

拱坝体形的两目标优化设计

孙文俊, 孙林松, 王德信, 李春光

(淮海大学土木工程学院, 江苏南京 210098)

摘要 研究了同时考虑拱坝‘体积最小’和‘最大拉应力最小’的两目标优化设计. 采用线性加权的统一目标法求得非劣解集后, 利用模糊贴近度从中选取最优解, 讨论了不同隶属度和贴近度公式的影响, 给出了最优解的简便几何求法. 某拱坝算例分析说明本文方法有效, 并显示了两目标优化体形的一些可供设计参考的体形特征.

关键词 拱坝 优化设计 非劣解 模糊贴近度

中图分类号 TV642.4 ;TV314

文献标识码 A

文章编号 1000-1980(2000)03-0039-05

高拱坝的精确分析一般来说离不开有限单元法, 而与该方法对应的拉应力设计控制标准尚未确认, 造成目前常采用的提高拉应力控制标准的‘体积最小’优化体形难以实际应用. 同时, 由于高拱坝设计与建造的复杂性, 使人们对其安全性更为关注, 按单纯的经济目标设计拱坝已显不够, 综合考虑安全与经济的两目标优化设计则是一个必然的选择. 本文选取在通常情况下拱坝安全和经济的最具代表性的主要因素——最大拉应力和坝体体积, 以使其最小作为优化设计的目标, 研究了兼顾考虑拱坝‘体积最小’和‘最大拉应力最小’的两目标体形优化设计问题. 采用线性加权的统一目标法寻求非劣解(有效解), 然后利用模糊贴近度的概念从众多非劣解中找出最贴近于理想解的最优解.

1 拱坝两目标优化模型及其非劣解

两目标 (f_1, f_2) 优化设计的数学模型为

$$\left. \begin{array}{ll} \text{求} & X = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T \\ \min & F(X) = [f_1(X) \quad f_2(X)]^T \\ \text{s. t.} & g_i(X) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \cdots, p) \end{array} \right\} \quad (1)$$

设式(1)的 k 组非劣解及其目标函数值为 X_r 和

$$F_r(X_r) = [f_{r1}(X_r) \quad f_{r2}(X_r)]^T \quad (r = 1, 2, \cdots, k) \quad (2)$$

又设在式(1)的约束条件下分别使 f_{r1} 和 f_{r2} 达到最小的目标函数值为 f_1^* 和 f_2^* , 则称

$$F^* = [f_1^* \quad f_2^*]^T \quad (3)$$

为理想目标值. 与此对应的 X^* 称为理想解. 由于两目标的相互排斥性, 理想解一般是不存在的.

对于以拱坝坝体体积($V = f_1$)和坝踵区最大拉应力($\sigma_1 = f_2$)为两目标的体形优化设计, 采用线性加权的统一目标法化为单目标优化问题而求其非劣解的数学模型为

$$\left. \begin{array}{ll} \text{求} & X = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T \\ \min & F(X) = \omega_1 \frac{V}{[V]} + \omega_2 \frac{\sigma_1}{[\sigma^+]} \\ \text{s. t.} & V \leq [V] \quad \sigma_1 \leq [\sigma^+] \\ & g_i(X) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \cdots, m) \end{array} \right\} \quad (4)$$

式中: ω_1, ω_2 ——权系数; $[V], [\sigma^+]$ ——最大体积和最大主拉应力的允许值; 最后一式为其他约束条件(包括几何约束条件、压应力约束条件和稳定约束条件等). 取不同组合的权系数即可由式(4)求出各种不同的非劣解. 当取 $\omega_1 = 1, \omega_2 = 0$ 或 $\omega_1 = 0, \omega_2 = 1$ 时, 式(4)退化为‘体积最小’或‘最大拉应力最小’的单目标优化问题, 从而可求得理想目标值.

每个非劣解都是可行解, 满足规定的约束条件, 其差别在于强度储备的多少和工程量的不同. 因此, 求出多个非劣解后, 可以根据专家经验或对于体积的限制条件, 或拉应力控制标准等选定一个作为最优解. 本文则根据模糊数学贴近度概念从众多非劣解中寻找最贴近理想解的最优解.

