

灰关联模型 $GM(1, N)$ 及其在安全监测中的应用

岳东杰, 雷伟刚, 华锡生

(河海大学土木工程学院, 江苏南京 210098)

摘要 水工建筑物安全监测中, 异常值产生的主行为较复杂且不易判定。从灰关联理论出发, 根据实际的观测资料, 采用 $GM(1, N)$ 模型, 结合较多相关信息, 研究了对异常值进行有效判别和分析的处理方法。研究结果表明, 灰关联模型 $GM(1, N)$ 可用于安全监测, 而且可以有效发现变形, 对分析变形的原因, 具有一定的实际参考价值。

关键词 异常值; 灰色理论; 安全监测; 灰关联模型

中图分类号 :TV698 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2000)03-0034-05

水工建筑物安全监测中, 对异常信息的准确判据是极为重要的。而异常信息的产生, 主要有两种原因, 其一是监测仪器不正常或监测作业粗率而导致; 其二是被监测部位的工作性态发生变化或结构受到破坏而产生。对于前一种原因, 可以采取重测、测值修正或更换仪器, 甚至报废该测点处理。而对于后一种则应及时查明情况, 会请专家评判, 采取应急措施。

准确判据异常信息产生的原因是一件十分复杂的工作。以混凝土大坝位移来讲, 它受到水位变化、温度变化、坝基的工作特性及坝体材料的变化等各种因素的综合影响。若大坝某部分的位移出现异常信息, 产生这个主行为可能是观测值的粗差、监测仪器的不可靠、坝体结构变异或坝基工作特性的变化所致, 还可能是其它相关的未知因素作用的结果。因此, 在对异常值的分析中, 可以归纳入一种信息不完全清楚的系统分析范畴(灰色系统)。这种系统是指系统因素不完全明确, 因素间的关系不完全清楚, 系统结构不完全知道, 系统作用的原理不完全明了。用通常的方法实施这种系统的分析, 将难获得有效的结果。灰色系统理论提供了分析和解决该系统问题的途径。它把一切随机过程都看作是在一定范围内变化的与时间有关的灰色过程。对灰色量不是从统计规律的大样本量研究的角度去寻找, 而是用数据生成的方法将表象呈杂乱无章的原始数据整理成规律性强的生成数据列再进行研究, 因此不受数据量大小及数据分布的限制。这对于水工建筑物监测初期或长期运行后进行加固、修复处理后的安全监测工作, 由于资料序列短、数据量少, 所以回归模型不太可靠, 而灰色系统分析有良好的应用效果。此外, 在观测值异常数据的判据和分析中, 更有实用价值。

1 灰关联度分析

1.1 灰关联因子集^[1]

在灰色系统理论中, 确定表征系统特征的数据列, 并对数据列进行处理, 称为构造灰关联因子集, 它是灰关联分析的基础。

设原始数据序列

$$X^{(0)} = \{ X^{(0)}(k) \mid k = 1, 2, \dots, n \} \tag{1}$$

其初值转化公式

$$X'(k) = \frac{X(k)}{X(1)} \tag{2}$$

收稿日期 :1998-10-09
作者简介 :岳东杰(1966 —), 女, 山东梁山人, 博士研究生, 工程测量专业, 主要从事大地测量、大坝安全监测等方面的研究。

其平均值转化公式

$$\overline{X}(k) = \frac{X(k)}{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X(k)} \tag{3}$$

原始数据序列的一次累加生成序列(1-AGO)为

$$X^{(1)} = \{X^{(1)}(k) | k = 1, 2, \dots, n\} \tag{4}$$

其中

$$X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k X^{(0)}(i) \tag{5}$$

1.2 灰关联度计算

设原始数据序列中, X_0 和 X_i 分别为参考序列和比较序列,即

$$X_0 = \{X^{(0)}(k) | k = 1, 2, \dots, n\} \tag{6}$$

$$X_i = \{X^{(i)}(k) | k = 1, 2, \dots, n\} (i = 1, 2, \dots, m) \tag{7}$$

则斜率关联度法计算公式为

$$r_{ij} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{1 + \left| \frac{\Delta X_j(k)}{\sigma_{x_j}} - \frac{\Delta X_i(k)}{\sigma_{x_i}} \right|} \tag{8}$$

$$\sigma_{x_j} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_j(k) - \overline{X}_j)^2} \qquad \overline{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_j(k)$$

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_i(k) - \overline{X}_i)^2} \qquad \overline{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_i(k)$$

通过灰关联度的计算,可实现有效因子的确定.在关联度分析中,按不同公式求得各因子间关联度的数值大小会发生变化,但关联序列(按关联度大小排列的次序)通常是不会发生变化的.因此,关联序列才是关联分析的实质.

