

# 大体积混凝土结构温度荷载下的细观损伤分析

王振波, 徐道远, 朱杰江

(河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098)

**摘要** :从细观力学和断裂力学的角度分析了混凝土材料中骨料和水泥砂浆界面上变温引起的开裂损伤,给出了裂缝随温度变化的扩展规律,将损伤变量表达为温度的函数,从而为计算大体积混凝土结构施工期由于变温而造成的损伤提供了理论基础.研究结果表明常温下的变温荷载亦会引起混凝土材料力学性能的变化.

**关键词** :大体积混凝土; 温度荷载; 损伤; 裂缝; 弹性模量

**中图分类号** :TU312      **文献标识码** :A      **文章编号** :1000-1980(2000)04-0019-04

混凝土作为当今最主要的结构工程材料之一,在各个工程领域得到越来越广泛的应用.随着高层、超高层建筑结构、地下建筑结构、核电站的建设以及码头、公路、桥梁等基础设施建设的发展,大体积混凝土结构中由于温度而引起的裂缝问题也日益受到水利、土木等工程界人士的重视.目前,人们对机械荷载下混凝土结构的工作性态及其开裂问题的研究较为透彻,对宏观状态下混凝土结构的温度场及温度应力问题的研究也取得了丰硕的成果.但在温度因素作用下,特别是大体积混凝土结构施工期由于水化热温升而引起的结构损伤分析与研究,国内外还很罕见.本文从细观力学和断裂力学角度出发,分析了温变过程中,混凝土材料骨料与水泥砂浆界面上的温度应力以及界面裂纹的萌生和扩展问题,考虑了材料的强度和弹性模量均随龄期变化的情况,给出了裂纹随温度变化的扩展规律,即把裂纹的长度表达为温度的函数,损伤量也表达为随温度变化的函数.研究结果表明,温升同样会造成混凝土的开裂损伤,温升在水泥砂浆体内产生压应力,但在骨料和水泥砂浆界面上将产生有害的拉应力.此结论对于计算混凝土结构,尤其是大体积混凝土结构施工期及运行期的温度应力是有参考价值的.

## 1 变温下界面上的应力分析

混凝土是一种复合材料,它是由骨料和水泥砂浆等胶结而成的,一般来说,骨料与砂浆具有不同的热学参数,即它们的热膨胀系数是不相同的.骨料的热膨胀系数通常取在  $0.7 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ ,混凝土的热膨胀系数通常取为  $1 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ .不同类型骨料混凝土的热传导系数亦不同.为了确定具有不同热膨胀系数的骨料和砂浆混合而成的混凝土由于温度的变化而在界面上产生的应力,假设骨料是埋入处于硬化过程中的水泥砂浆中,且骨料被水泥砂浆所包围,在浇筑后水泥砂浆是随时间而逐渐硬化的,因此水泥砂浆的弹性模量也是随时间而增大的,并与骨料具有不同的值.以平面应力问题作简化分析,骨料与水泥砂浆组成的计算模型如图 1 所示.

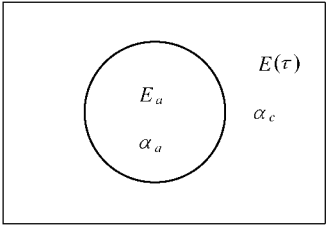


图 1 计算模型  
Fig.1 Calculated model

假设骨料的热膨胀系数为  $\alpha_a$  并简化骨料为圆形(半径为  $R$ ),埋入水泥砂浆中,水泥砂浆的热膨胀系数为  $\alpha_c$ ,骨料的弹性模量为  $E_a$ .因砂浆的弹性模量是随时间而增大的,所以砂浆的弹性模量取为  $E(\tau)$ ,其中  $\tau$  表示时间.根据计算模型,因两种材料(骨料和水泥砂浆)具有不同的热膨胀系数,所以在变温过程中,骨料和水泥砂浆内均会产生应力,在两

种材料的界面上,根据径向位移变形协调条件,则有

$$\delta_{cT} + \delta_{cs} = \delta_{aT} + \delta_{as} \quad (1)$$

式中:  $\delta_{cT}$ ——水泥砂浆体由于变温而引起的径向位移;  $\delta_{cs}$ ——在水泥砂浆与骨料界面上由于温度应力引起的径向位移;  $\delta_{aT}$ ——骨料中由于变温引起的径向位移;  $\delta_{as}$ ——骨料界面上由于温度应力引起的径向位移。

