2}{N})^N = L \quad (1 - \frac{2}{N})^N = \frac{L}{P_0} \quad (1 - \frac{2}{N}) = \sqrt[N]{\frac{L}{P_0}} \quad \frac{2}{N} = 1 - \sqrt[N]{\frac{L}{P_0}}$$

代入到式(16)中,则有

$$PW = [1 - (L/P_0)^{1/N}] \frac{P_0}{1 + i} \left[\frac{1 - (L/P_0)/(1 + i)^N}{1 - \sqrt[N]{L/P_0}/(1 + i)} \right] \tag{17}$$

式(16)或式(17)即为 DDB 法年折旧费动态总值的计算公式.

3.4 定率递减折旧法折旧费动态总值

定率递减折旧法计算年折旧费时用式(6),即

$$d_j = P_0(1 - f)^{j-1}f$$

而后一年折旧费与前一年折旧费之比为

$$d_{j+1}/d_j = P_0f(1 - f)^j/[P_0f(1 - f)^{j-1}] = 1 - f$$

所以,折旧费又是一个等比变额年金序列,其计算仍可用等比变额年金求现值之公式(15). 此处,其第一项值和公比分别为

$$D = d_1 = P_0f \quad h = 1 - f$$

将这两个表达式代入式(15)中,则有

$$PW = P_0f \frac{1}{(1 + i)^N} \left[\frac{(1 + i)^N - (1 - f)^N}{(1 + i) - (1 - f)} \right] \tag{18}$$

稍加整理,则有

$$PW = P_0f \frac{1}{1 + i} \left[\frac{1 - [(1 - f)/(1 + i)]^N}{1 - (1 - f)/(1 + i)} \right] \tag{19}$$

若按 1.4 中定率递减折旧法的固定折旧率 f 的定义,即式(8),且以此 f 代入式(18)或式(19)中,则有

$$PW = P_0[1 - (L/P_0)^{1/N}] \frac{1}{1 + i} \left[\frac{1 - (L/P_0)/(1 + i)^N}{1 - (L/P_0)^{1/N}/(1 + i)} \right] \tag{20}$$

显然,式(20)和式(17)完全一致,式(19)和式(16)形式完全一样. 只要令式(16)中的 $\frac{2}{N} = f$, 则式(16)就变成式(19)了. 事实上,在我们利用双倍余额递减法中的假设条件(式(5)),以及定率递减法中的固定折旧率定义条件(式(8))时,

$$P_0\left(1 - \frac{2}{N}\right)^N = L \quad f = 1 - \sqrt[N]{\frac{L}{P_0}}$$

可见

$$f = \frac{2}{N} = 1 - \sqrt[N]{\frac{L}{P_0}}$$

所以,只要运用了上述两个条件,双倍余额递减法和定率递减法就成为同一种方法了,因而其年折旧费动态总值也必然完全相同.

4 结 语

4.1 双倍余额递减法的应用条件

应用双倍余额递减法,折旧结果会出现 3 种情况,即折旧到使用期结束时,设备帐面价值有可能高于、等于、低于设备残值 L . 图 5 中曲线(a)代表折旧结束时帐面价值高于残值的情况,曲线(b)代表折旧结束时帐面价值低于残值的情况,曲线(c)代表折旧结束时帐面价值恰好等于残值的情况. 本文仅讨论了曲线(c)所示的情况,其余两种情况将另文讨论.

4.2 定率递减折旧法与 DDB 折旧法的比较

DDB 折旧法在折旧结束时出现图 5 曲线(c)所代表的情况时才有

$$f = \frac{2}{N} = 1 - \sqrt[N]{\frac{L}{P_0}}$$

这种情况发生时即表示两种折旧方法完全等价. 在 DDB 法中出现其它两种结果时,这两种方法并无联系. 也可以说,定率递减折旧法是 DDB 折旧法的一种特例.

4.3 讨论静态与动态折旧费总值的意义

讨论折旧方法静态与动态折旧费总值的意义是: 为比较各种方法本身动态与静态的差异准备条件,对各种方法进行比较更能清楚地了解它们的动态特性,为设备选择有利的折旧方法提供理论依据. 由于本文篇幅所限,将另文专门研究上述两个问题.

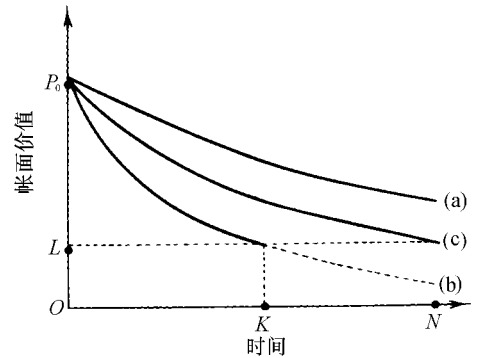


图 5 DDB 法折旧可能出现的结果

Fig.5 Possible results of DDB depreciation

参考文献:

- [1] 唐纳德 G 纽南原著. 工程经济分析[M]. 张德旺译. 北京: 水利电力出版社, 1986. 135 ~ 139.
- [2] American Telephone and Telegraph Co. Engineering Economy[M]. 3rd ed. New York: Mc Graw-Hill, 1977. 229 ~ 256.

Research on Static and Dynamic Characteristics of Various Depreciation Methods

CHEN Shou-lun, XU Qin

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract : Four depreciation methods, which are widely used at home and abroad, are discussed in detail. They are straightline depreciation (SL), sum-of-years digits depreciation, (SOYD), fixed rate depreciation (FRD) and double declining balance depreciation (DDB). Based on the analysis of common characteristics of the four methods, the sum of depreciation charges during analysis period, both static and dynamic, is derived. This study helps to establish a new approach to judge advantages and disadvantages of various depreciation methods. The above-mentioned results make it convenient to prove the uniformity of four depreciation methods between static and dynamic analyses.

Key words : depreciation ; analysis period ; discount interest rate ; static ; dynamic