2 灰关联模型 GM(1,N)

灰色系统分析中,由 GM(1,N)模型构成的系统状态方程,提供了系统主行为与其它行为因子间不确定性关联表达式.

令 $X_1^{(0)}$ 为系统主行为因子, $X_i^{(1)}$ 是行为因子,对于有 n 序列数据长度,则

$$X_1^{(0)} = (X_1^{(0)}(1), X_1^{(0)}(2), \dots, X_1^{(0)}(n)) \tag{9}$$

$$X_i^{(0)} = (X_i^{(0)}(1), X_i^{(0)}(2), \dots, X_i^{(0)}(n)) \qquad (i = 2, 3, \dots, m) \tag{10}$$

一阶累加生成序列(1-AGO)为

$$X_i^{(1)} = \{X_i^{(1)}(k) | k = 1, 2, \dots, n\} \tag{11}$$

则 GM(1,N)白化形式微分方程如下:

$$\frac{dX_1^{(1)}}{dt} + aX_1^{(1)} = b_1X_2^{(1)} + b_2X_3^{(1)} + \dots + b_{m-1}X_m^{(1)} \tag{12}$$

取 $X_i^{(1)}$ 为背景值,将式(12)离散化得

$$\begin{bmatrix} X_1^{(0)}(2) \\ X_1^{(0)}(3) \\ \vdots \\ X_1^{(0)}(n) \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} -z_1^{(0)}(2) \\ -z_1^{(0)}(3) \\ \vdots \\ -z_1^{(1)}(n) \end{bmatrix} + b_1 X \begin{bmatrix} X_2^{(1)}(2) \\ X_2^{(1)}(3) \\ \vdots \\ X_2^{(1)}(n) \end{bmatrix} + b_{m-1} X \begin{bmatrix} X_m^{(1)}(2) \\ X_m^{(1)}(3) \\ \vdots \\ X_m^{(1)}(n) \end{bmatrix}$$

(13)

式中 $z_1^{(1)}(k) = \frac{1}{2} \times [X_1^{(1)}(k) + X_1^{(1)}(k-1)]$, $k = 2, 3, \dots, n$

(14)

式(13)可表达为

$$\bar{y} = B \times A \quad \hat{A} = (B^T \times B)^{-1} \times B^T \times y^T = [a, b_1, b_2, \dots, b_{m-1}]^T$$

将求得的 $\hat{A}$ 代入微分方程式(12),可解得响应函数

$$\hat{X}'(k+1) = \left[X_1^{(1)}(1) - \frac{b_1}{a} \times X_2^{(1)}(k+1) - \dots - \frac{b_{m-1}}{a} \times X_m^{(1)}(k+1) \right] X e^{-ak} + \frac{b_1}{a} \times X_2^{(1)}(k+1) + \frac{b_2}{a} \times X_3^{(1)}(k+1) + \dots + \frac{b_{m-1}}{a} \times X_m^{(1)}(k+1)$$

(15)

其还原值 $\hat{X}_1^{(0)}(k+1) = \hat{X}_1^{(1)}(k+1) - \hat{X}_1^{(1)}(k)$

此式表示主行为 $k+1$ 时刻的预报值,可由行为因子 $k+1$ 时刻的一次累计生成和 $\hat{A}$ 计算出.

3 安全监测中的应用

葛洲坝船闸,左下闸首同一块体上,布设有编号为 c_1, c_2, c_3, c_4 的 4 个水准点,以 II 等水准精度进行沉降变形的长期观测,取 1985 年 6 月到 1990 年底监测资料建立回归模型如表 1. 以此模型对 1991 年 1 月到 1992 年 4 月的沉降测值进行预报,各点均有极少量的异常值出现,为进一步判据这些异常值产生的原因及其相互关系进行灰关联分析.

