

溢流坝面明流流动水力特性数值分析

魏文礼¹, 刘玉玲¹, 金忠青²

(1. 西安理工大学水利水电工程学院 陕西西安 710048; 2. 河海大学水利水电工程学院, 江苏南京 210098)

摘要 采用正交曲线坐标系下曲率修正的紊流数学模型, 计算了龙抬头泄洪洞明流流动的水力要素。计算结果表明: 具有明显曲率影响的泄水建筑物反弧水流的数值计算, 必须计入流线弯曲的影响; 本文建立的曲率修正紊流数学模型能够较好地预测具有明显曲率影响的复杂水流的水力特性。

关键词 正交曲线坐标系; 曲率修正; 紊流数学模型

中图分类号 TV131.4 **文献标识码** A **文章编号** 1000-1980(2000)03-0107-04

在水流数值模拟中, 标准 $k-\epsilon$ 模型成功地预测了许多剪力层型水流和回流, 但标准 $k-\epsilon$ 模型有难以克服的缺陷, 主要表现在 (a) 模型中的经验常数, 通用性尚不十分令人满意, 对弱剪力层和轴对称射流而言, 必须用一些函数代替几个经验常数; (b) 标准 $k-\epsilon$ 模型假设, 对于雷诺应力的各个分量 $\overline{u_i u_j}$, 紊动粘性系数相同, 即紊动粘性系数是各向同性的标量。这一假设使它无法预测矩形渠道或管路中由于紊动而引起的二次流。但这一假设不影响 $k-\epsilon$ 模型对剪力层和回流的计算, 是因为在剪力层中, 唯有一个剪应力分量 $\overline{uv}$ 是重要的, 在回流中, 虽然正应力和剪应力在动量方程中同等重要, 但与惯性项和压力梯度项相比, 两者又都较小, 故各向同性的紊动粘性对所研究的问题影响甚微。由上述可见, 对有些水流或流动区域, 比如分离流、有流线弯曲水流等, 有必要精确地描述紊动应力各分量的输运。但各向同性的紊动粘性概念和据此建立的标准 $k-\epsilon$ 模型用于此便显得有些粗糙, 必须采用各应力分量的输运方程或其简化形式, 即雷诺应力模型或应力代数模型。

雷诺应力模型能很好地反映紊流的各向异性, 应力代数模型是其简化形式。应力代数模型的突出优点是, 能考虑到各应力分量和通量分量的不同的产生过程和破坏过程, 并在一定程度上计及这些分量的输运过程, 计算工作量也小。由此可见, 应力代数模型综合了标准 $k-\epsilon$ 模型的经济性和雷诺应力模型的通用性。

从计算复杂程度及模拟流线弯曲的影响来看, 以标准 $k-\epsilon$ 模型为基础的曲率修正紊流模型便有其独到之处。许多学者对此进行了深入研究^[1~10]。考虑曲率修正的方法主要有两类: 一是修正柯莫哥洛夫—普朗特表达式中的常数 C_μ , 使其成为合适的水流参数的函数; 二是修正 k 方程和 ϵ 方程中的经验常数。

文献^[2~4, 9]根据代数应力模型方程推导 C_μ 的表达式, 把它表示为紊动产生 P 、紊动耗散 ϵ 和流速梯度的函数。Pourahmadi 和 Humphrey^[3]把两方程模型中的紊动粘性系数的表达式等同于代数应力模型中雷诺应力的代数表达式, 所得到的 C_μ 的形式如下:

$$C_\mu^{1/2} = 2\sqrt{Q} \cos\left[\frac{1}{3} \cos^{-1}(RQ)^{3/2}\right] - \frac{S}{3} \quad (1)$$

式中 Q , R 和 S 是 P , ϵ 和流速梯度的复杂函数。Leschzinder 和 Rodi^[6]采用更简捷的方法, 即假设 $P = \epsilon$, 推得 C_μ 的形式为

$$C_\mu = \frac{-k_1 k_2}{1 + 8k_1^2 \frac{k^2}{\epsilon^2} \left(\frac{\partial U}{\partial n} + \frac{U}{R} \right) \frac{U}{R}} \quad (2)$$

Cheng G.^[9]将主应变率 $\frac{\partial u}{\partial y}$ 和弯曲引起的附加应变 $\frac{\partial v}{\partial x}$ (对自然坐标系 $s-n$, 它们分别是 $\frac{\partial u}{\partial n}$, $\frac{u}{R}$) 整理后得到主应力的表达式

$$-\overline{u'v'} = \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{2}{3} \phi [1 - R_f - \phi \frac{P_r}{\epsilon} \frac{R_f^2 + 4R_f + 1}{1 - R_f}] \tag{3}$$

通量 Richardson 数定义为

$$R_f = \frac{\partial v / \partial x}{\partial u / \partial y} \text{ 或 } R_f = \frac{2u/R}{(1 + \frac{n}{R}) \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{u}{R}}$$

同 Boussinesq 的紊动粘性概念联系起来,可得到紊动粘性系数的表达式

$$\mu_t = \rho \frac{k^2}{\epsilon} \frac{2\phi}{3} (1 - R_f - \phi \frac{P_r}{\epsilon} \frac{R_f^2 + 4R_f + 1}{1 - R_f}) \tag{4}$$

算例表明,修正曲率的模型对文献^[9]中的问题模拟效果良好.

