

岩体多层结构模型及其应用

庞作会¹, 朱岳明¹, 张贵寿²

(1. 河海大学水利水电工程学院, 江苏南京 210098; 2. 绍兴文理学院, 浙江绍兴 312000)

摘要 介绍岩体多层结构模型(Multilaminate Framework), 推导其中的弹塑性公式, 并给出算例。算例表明, 多层结构模型使得有限元网格的划分不受节理的限制, 在岩体工程中有一定的应用前景。

关键词 完整岩块; 节理; 岩体; 多层结构模型

中图分类号: TU452 文献标识码: A 文章编号: 1000-1980(2000)02-0045-05

多层结构模型是由 Pande 等^[1]于 70 年代提出的, 用来模拟节理岩体的力学行为。该模型基于以下几个假设 (a) 岩体中节理成组分布, 组内节理平行、不间断、无充填物; (b) 节理互不影响; (c) 与整个岩体相比, 节理的体积很小。该模型实际上是一种等效模型, 认为在一定的应力作用下, 岩体的变形由完整岩块的变形和节理的变形共同组成。按以上假设, 可推导出反映岩体等效应变与应力关系的弹性矩阵。当然, 当完整岩块或节理(部分节理或全部节理)屈服时, 上面的弹性矩阵就变成弹塑性矩阵。即该模型可以模拟岩体的弹塑性行为。弹性矩阵的推导及其具体表达式多见诸有关论著。对于弹塑性矩阵, 这些论著只给出大致的推导过程。

本文介绍了多层结构模型的弹性公式, 推导了该模型的弹塑性公式, 并给出了算例。

1 多层结构模型的弹性公式

1.1 一条节理在局部坐标系下的柔度矩阵

建立如图 1 所示的局部坐标系 $O'x'y'z'$, z' 垂直于节理面, x' 和 y' 位于节理面内。节理面应力在 x' 、 y' 和 z' 方向的分量分别为 $\tau_{x'z'}$ 、 $\tau_{y'z'}$ 和 $\sigma_{z'}$ 。节理面上块与下块的相对位移在 x' 、 y' 和 z' 方向的分量分别为 u' 、 v' 和 w' 。定义该条节理的柔度矩阵为 S' , 则

$$S' = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}$$

节理面应力与位移的关系用柔度矩阵可表示为

$$\begin{bmatrix} w' \\ v' \\ u' \end{bmatrix} = S' \begin{bmatrix} \sigma_{z'} \\ \tau_{y'z'} \\ \tau_{x'z'} \end{bmatrix}$$

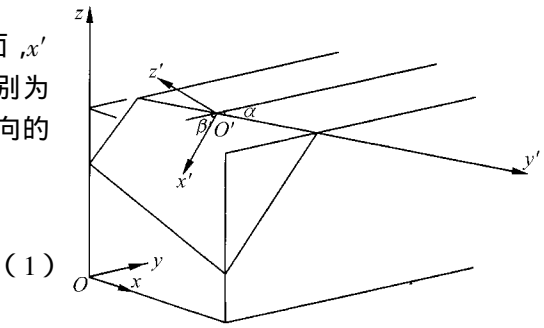


图 1 局部坐标系与整体坐标系

Fig.1 Local coordinate system and global coordinate system

(2)

一般由试验直接测得节理面的刚度系数, 然后将刚度系数转换为柔度系数^[1], 即柔度矩阵 S' 中的各元素。刚度系数的具体测试方法可参见文[2]。实际应用中, 常将 S' 简化, 认为 S' 中非对角线元素为零, 并认为 $S_{22} = S_{33}$ 。

1.2 局部坐标系与整体坐标系下柔度矩阵的转换关系

上述柔度矩阵 S' 对应于局部坐标系 $O'x'y'z'$, S' 可转换为整体坐标系下的柔度矩阵。

令整体坐标系为 $Oxyz$, 该坐标系下的应力记为 σ , 应变记为 ϵ 。上述局部坐标系下的应力记为 σ' , 应变记为 ϵ' 。 x' 轴与 x 、 y 、 z 轴的方向余弦分别记为 l_1 、 m_1 、 n_1 。 y' 轴与 x 、 y 、 z 轴的方向余弦分别记为 l_2 、 m_2 、 n_2 。 z'

轴与 x, y, z 轴的方向余弦分别记为 l_3, m_3, n_3 .