2 模糊隶属度、贴近度和最优解

一般不能直接比较非劣解的优劣而确定最优解. 考虑到各非劣解接近理想解的程序是模糊的, 我们采用模糊隶属度来表示非劣解中各分目标值相对于理想解中相应值的接近程度, 从而构造出非劣解模糊子集和理想解模糊子集, 以使用贴近度概念确定最优解. 考虑到非劣解的各分目标值是分布在理想解相应分目标值的左右, 且隶属度值只与两者的距离有关, 并为了避免各分目标值量纲和数量级不同的影响, 取以下三种对称分布形式的隶属度公式^[1]:

$$\text{a. 正态分布} \quad \mu(f_{rj}) = \exp\left\{-\left[\frac{f_{rj} - f_j^*}{\frac{1}{k} \sum_{r=1}^k |f_{rj} - f_j^*|}\right]^2\right\} \quad (5)$$

$$\text{b. 哥西分布} \quad \mu(f_{rj}) = \frac{1}{1 + \left[\frac{f_{rj} - f_j^*}{\frac{1}{k} \sum_{r=1}^k |f_{rj} - f_j^*|}\right]^2} \quad (6)$$

$$\text{c. 尖}\Gamma\text{分布} \quad \mu(f_{rj}) = \exp\left[\pm \frac{f_{rj} - f_j^*}{\frac{1}{k} \sum_{r=1}^k |f_{rj} - f_j^*|}\right] \quad \begin{array}{l} \text{当 } f_{rj} \leq f_j^*, \text{ 取“+”} \\ \text{当 } f_{rj} > f_j^*, \text{ 取“-”} \end{array} \quad (7)$$

式中: $r = 1, 2, \dots, k$; $j = 1, 2$; f_{rj} ——第 r 组非劣解中第 j 个目标值; f_j^* ——理想解第 j 个目标值; $\mu(f_{rj})$ —— f_{rj} 对 f_j^* 的隶属度.

有了各非劣解对理想解的隶属度, 即可在目标值空间得到非劣解的模糊子集(模糊非劣解):

$$\tilde{F}_r = [\mu(f_{r1}), \mu(f_{r2})] \quad (r = 1, 2, \dots, k) \quad (8)$$

它们都表征了各非劣解中各单目标值相对于理想解中相应单目标值的隶属程度(接近程度).

不难理解, 相应理想解的模糊子集(模糊理想解)

$$\tilde{F}^* = [\mu(f_1^*), \mu(f_2^*)] = [1, 1] \quad (9)$$

以上两个模糊集的贴近程度可以用模糊贴近度 $\sigma(\tilde{F}^*, \tilde{F}_r)$ 来表征, 其值越大, 表示两者越贴近. 常采用下列公式计算(同时列出两目标优化的具体形式):

$$\sigma(\tilde{F}^*, \tilde{F}_r) = 1 - \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q |1 - \mu(f_{rj})|^p = 1 - \frac{1}{2} [(1 - \mu(f_{r1}))^2 + (1 - \mu(f_{r2}))^2] \quad (10)$$

$$\sigma(\tilde{F}^*, \tilde{F}_r) = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q \mu(f_{rj}) = \frac{1}{2} [\mu(f_{r1}) + \mu(f_{r2})] \quad (11)$$

$$\sigma(\tilde{F}^*, \tilde{F}_r) = \frac{2 \sum_{j=1}^q \mu(f_{rj})}{1 + \sum_{j=1}^q \mu(f_{rj})} = \frac{2[\mu(f_{r1}) + \mu(f_{r2})]}{2 + [\mu(f_{r1}) + \mu(f_{r2})]} \quad (12)$$

其中 $r = 1, 2, \dots, k$, 目标函数个数 $q = 2$, 式(10)中取 $p = 2$ (当 $p = 1$ 时式(10)与式(11)相同).

求得各非劣解对于理想解的贴近度后, 可根据择优原则和极大化原则寻求最优解^[2]. 最优解是最贴近理想解的非劣解, 即贴近度最大的那个非劣解即为最优解.

3 几何法确定最优解

上述贴近度也可以用几何作图方法求出,从而用几何法确定最优解.为此,令

$$d = \sqrt{[1 - \mu(f_{r1})]^2 + [1 - \mu(f_{r2})]^2} \qquad c = \mu(f_{r1}) + \mu(f_{r2})$$

则式(10)(11)(12)成为

$$\sigma(\tilde{F}^*, \tilde{F}_r) = 1 - \frac{1}{2} d^2 \tag{13}$$

$$\sigma(\tilde{F}^*, \tilde{F}_r) = \frac{1}{2} c \tag{14}$$

$$\sigma(\tilde{F}^*, \tilde{F}_r) = \frac{2c}{2 + c} \tag{15}$$

式中: d ——模糊非劣解与模糊理想解之间的距离; c ——模糊非劣解两分目标隶属度之和.由式(13)可见, $d_{\min}$ 对应最大贴近度.由式(14)(15)可见, $c_{\max}$ 对应最大贴近度.