在修正 ϵ 输运方程的经验常数时,LPS 法最为有效.Laundar,Priddin 和 Sharma^[1]对 ϵ 方程中的常数进行修正时,认为该常数同基于含时间尺度的紊流 Richardson 数成正比,将耗散率 ϵ 输运方程中的系数 $C_{2\epsilon}$ 修正为 $C_{2\epsilon}(1 - CR_{ir})$. 紊流 Richardson 数定义为

$$R_{ir} = \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{U}{r^2} \frac{\alpha(Ur)}{\partial r} \tag{5}$$

式中: U ——流线相切的速度; r ——流线的曲率半径; C ——经验常数,取为 0.2. 文献[1]用此方法计算了凹曲率面和凸曲率面紊流边界层的流动问题. 计算结果与试验值符合良好.

上述是现有文献中曲率修正紊流模型典型的研究成果. 鉴于本文所研究问题的复杂性,即要采用曲线拟合坐标来处理复杂的几何边界,求解正交曲线坐标系下的水流控制方程,因此,选用 LPS 修正方法,建立曲率修正紊流模型.

1 数学模型

1.1 正交曲线坐标系下曲率修正的紊流模型

二维正交曲线坐标系下水流控制方程的通用形式是

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial}{\partial \xi} (U \varphi h_\eta) + \frac{1}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (V \varphi h_\xi) = \frac{1}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial}{\partial \xi} (\gamma_\varphi \frac{h_\eta}{h_\xi} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}) + \frac{1}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\gamma_\varphi \frac{h_\xi}{h_\eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}) + S_\varphi \tag{6}$$

式中: ξ, η ——正交曲线坐标; U, V —— ξ, η 方向的速度分量; h_ξ, h_η —— ξ, η 方向的拉梅(Lame)系数; φ ——描述水流运动的各类物理量(U, V, k, ϵ); S_φ ——源项; γ_φ ——有效粘性系数. 对于不同的物理量 φ , S_φ 和 γ_φ , 则有相应的表达式.

$$\varphi = 1 \text{ 时} \qquad S_\varphi = 0 \qquad \gamma_\varphi = 0$$

$$\varphi = U \text{ 时}$$

$$\begin{aligned} S_U = & g_\xi - \frac{1}{\rho h_\xi} \frac{\partial P}{\partial \xi} - \frac{UV}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta} + \frac{V^2}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi} + \frac{1}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial}{\partial \xi} [\gamma_U \frac{h_\eta}{h_\xi} (\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{2V}{h_\xi} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta})] + \\ & \frac{1}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} [\gamma_U h_\xi (\frac{1}{h_\xi} \frac{\partial V}{\partial \xi} - \frac{V}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi} - \frac{U}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta})] + \frac{\gamma_U}{h_\xi h_\eta} (\frac{1}{h_\xi} \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{1}{h_\eta} \frac{\partial U}{\partial \eta} - \\ & \frac{V}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi} - \frac{U}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta}) \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta} - \frac{2\gamma_U}{h_\xi h_\eta} (\frac{1}{h_\eta} \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{U}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi}) \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi} \\ & \gamma_U = \gamma + \gamma_i \end{aligned}$$

$$\varphi = V \text{ 时}$$

$$\begin{aligned} S_V = & g_\eta - \frac{1}{\rho h_\xi} \frac{\partial P}{\partial \eta} - \frac{UV}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi} + \frac{U^2}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta} + \frac{1}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} [\gamma_V \frac{h_\xi}{h_\eta} (\frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{2U}{h_\xi} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi})] + \\ & \frac{1}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial}{\partial \xi} [\gamma_V h_\eta (\frac{1}{h_\eta} \frac{\partial U}{\partial \eta} - \frac{U}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta} - \frac{V}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi})] + \frac{\gamma_V}{h_\xi h_\eta} (\frac{1}{h_\eta} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{1}{h_\xi} \frac{\partial V}{\partial \xi} - \\ & \frac{U}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta} - \frac{V}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi}) \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi} - \frac{2\gamma_V}{h_\xi h_\eta} (\frac{1}{h_\xi} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{V}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta}) \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta} \\ & \gamma_V = \gamma + \gamma_i \end{aligned}$$

$$\varphi = k \text{ 时} \qquad S_k = P_k - \epsilon \qquad \gamma_k = \gamma + \frac{\gamma_t}{\sigma_k}$$