σ' 可由 σ 转换得到, 即

$$\sigma' = T_{\sigma} \sigma \quad (3)$$

$$T_{\sigma} = \begin{bmatrix} l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2l_3m_3 & 2m_3n_3 & 2l_3n_3 \\ l_2l_3 & m_2m_3 & n_2n_3 & l_2m_3 + l_3m_2 & m_2n_3 + m_3n_2 & l_2n_3 + l_3n_2 \\ l_1l_3 & m_1m_3 & n_1n_3 & l_1m_3 + l_3m_1 & m_1n_3 + m_3n_1 & l_1n_3 + l_3n_1 \end{bmatrix}$$

用柔度矩阵表示的应力-应变关系, 在局部坐标系与整体坐标系下分别为

$$\varepsilon' = S' \sigma' \quad (4)$$

$$\varepsilon = S \sigma \quad (5)$$

式中 S 为整体坐标系下的柔度矩阵.

由于功的大小不随坐标系而改变, 有

$$(\sigma')^T \varepsilon' = \sigma^T \varepsilon \quad (6)$$

将式(4)(5)代入式(6), 得到整体坐标系下的柔度矩阵

$$S = T_{\sigma}^T S' T_{\sigma} \quad (7)$$

1.3 一组节理及多组节理的柔度矩阵

若一组节理中节理的频率为 f (单位长度内节理个数), 则这组节理的柔度矩阵在局部坐标系下为

$$S'_g = f S' \quad (8)$$

转换到整体坐标系下为

$$S_g = f T_{\sigma}^T S' T_{\sigma} \quad (9)$$

若岩体中有 n 组节理, 则这 n 组节理的柔度矩阵在整体坐标系下为

$$S_J = \sum_{i=1}^n S_g = \sum_{i=1}^n f_i [T_{\sigma}^T S' T_{\sigma}]_i \quad (10)$$

单位体积内, 由这 n 组节理产生的平均应变为

$$\varepsilon_J = S_J \sigma \quad (11)$$

1.4 多层结构模型弹性本构关系

令完整岩块的弹性矩阵为 D_I , 则完整岩块在应力 σ 作用下的应变为

$$\varepsilon_I = D_I^{-1} \sigma \quad (12)$$

对岩体来说, 应力 σ 作用下的总应变为

$$\varepsilon = \varepsilon_I + \varepsilon_J \quad (13)$$

由式(11)和式(12), 总应变与应力的关系为

$$\varepsilon = [D_I^{-1} + S_J] \sigma \quad (14)$$

若记 D_{RM} 为岩体的等效弹性矩阵, 则

$$D_{RM} = [D_I^{-1} + S_J]^{-1} \quad (15)$$

2 多层结构模型的弹塑性公式

2.1 节理的塑性应变增量

假定节理按 Mohr-Coulomb 准则屈服, 按关联法则流动, 无硬化现象. 公式中以正应力代表拉应力. 节理的屈服函数可写成

$$F = |\sigma_s| + \sigma_n \tan \phi - c = 0 \quad (16)$$

式中: σ_n, σ_s ——节理的法向和切向应力; c ——节理面上的粘结力; ϕ ——节理面上的内摩擦角.

记节理面上的塑性应变增量在局部坐标系下为

$$d\varepsilon_j^P = \begin{bmatrix} d\varepsilon_n^P \\ d\varepsilon_s^P \end{bmatrix}_j \quad (17)$$

根据流动法则 $d\boldsymbol{\varepsilon}_j^p$ 可表示为

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_j^p = d\lambda_j \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}_j} \quad (18)$$

式中 $d\lambda_j$ 是与第 j 组节理有关的常数。

将 $d\boldsymbol{\varepsilon}_j^p$ 转换到整体坐标系下,得到

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_j^p = d\lambda_j \boldsymbol{T}_j \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}_j} \quad (19)$$

$$\boldsymbol{T}_j = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_j} \right]_j = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_n}{\partial \sigma_x} & \frac{\partial \sigma_n}{\partial \sigma_y} & \frac{\partial \sigma_n}{\partial \sigma_z} & \frac{\partial \sigma_n}{\partial \tau_{xy}} & \frac{\partial \sigma_n}{\partial \tau_{yz}} & \frac{\partial \sigma_n}{\partial \tau_{xz}} \\ \frac{\partial \sigma_s}{\partial \sigma_x} & \frac{\partial \sigma_s}{\partial \sigma_y} & \frac{\partial \sigma_s}{\partial \sigma_z} & \frac{\partial \sigma_s}{\partial \tau_{xy}} & \frac{\partial \sigma_s}{\partial \tau_{yz}} & \frac{\partial \sigma_s}{\partial \tau_{xz}} \end{bmatrix}^T$$