表 1 回归模型计算的标准差及相关系数

Table 1 Standard deviation and correlative coefficient from regression model

点号	实测值位移均值/mm	<i>S</i>	<i>R</i>
<i>C</i> ₁	1.6587	0.7801	0.8924
<i>C</i> ₂	2.4734	1.0299	0.9108
<i>C</i> ₃	1.6355	0.7831	0.8823
<i>C</i> ₄	2.3843	0.9629	0.9169

3.1 测点灰关联模型

按斜率灰关联度公式计算,可得 c_1, c_2, c_3, c_4 相互间的灰关联系数 r_{ij} 如表 2 所示.

表 2 各点灰关联系数 r_{ij}

Table 2 Grey correlative coefficient r_{ij} for various points

r_{ij}	<i>c</i> ₁	<i>c</i> ₂	<i>c</i> ₃	<i>c</i> ₄
<i>c</i> ₁	1.00	0.93	0.79	0.89
<i>c</i> ₂	0.93	1.00	0.78	0.92
<i>c</i> ₃	0.79	0.78	1.00	0.74
<i>c</i> ₄	0.89	0.92	0.74	1.00

由表 2 可知,各点间灰关联度系数 r_{ij} 均大于 0.7,这表明在同一块体内各点间相互关系较密切,其协调性和一致性状态良好.

3.2 各点的 GM(1, *N*) 模型

以关联序列的大小,依次建立各点的 GM(1, 2), GM(1, 3), GM(1, 4) 模型. 考虑到观测序列的测量误差对各种模型而言是一致的,所以模型的优劣,可直接由模型中误差 m 值的大小及模型的实际协调性条件而判定. 表 3 所列为各点分析中的最优模型,此外,由于上述 4 个点的 GM(1, 4) 模型均不满足实际协调性条件,故不再列入. 以这些模型对 1991 年、1992 年观测值进行预报,并取预报值与实际观测值之差大于 3 mm 者为异常

预报 ,预报结果列入表 3.

相对于表 1 的统计模型而言 ,灰关联模型的 m 值均小于 0.8 mm ,可见模型的精度较高.灰关联分析时进行了初始化处理 ,因此 GM(1,N)模型中 ,各测点系数 ,反映了它们对建模点的影响程度.

表 3 各点 GM(1,N)模型
Table 3 GM(1,N) model for various points

点号	GM(1,N)	模 型	中误差 m/mm	预报结果
c_1	GM(c_1, c_2)	$\frac{dx_{c_1}^{(1)}}{dt} + 2.049 \times x_{c_1}^{(1)} = 1.853 \times x_{c_2}^{(1)}$	0.42	无
	GM(c_1, c_2, c_3)	$\frac{dx_{c_1}^{(1)}}{dt} + 2.103 \times x_{c_1}^{(1)} = 1.895 \times x_{c_2}^{(1)} + 0.385 \times x_{c_3}^{(1)}$	0.40	1991-07-01 1992-02-01 1992-03-01
	GM(c_2, c_1)	$\frac{dx_{c_2}^{(1)}}{dt} + 1.323 \times x_{c_2}^{(1)} = 1.492 \times x_{c_1}^{(1)}$	0.48	无
c_2	GM(c_2, c_1, c_4)	$\frac{dx_{c_2}^{(1)}}{dt} + 1.479 \times x_{c_2}^{(1)} = 1.463 \times x_{c_1}^{(1)} + 0.157 \times x_{c_4}^{(1)}$	0.45	无
	GM(c_3, c_2)	$\frac{dx_{c_3}^{(1)}}{dt} + 0.007 \times x_{c_3}^{(1)} = 0.0004 \times x_{c_2}^{(1)}$	0.80	1991-08-01 1992-01-01 1992-03-01 1992-09-01
c_3	GM(c_3, c_1, c_2)	$\frac{dx_{c_3}^{(1)}}{dt} + 0.007 \times x_{c_3}^{(1)} = 0.002 \times x_{c_1}^{(1)} + 0.002 \times x_{c_2}^{(1)}$	0.77	1991-07-01 1992-01-01 1992-02-01 1992-03-01 1992-04-01
	GM(c_4, c_2)	$\frac{dx_{c_4}^{(1)}}{dt} + 1.025 \times x_{c_4}^{(1)} = 1.196 \times x_{c_2}^{(1)}$	0.76	无
	GM(c_4, c_2, c_3)	$\frac{dx_{c_4}^{(1)}}{dt} + 1.215 \times x_{c_4}^{(1)} = 1.408 \times x_{c_2}^{(1)} + 0.585 \times x_{c_3}^{(1)}$	0.70	1991-07-01 1992-01-01 1992-02-01