根据弹性理论中厚壁圆筒的解答<sup>[1]</sup>,在内边界(界面上)就可以得到

$$\left. \begin{aligned} \delta_{aT} &= \alpha_a R \Delta T \\ \delta_{as} &= \frac{X}{E_a} (1 - \nu) R \\ \delta_{cT} &= \alpha_c R \Delta T \\ \delta_{cs} &= -\frac{X}{E(\tau)} [1 + \nu(\tau)] R \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:  $X$ ——界面上温度引起的法向应力;  $\Delta T$ ——混凝土材料内的变温差。

将公式(2)代入公式(1)则可得到

$$X = \frac{(\alpha_c - \alpha_a) E_a E(\tau)}{E(\tau) [1 - \nu] + E_a [1 + \nu(\tau)]} \Delta T \quad (3)$$

从公式(3)中可以看到,混凝土结构即使在未约束情况下,因热膨胀系数不同,在变温过程中,骨料和水泥砂浆的界面上也存在径向应力,并随着水泥砂浆弹性模量的增大和温差的增加而增加,利用已知的关于厚壁圆筒的解答就可分别得到骨料和水泥砂浆内的应力。

$$\text{骨料中:} \quad \sigma_r = \sigma_\theta = X = \frac{(\alpha_c - \alpha_a) E_a E(\tau)}{E(\tau) [1 - \nu] + E_a [1 + \nu(\tau)]} \Delta T \quad (4)$$

$$\text{砂浆中:} \quad \sigma_r = \frac{XR^2}{r^2} = \frac{(\alpha_c - \alpha_a) E_a E(\tau)}{E(\tau) [1 - \nu] + E_a [1 + \nu(\tau)]} \Delta T \frac{R^2}{r^2} \quad (5)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{XR^2}{r^2} = \frac{(\alpha_c - \alpha_a) E_a E(\tau)}{E(\tau) [1 - \nu] + E_a [1 + \nu(\tau)]} \Delta T \frac{R^2}{r^2} \quad (6)$$

式中:  $r$ ——骨料中心到水泥砂浆内一点的距离。

从式(4)~(6)中可以看出,两种材料中最大的应力发生在界面上。考虑到混凝土界面硬化过程中弹性模量及强度均是随时间增大的,当变温过程中,界面上产生的应力大于此时的界面粘接强度时,则导致骨料和水泥砂浆的界面上形成微裂纹。微裂纹的形成和发展直接与变温差有关,微裂纹的存在则使得混凝土的性能劣化。

## 2 裂缝随温度变化的扩展规律

从温变过程中骨料与水泥砂浆界面上的温度应力分析可知(见式(4)、式(5)),当水泥砂浆的热膨胀系数大于骨料的热膨胀系数时,且在升温过程中,界面上将产生径向拉应力,当此拉应力达到对应时刻的粘接强度时,界面上的某一薄弱环节将首先产生微裂缝,即在界面上形成一微弧形裂缝。判断此裂缝在继续升温的过程中是否继续扩展则需要采用断裂力学的分析方法。

对于微弯的弧形裂缝,如图2所示,缝端的应力强度因子可表为<sup>[2]</sup>

$$K = K_I - iK_{II} = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_{-a}^a (q_I - iq_{II}) \sqrt{\frac{a+s}{a-s}} ds \quad (7)$$

$$q_I = T_n - \frac{3}{2} \omega T_s + \lambda T'_s + 2\lambda' T_s \quad q_{II} = T_s + \lambda T'_n + \frac{1}{2} \omega T_n$$

式中:  $S$ ——裂缝的曲线弧长;  $\omega$ ——裂缝尖端  $x = a$  处弧的斜率,  $\omega = \lambda'(a)$ 。

对于图1所示的计算模型,很显然图2中的

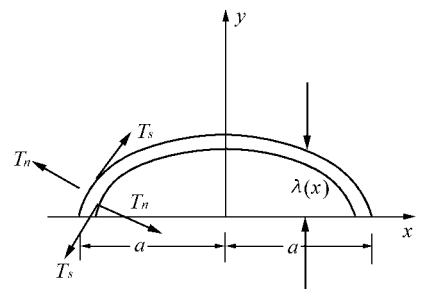


图2 弧形裂缝

Fig.2 Arc crack

$$\left. \begin{aligned} T_n &= X = \frac{(\alpha_c - \alpha_a)E_a E(\tau)}{E(\tau)(1 - \nu) + E_a[1 + \nu(\tau)]} \Delta T \\ T_s &= 0 \qquad T_s' = 0 \qquad T_n' = 0 \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