$\varphi = \varepsilon$ 时 $S_\varepsilon = C_{1\varepsilon} P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}$ $\gamma_\varepsilon = \gamma + \frac{\gamma_t}{\sigma_\varepsilon}$

式中： g_ξ, g_η ——重力加速度在 ξ, η 方向的分量； γ ——层流粘性系数； P_k ——紊动动能产生项； γ_t ——紊动粘性系数。 P_k 和 γ_t 的表达式分别是

$$P_k = \gamma_k \left[\alpha \left(\frac{1}{h_\xi} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{V}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta} \right) + \alpha \left(\frac{1}{h_\eta} \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{U}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi} \right) + \left(\frac{1}{h_\xi} \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{1}{h_\eta} \frac{\partial U}{\partial \eta} - \frac{V}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi} - \frac{U}{h_\xi h_\eta} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta} \right) \right]$$
$$\gamma_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

上列式子中的经验常数 $\sigma_k, C_{1\varepsilon}, \sigma_\varepsilon, C_\mu$ 的值分别是 1.0, 1.44, 1.3, 0.09. 耗散率 ε 传输方程中的耗散项采用 LPS 修正法, 即 $C_{2\varepsilon}$ 改为 $1.9 \alpha (1 - CR_{ir})$.
式中的 R_{ir} 是紊流 Richardson 数, 定义为

$$R_{ir} = \frac{k^2}{\varepsilon^2} \frac{U}{r^2} \frac{\alpha (Ur)}{\partial r}$$

式中： U ——与流线相切的速度； r ——流线的曲率半径； C ——经验常数，文献 [1] 取为 0.2, 这里仍采用 0.2. 上述是正交曲线坐标系下曲率修正的紊流数学模型.

1.2 数值方法

本文采用有限体积法离散水流的通用控制方程(6). 有限体积法得出的离散方程要求因变量的积分守恒满足任意一组控制体积, 自然满足整个计算区域. 这是有限体积法的显著优点. 方程离散时, 物理变量采用交错方式排列(交错网格系统^[11]), 可以避免不合理的波状流速场和波状压力场的出现. 离散方程的求解采用 SIMPLEC 算法. 离散与求解的详细过程见文献 [12].

1.3 边界条件

进口边界处速度按实测值给定, 紊动动能 k 和耗散率 ε 按经验公式确定. 出口边界按充分发展水流条件确定, 即物理量沿水流方向梯度为零. 固体边界处速度按无滑移条件给定, k 和 ε 按壁面函数技术确定. 自由表面的位置由流线迭代法确定, 边界条件为法向速度为零, 压力为大气压, k 和 ε 的法向梯度为零.

1.4 自由表面位置的确定

本文采用流线迭代法确定自由表面的位置. 流线迭代法是在文献 [13] 提出的求解空间弯曲水流反问题的基础上加以改进而实现的一种简便快捷的计算方法, 其基本公式包括压力沿铅直水深变化率公式、平面流带连续方程以及沿流线的伯努利方程.

流线迭代法的最大特点是直接从流体力学的基本方程 Navier-Stokes 方程出发, 以同时满足运动方程、能量方程及连续方程为条件, 迭代求解压力分布及流线位置. 该方法物理概念清楚, 简便易行, 其具体做法见文献 [12].

2 算 例

采用曲率修正紊流数学模型数值计算了小湾工程左岸的一条“龙抬头”泄洪洞紊流流场. 计算区域如图 1 所示, 边界条件根据 1.3 节给定, 自由表面位置采用流线迭代法确定.

计算结果见图 2 和 3. 计算值与昆明勘测设计研究院的实测值基本一致. 将曲率修正模型的计算结果与标准 $k-\varepsilon$ 模型的计算结果进行了比较(图 2、图 3), 表明曲率修正紊流模型能够很好地模拟弯曲边界上的水流.

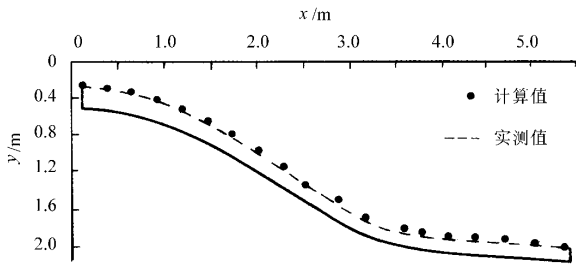


图 1 泄洪洞水面线
Fig.1 Water surface profile of spillway tunnel

3 结 论

- a. 具有明显曲率影响的泄水建筑物反弧水流的数值计算, 必须计入流线弯曲的影响.
- b. 流线迭代法是一种确定自由水面位置的简捷方法.

c. 本文的数学模型,计入了流线弯曲的影响,计算精度高,为泄水建筑物反弧水流的水力特性和泄水建筑物抗蚀体型的研究提供了有效的手段.