3.3 异常值的评价及分析

- a. 上述灰关联预报中 ,对于各点的 GM(1,2)模型 ,除 c_3 点外 ,均无异常值发现 ,可见这些点在预报时段的变形情况与建模时期的变形情况是协调一致的.此外 ,考虑到水准测量中 ,各点的高程均由前一点的高程及高差传递后得 ,分析表明 , c_1, c_2, c_4 点预报正常 ,则 c_3 出现的异常就决不是由观测值的粗差所致.
- b. 由 GM(1,3)模型的预报结果 , c_3 点出现大量的异常值 ,而其它各点的 GM(1,3)模型 ,当包含有 c_3 点时均有不同异常发生 ,不包含 c_3 点因素的 GM(c_2, c_1, c_4)未发现异常值 ,由此可以断定 c_3 点的变形规律出现异常.
- c. c_1 点的 GM(c_1, c_2, c_3)和 c_4 点的 GM(c_4, c_2, c_3)模型中 , c_3 点因素的系数均较小 ,因此 ,它对 c_1 和 c_4 活动状况的预报影响不占主导作用 ,所以即使异常 ,但它对 c_1 和 c_4 点的影响也不是决定性的 ,预报出现的异常较少.而 c_3 点的 GM(c_3, c_1, c_2)模型中 , c_1, c_2 点因素的系数很小 ,因此预报时段内 , c_3 点本身相对于建模期变形性态的异常得到充分反映.
- d. 从建模期各点的灰关联系数 r_{ij} 可知 ,各点在此时段的活动规律协调一致 ,整体性良好.但在预报期 , c_3 点的活动状况明显异常于建模时段 ,并且从 GM(c_3, c_1, c_2)模型预报结果可知 ,自 1992 年 12 月开始 ,逐月均异常 ,且有增大趋势 ,可见 c_3 的点变形异常有趋势性发展.对此 , c_3 点部位及其相邻范围应加强严密监测和检查.

4 几点结论

- a. 安全监测信息的灰关联处理 ,是一种对有效信息的累次充分利用而解决贫信息问题的处理方法.它

结合了较多其它相关点的可靠信息,有效地对指定点形态的描述,达到根据短期资料而较准确地预报变形情况.因此,在解决大坝初蓄期,或加固处理等较短时期内建立监控模型而实施安全监测有应用价值.

b. 灰关联模型是一种动态模型,除反映变形体的变形规律外,同时也反映了它的动态特性参数,对分析确定突变状态,并提出相应的监控措施有一定的作用.

c. 由关联度密切的其它点而判据指定点观测值的可靠性及其变化趋势,使评价更准确和更全面.结合建筑物整体的情况,对各点变形情况的评价较之单独点的自我评价更符合实际和有效.特别在变形趋势的分析中,由多个其它点作参考标准,从而使分析结果更为可靠,这是单点模型难于体现的.

d. 为提高 $GM(1, N)$ 模型长期预报的可靠性及其应用效果,在灰关联分析中,应足够重视对新的现实信息的吸纳而体现较强时段性的特点,因此模型本身也应该是动态的.

参考文献:

[1] 邓聚龙.灰色系统理论[M].武汉:华中理工大学出版社,1990.50~100.

Grey Correlative Model $GM(1, N)$ and its Application to Safety Monitoring

YUE Dong-jie LEI Wei-gang HUA Xi-sheng

(College of Civil Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract :In safety monitoring of water conservancy project construction , the main behavior of the yielding of abnormal value is complex and is not easy to judge. In this paper , on the basis of grey correlation theory , by use of $GM(1, N)$ model , and in combination with correlative information and practical observation data . the processing method is studied with which the abnormal value can be judged and analysed effectively. The result shows that the $GM(1, N)$ model can be used in safety monitoring , and with it deformation can be discovered effectively , thus it can play an important role in the analysis of deformation .

Key words : abnormal value ; grey theory ; safety monitoring ; grey correlative model