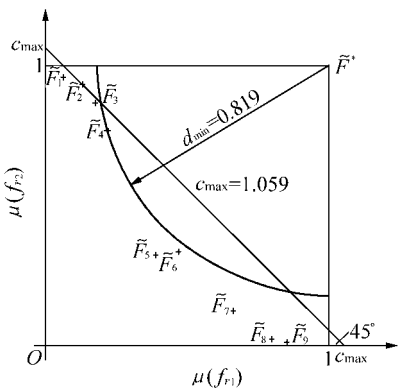


图 1 表示本文算例得到的正态分布下模糊非劣解和模糊理想解分布情况.图中标出了 $d_{\min}$ 和 $c_{\max}$ 的几何意义.不难用作圆弧或推 45° 斜线的办法求出它们.由图可知,按式(13)非劣解 F_4 的贴近度最大,按式(14)和(15)则非劣解 F_2 的贴近度最大.

图 1 正态分布下模糊非劣解与模糊理想解分布情况
Fig.1 Fuzzy non-inferior solutions with normal distribution and fuzzy ideal solution

4 算例分析

某抛物线双曲拱坝,高 292 m.以其 9505 体形方案作为初始设计.选取 43 个体形特征参数为设计变量,包括控制高程处的拱冠梁厚度和上游面坐标、拱端厚度以及拱轴抛物线方程中的几何参数等.主要约束条件取值: $[V] = 850 \text{ 万 m}^3$, $[\sigma^+] = 3.5 \text{ MPa}$, $[\sigma^-] = 15.0 \text{ MPa}$,最大中心角 $\leq 100^\circ$,上、下游倒悬度 ≤ 0.3 .在优化过程中,用上游侧坝踵单元高斯点主拉应力的最大值表征坝踵区最大拉应力.

用复形法求解式(4)得非劣解和理想解:

$$\begin{aligned} \omega_1 = 0.1, \omega_2 = 0.9 \text{ 时: } F_1 &= [807.575 \quad 1.924]^T \\ \omega_1 = 0.2, \omega_2 = 0.8 \text{ 时: } F_2 &= [772.327 \quad 1.980]^T \\ \omega_1 = 0.3, \omega_2 = 0.7 \text{ 时: } F_3 &= [764.500 \quad 2.025]^T \\ \omega_1 = 0.4, \omega_2 = 0.6 \text{ 时: } F_4 &= [753.506 \quad 2.104]^T \\ \omega_1 = 0.5, \omega_2 = 0.5 \text{ 时: } F_5 &= [719.818 \quad 2.415]^T \\ \omega_1 = 0.6, \omega_2 = 0.4 \text{ 时: } F_6 &= [707.090 \quad 2.425]^T \\ \omega_1 = 0.7, \omega_2 = 0.3 \text{ 时: } F_7 &= [678.080 \quad 2.644]^T \\ \omega_1 = 0.8, \omega_2 = 0.2 \text{ 时: } F_8 &= [657.208 \quad 2.910]^T \\ \omega_1 = 0.9, \omega_2 = 0.1 \text{ 时: } F_9 &= [647.879 \quad 3.083]^T \\ \omega_1 = 1.0, \omega_2 = 0.0 \text{ 及 } \omega_1 = 0.0, \omega_2 = 1.0 \text{ 时: } F^* &= [597.526 \quad 1.805]^T \end{aligned}$$

将上述解答代入正态分布公式(5),计算隶属度并组成相应的模糊非劣解 $\tilde{F}_r$,然后代入式(10)(11)(12)分别计算贴近度,结果列于表 1.

按以上相同过程可计算哥西分布和尖 Γ 分布下的结果(这里省略).表 2 给出了各种分布下与不同贴近度公式算得的最大贴近度相对应的非劣解序号.从表中可见,取序号为 2 的非劣解 F_2 作为最优解是比较可靠的.

表 3 给出了与 F_2 对应的两目标优化体形以及初始体形、“体积最小”优化体形、“最大拉应力最小”优化体形的主要参数和性状,以资对比.图 2 给出了这四种情况下拱冠梁的形状.