2.2 岩体的弹塑性本构关系

假定岩体塑性屈服以后按关联法则流动,无硬化现象。

为方便起见,假定岩体中有 3 组节理。实际上,在多层结构模型中,节理组数不限。

记岩体的应力增量为 $d\boldsymbol{\sigma}$,总的应变增量为 $d\boldsymbol{\varepsilon}$,其中岩块的塑性应变增量为 $d\boldsymbol{\varepsilon}_I^p$,第 1 组、第 2 组、第 3 组节理的塑性应变增量分别为 $d\boldsymbol{\varepsilon}_1^p$, $d\boldsymbol{\varepsilon}_2^p$, $d\boldsymbol{\varepsilon}_3^p$,则岩体增量型弹性本构关系可写成

$$d\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D}_{RM} (d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}_I^p - d\boldsymbol{\varepsilon}_1^p - d\boldsymbol{\varepsilon}_2^p - d\boldsymbol{\varepsilon}_3^p) \quad (20)$$

根据流动法则,可得到岩块和节理的塑性应变增量(参见 2.1)为

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_I^p = d\lambda_I \frac{\partial F_I}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad d\boldsymbol{\varepsilon}_1^p = d\lambda_1 \boldsymbol{T}_1 \frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{\sigma}_1} \quad d\boldsymbol{\varepsilon}_2^p = d\lambda_2 \boldsymbol{T}_2 \frac{\partial F_2}{\partial \boldsymbol{\sigma}_2} \quad d\boldsymbol{\varepsilon}_3^p = d\lambda_3 \boldsymbol{T}_3 \frac{\partial F_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}_3} \quad (21)$$

式中: F_I, F_1, F_2, F_3 ——岩块、第 1 组、第 2 组及第 3 组节理的屈服函数; $d\lambda_I$ ——与岩块有关的常数。

将式(21)代入式(20),得

$$d\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D}_{RM} \left[d\boldsymbol{\varepsilon} - d\lambda_I \frac{\partial F_I}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - d\lambda_1 \boldsymbol{T}_1 \frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{\sigma}_1} - d\lambda_2 \boldsymbol{T}_2 \frac{\partial F_2}{\partial \boldsymbol{\sigma}_2} - d\lambda_3 \boldsymbol{T}_3 \frac{\partial F_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}_3} \right] \quad (22)$$

由一致性条件,可写出

$$dF_I = \left[\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right] d\boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (23a)$$

$$dF_1 = \left[\frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{\sigma}_1} \right] d\boldsymbol{\sigma}_1 = 0 \quad (23b)$$

$$dF_2 = \left[\frac{\partial F_2}{\partial \boldsymbol{\sigma}_2} \right] d\boldsymbol{\sigma}_2 = 0 \quad (23c)$$

$$dF_3 = \left[\frac{\partial F_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}_3} \right] d\boldsymbol{\sigma}_3 = 0 \quad (23d)$$

借助 2.1 中的转换矩阵 $\boldsymbol{T}_j$,将式(23b)~(23d)写成

$$\left[\frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{\sigma}_1} \right] \boldsymbol{T}_1^T d\boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (23e)$$

$$\left[\frac{\partial F_2}{\partial \boldsymbol{\sigma}_2} \right] \boldsymbol{T}_2^T d\boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (23f)$$

$$\left[\frac{\partial F_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}_3} \right] \boldsymbol{T}_3^T d\boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (23g)$$

将式(22)代入式(23a)~(23e)~(23f)~(23g)中,得到 4 个方程。联合求解这 4 个方程,可得到 $d\lambda_I, d\lambda_1, d\lambda_2, d\lambda_3$ 与 $d\boldsymbol{\varepsilon}$ 的关系。这里不赘述,只给出其表达式

$$d\lambda_I = \boldsymbol{f}'_I d\boldsymbol{\varepsilon} \quad d\lambda_1 = \boldsymbol{f}'_1 d\boldsymbol{\varepsilon} \quad d\lambda_2 = \boldsymbol{f}'_2 d\boldsymbol{\varepsilon} \quad d\lambda_3 = \boldsymbol{f}'_3 d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (24)$$