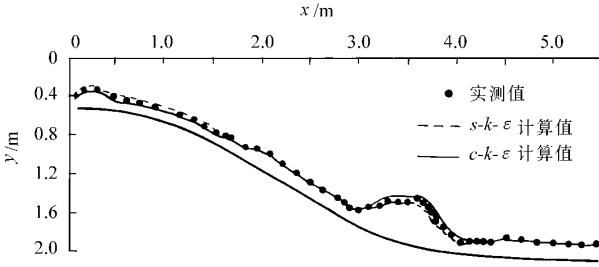


图 2 泄洪洞底面压力

Fig.2 Pressure on spillway tunnel bottom

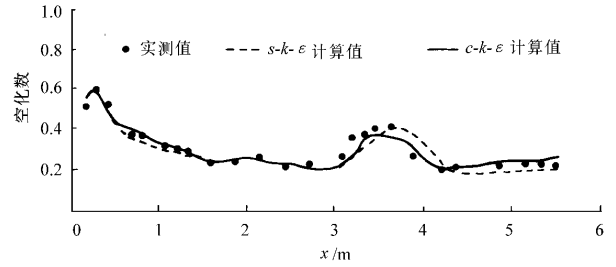


图 3 泄洪洞水流空化数

Fig.3 The cavitation number distribution over the spillway tunnel

参考文献：

[1] Launder B E , Priddin C H , Sharma B E. The calculation of turbulence boundary layers on spinning and curved surfaces[J]. Transactions of the ASME J Fluids Eng , 1977 , 99 :231 ~ 239 .
[2] Wilcox D C , Chambers T I. Streamline curvature effects on turbulent boundary layers[J]. AIAA Journal , 1997 , 15 :574 ~ 580 .
[3] Farzad Pourahmadi. Prediction of curved channel flow with an extended k-ε model of turbulence[J]. AIAA Journal , 1983 , 21 :1365 ~ 1373 .
[4] Gibson M M. An algebraic stress and heat-flux model for turbulent shear flow with streamline curvature[J]. J Heat Mass Transfer , 1978 , 21 :1609 ~ 1617 .
[5] Sand Keun Dong , Myung Kyoon Chung. Curvature correction to Reynolds stress model for computation of turbulent recirculating flow[J]. AIAA Journal , 1992 , 12 :2968 ~ 2970 .
[6] Lakshminaryana B. Turbulence modelling for complex shear flow[J]. AIAA Journal , 1986 , 24 :1 ~ 37 .
[7] Shima N. Prediction of turbulent boundary layers with second-moment closure : part I-effects of periodic pressure gradient wall transpiration and free-stream turbulence[J]. Journal of Fluids Engineering , 1993 , 115 :56 ~ 63 .
[8] Shima N. Prediction of turbulent boundary layers with second-moment closure : part II -effects of streamline curvature and spanwise rotation [J]. J of Fluids Eng , 1993 , 115 :64 ~ 69 .
[9] Cheng G C. On turbulent flows dominated by curvature effects[J]. J of Fluids Eng , 1992 , 114 :5 ~ 57 .
[10] Rodi W Scheuerer G. Calculation of curved shear layers with two-equation turbulence model[J]. The Physics of Fluids , 1983 , 26 :1422 ~ 1436 .
[11] 金忠青. N-S 方程数值解和紊流模型 [M]. 南京 :河海大学出版社 , 1989 . 174 ~ 208 .
[12] 魏文礼. 泄水建筑物反弧紊流数值计算及抗蚀体型研究 [D] [学位论文]. 南京 :河海大学 , 1996 .
[13] 金忠青. 论溢流反弧曲线的合理形式 [D] [学位论文]. 南京 :河海大学 , 1981 .

Numerical Solution for Turbulent Flow on Curved Surfaces of High Dams

WEI Wen-Li¹ , LIU Yu-Ling¹ , JIN Zhong-qing²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Xi'an Univ. , of Technology , Xi'an 710048 , China ;
2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract : The numerical solution is presented for turbulent flow on curved surfaces of high dams by use of the two-equation turbulence model including streamline curvature. The computed results are in agreement with measured data. The reliability of the mathematical model is proved. The computed results show that this model can well predict the characteristics of complex turbulent flow with streamline curvature.

Key words : orthogonal curvilinear coordinates ; curvature correction ; turbulence model