表 1 正态分布下模糊非劣解及贴近度

非劣解序号 r	$\tilde{F}_r = [\mu(f_{r1}), \mu(f_{r2})]$	$\sigma(\tilde{F}^*, \tilde{F}_r)$		
		式(10)	式(11)	式(12)
1	[0.06096,0.95947]	0.55828	0.51021	0.67568
2	[0.14407,0.91440]	0.63003	0.52924	0.69216
3	[0.17071,0.86812]	0.64744	0.51941	0.68370
4	[0.21381,0.77010]	0.66453	0.49195	0.65948
5	[0.38741,0.32523]	0.58470	0.35623	0.52542
6	[0.46713,0.33713]	0.63832	0.40213	0.57360
7	[0.66269,0.12785]	0.56279	0.39527	0.56659
8	[0.79784,0.02821]	0.50738	0.41303	0.58460
9	[0.85147,0.00846]	0.49740	0.42998	0.60138

表 2 最大贴近度非劣解序号

Table 2 No. of non-inferior solutions with maximal closeness degree

分布	式(10)	式(11)	式(12)
正态分布	4	2	2
哥西分布	4	2	2
尖 Γ 分布	2	1	1

表 3 不同方案下的拱坝体形主要参数和性状

Table 3 Shape parameters and characteristics of arch dams of different designs

设计方 案		初始设计	单目标优化 I	两目标优化	单目标优化 II
拱冠梁厚度/m	顶部	13.000	12.119	16.000	17.259
	底部	69.487	66.246	73.485	80.975
最大拱端厚度/m		73.000	75.593	86.933	87.933
拱冠最大曲率半径/m	顶部	493.830	477.721	513.214	518.618
	底部	153.272	167.385	134.255	124.830
拱冠梁上游面顶、底间水平距离/m		32.797	38.572	82.882	100.346
最大中心角/(°)		91.136	95.385	89.682	90.523
坝体体积/万 m ³		713.645	597.526	772.327	847.377
最大主拉应力/MPa		2.957	3.170	1.980	1.805
最大水平位移/cm		19.356	24.709	22.630	19.795

注 ‘单目标优化 I’ 为‘ 体积最小 ’优化 ;‘单目标优化 II’ 为‘ 最大拉应力最小 ’优化.

由表 3 和图 2 可见：

- a. 两目标优化设计与初始设计相比,最大拉应力大幅减小了 33%,作为其代价,坝体体积增加 8.2% (约 58 万 m³ 混凝土).
- b. 两目标优化体形对比“ 体积最小 ”优化体形,拱冠梁更明显地倾向下游,拱的最大中心角减小,拱曲率坝上部减小、下部增大等,这些体形特征的改变,使荷载更多地分配给拱承担,有效地减小了坝踵区的拉应力.

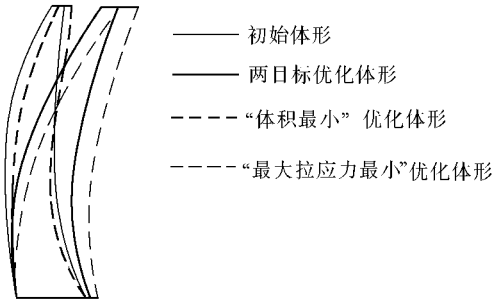


图 2 拱冠梁断面对比

Fig.2 Sections at arch crowns

5 结 语

- a. 拱坝两目标优化设计可以提供多个可行优化方案(非劣解),使设计者有较大的选择余地,有利于优化成果的实际应用.同时,两目标优化考虑了体积(经济性)和最大拉应力(安全性)两方面的要求,在比‘体积最小’优化设计的体积有所增加的条件下,使人们更为关注的拱坝安全度得到进一步提高.
- b. 用模糊贴近度来求解拱坝两目标优化问题是有效的.采用不同隶属度公式和不同贴近度公式,得到的最优解可能不完全一致.因此,为了可靠起见,实用中可同时选用多种公式计算,进行比较后确定.对两目标优化,采用几何作图法寻求最优解简便可行.
- c. 拱坝两目标优化体形相对于‘体积最小’优化体形,具有拱冠梁更倾向下游,中心角减小,拱曲率上部减小、下部增大等体形特征,从而使坝踵区拉应力得以减小.这些体形特征可供拱坝的设计参考.

参考文献：

[1] 张鹏,肖芳淳.模糊贴近度在多目标优化中的应用——从非劣解中寻求最优解[J].计算结构力学及其应用,1989(1):47~57.
[2] 汪培庄.模糊集合论及其应用[M].上海:科技出版社,1983.91~93.

Bin-objective Shape Optimization of Arch Dams

SUN Wen-jun, SUN Lin-song, WANG De-xin, LI Chun-guang
(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract Bin-objective shape optimization of arch dams is discussed to minimize both dam volume and maximal tensile stress. After obtaining the non-inferior solutions by unified-objective method with linear weight, the optimal solution is selected according to fuzzy closeness degree. The influence of different formulas of membership and closeness degree is discussed, and a simple geometric method for optimal solution is presented. An engineering example indicates the effectiveness of the present method and some shape features of bin-objective optimized arch dam.

Key words arch dam ; optimum design ; non-inferior solution ; fuzzy closeness degree