式中 $\boldsymbol{f}'_I, \boldsymbol{f}'_1, \boldsymbol{f}'_2, \boldsymbol{f}'_3$ 都是 1×6 矩阵。

将式(24)代入式(22)中,得

$$d\sigma = D_{RM} [I - \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} f_1 - T_1 \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_1} f_1 -$$

$$T_2 \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_2} f_2 - T_3 \frac{\partial F_3}{\partial \sigma_3} f_3] d\varepsilon$$

则岩体的弹塑性矩阵为

$$D_{RM}^p = D_{RM} [I - \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} f_1 - T_1 \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_1} f_1 -$$

$$T_2 \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_2} f_2 - T_3 \frac{\partial F_3}{\partial \sigma_3} f_3] d\varepsilon$$

式中 I 为 6×6 单位矩阵.

3 算 例

算例为用多层结构模型计算巷道周边岩体内的应力.巷道的断面、计算范围、边界条件及坐标系如图 2 所示.岩体内共有两组节理(图 2),其走向均平行于巷道轴线.计算中采用的岩块及节理的参数见表 1 和表 2.考虑到巷道的几何与物理性质沿巷道轴线无变化,沿巷道轴线方向取单位长度计算.共划分 800 个六面体等参单元,1760 个节点.图 3 为有限元网格图.

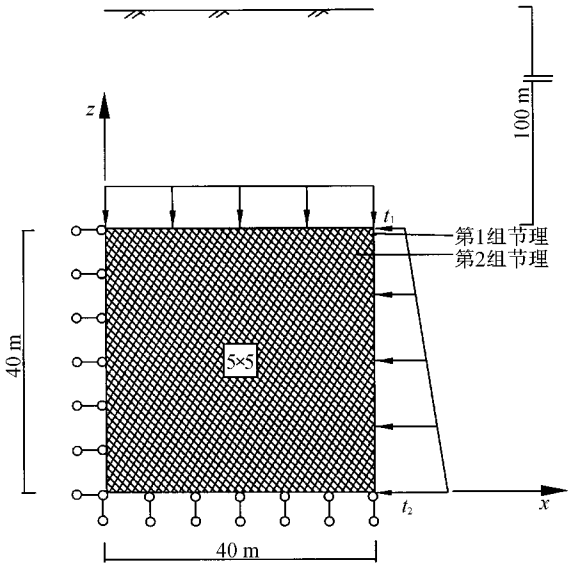


图 2 地下巷道

Fig.2 The underground tunnel , the domain considered and boundary conditions

表 1 岩块参数

Table 1 Parameters for intact rock

弹模 /GPa	泊松比	容重 ($\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$)	侧压 系数	粘结力 /MPa	内摩擦角 ($^\circ$)
26	0.27	27	0.4	2.4	50

表 2 节理参数

Table 2 Parameters for joints

组次	倾角 ($^\circ$)	法向刚度 ($\text{GPa}\cdot\text{m}^{-1}$)	切向刚度 ($\text{GPa}\cdot\text{m}^{-1}$)	粘结力 /MPa	内摩擦角 ($^\circ$)	节理间距 /m
第 1 组	45	3.0	1.0	1.0	30	0.8
第 2 组	60	3.0	1.0	1.0	30	1.0

若不考虑岩体中的节理,并按弹性计算,则巷道周边应力 σ_z 如图 4 所示.若考虑岩体中的节理,并按弹性计算,则巷道周边应力 σ_z 如图 5 所示.为突出重点,图 4 和图 5 所显示的不是整个计算域的等值线,是 $8\text{ m} \times 8\text{ m}$ 范围内的等值线.比较图 4 和图 5 可看出,两者反映的趋势是一致的,即巷道周边的应力大,巷道拐角处有应力集中现象.图 4 中巷道左右两侧的应力具有一定的对称性,而图 5 则不然.这是因为节理导致了各向异性.

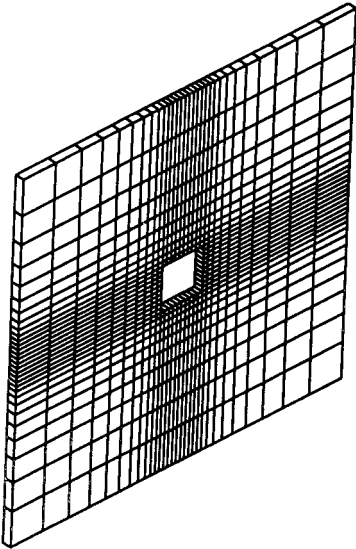


图 3 有限元网格

Fig.3 FEM mesh

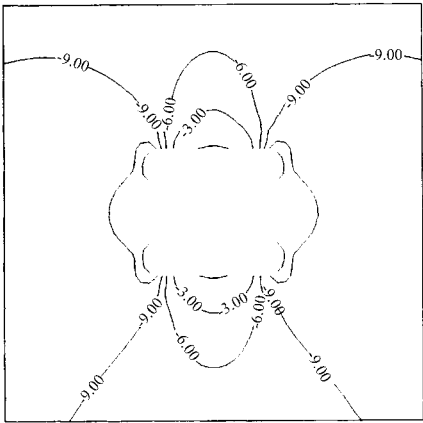


图 4 不考虑节理时开挖后的弹性应力 σ_z (单位为 MPa,负号代表压应力)

Fig.4 Elastic stress after excavation with rockmass considered as intact rock(unit : MPa)

若考虑岩体中的节理 ,并按弹塑性计算(认为岩块按 Mohr-Coulomb 准则屈服)则巷道周边应力与图 5 类似 ,但巷道两侧部分单元屈服(单元内的节理屈服 ,岩块没有屈服)见图 6.

从以上现象可看出 ,由多层结构模型计算的巷道周边应力与实际情况是一致的.

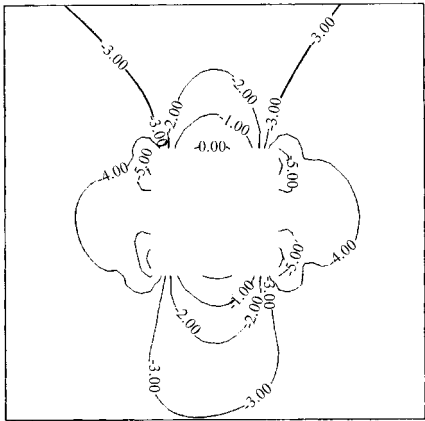


图 5 考虑节理时开挖后的弹性
应力 σ_x (单位为 MPa ,负号代表压应力)

Fig.5 Elastic stress after excavation(unit : MPa)

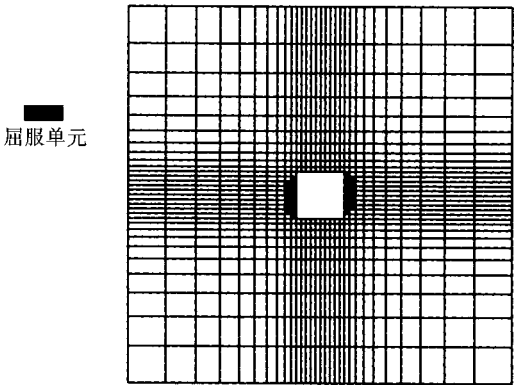


图 6 屈服区
Fig.6 The yielded areas

4 结 论

用多层结构模型分析岩体的力学行为 ,不仅同时考虑了完整岩块的力学特性、节理几何和力学特性 ,而且单元的划分不受节理的限制.应用该模型时 ,要求节理组中节理的间距与待分析的结构的关键尺寸相比非常小.算例表明 ,该模型是可行的.

参考文献 :

[1] Pande G N ,Beer G ,Williams J R.Numerical methods in rock mechanics[M]. England : John Wiley & Sons Ltd , 1990. 117 ~ 146.
[2] Bandis S C ,Lumsden A C ,Barton N R.Fundamentals of rock joint deformation[J]. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr ,1983 ,20 (6) : 249 ~ 268.

Multilaminate Framework and Its Application

PANG Zuo-hui¹ , ZHU Yue-ming¹ , ZHANG Gui-shou²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210024 , China ;
2. Shaoxing College of Arts and Sciences , Shaoxing 312000 , China)

Abstract :In this paper ,the multilaminate framework is introduced ,some formulae related to elasto-plasticity are derived and an example is given.The example demonstrates that the generation of FEM mesh is not affected by joints in the rock mass when the multilaminate framework is employed to analyze the behavior of rock mass ,and that the multilaminate framework is promising in numerical analysis of geotechniques.

Key words :intact rock ;joint ;rockmass ;multilaminate framework