式中： $T_s'$ —— $T_s$  的一阶导数； $T_n'$ —— $T_n$  的一阶导数。

对于微圆弧形裂缝， $\lambda$  可表示为

$$\lambda(x) = \sqrt{R^2 - x^2} - R \cos \psi$$

则

$$\omega(a) = \frac{a}{\sqrt{R^2 - a^2}} \approx \frac{a}{R} \tag{9}$$

将式(8)、式(9)代入  $q_I, q_{II}$  表达式则可得到

$$q_I = T_n = \frac{(\alpha_c - \alpha_a)E_a E(\tau)}{E(\tau)(1 - \nu) + E_a[1 + \nu(\tau)]} \Delta T = \sigma_r \tag{10}$$

$$q_{II} = \frac{1}{2} \omega T_n = \frac{1}{2} \frac{a}{R} \frac{(\alpha_c - \alpha_a)E_a E(\tau)}{E(\tau)(1 - \nu) + E_a[1 + \nu(\tau)]} \Delta T = \frac{1}{2} \frac{a}{R} \sigma_r \tag{11}$$

将式(10)、式(11)代入式(7)则可求得

$$K_I = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_{-a}^a \sigma_r \sqrt{\frac{a+s}{a-s}} ds = \sigma_r \sqrt{\pi a} \tag{12}$$

$$K_{II} = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_{-a}^a \frac{1}{2} \frac{a}{R} \sigma_r \sqrt{\frac{a+s}{a-s}} ds = \frac{a}{2R} \sigma_r \sqrt{\pi a} \tag{13}$$

有了缝端应力强度因子的表达式，根据断裂力学理论以及应变能释放率与强度因子之间的关系则可求出能量释放率  $G$ ，其表达式为

$$G = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E(\tau)} = \pi a \frac{(\sigma_r)^2}{E(\tau)} \left( 1 + \frac{a^2}{4R^2} \right) \tag{14}$$

根据断裂力学理论，裂缝稳定的准则是

$$G = \kappa \qquad \frac{\partial G}{\partial a} \geq \frac{\partial \kappa}{\partial a} \tag{15}$$

式中： $\kappa$ ——实验所获得的阻力曲线。D. Sumarac 根据 Foote 等对软化材料阻力曲线的实验研究，给出了骨料和水泥砂浆界面上圆弧裂缝阻力曲线的表达式<sup>[3]</sup>：

$$\kappa = R^2 C^2 \pi \frac{(a - a_0)^2}{R} a \left( 1 + \frac{a^2}{4R^2} \right) \tag{16}$$

式中： $a_0$ ——初始微裂缝长度； $C$ ——常数，由实验确定。

将式(14)、式(16)代入式(15)，整理得

$$a = a_0 + \frac{\sigma_r}{C \sqrt{E(\tau)}} = a_0 + \frac{(\alpha_c - \alpha_a)E_a \sqrt{E(\tau)}}{C \{E(\tau)(1 - \nu) + E_a[1 + \nu(\tau)]\}} \Delta T \tag{17}$$

从式(17)可以看到在混凝土中，骨料和水泥砂浆界面上的裂缝是在水泥水化过程中随着温度的出现而出现的，并随温差及水泥砂浆弹性模量的变化而扩展，裂缝的出现和扩展造成了材料性能的劣化，引起一定程度的损伤。这种已存在于材料内部的微裂纹在荷载作用时就可能进一步发展为宏观裂缝并造成失稳扩展。

3 随温度变化的损伤表达式

从上述分析可知，混凝土结构内由于水化热产生的温变可能引起界面上的拉应力，当拉应力达到对应时刻粘接强度时，界面上的某一薄弱环节将首先开裂，因而造成材料内部的开裂损伤。混凝土是由骨料和水泥砂浆混合而成的材料，混凝土内部有无数的被水泥砂浆包围的骨料，因而在混凝土内部就存在无数条水泥水化过程中产生的微裂纹，而在众多微裂纹的情况下采用断裂力学手段研究其裂缝是否会发生失稳扩展相对较为困难，损伤力学在此情况下则提供了有效的研究手段，对于具有多条任意的微裂纹结构，Sumarac 和 Krajcinovic 给出了被称之为 T aylor 模型的表达式<sup>[4]</sup>：

$$\frac{\bar{E}}{E} = \frac{1}{1 + N\pi a^2 \left(1 + \frac{a^2}{R_{\max} R_{\min}}\right)} \quad (18)$$

式中:  $N$ ——单位面积上裂纹的条数;  $R_{\max}$ ,  $R_{\min}$ ——弧形裂纹的最大和最小曲率半径. 在本文所假定的计算模型的情况下式(18)则成为

$$\frac{\bar{E}}{E} = \frac{1}{1 + N\pi a^2 \left(1 + \frac{a^2}{R^2}\right)} \quad (19)$$

根据文献[3]试验与理论的分析结果, 取

$$C = \frac{60 \sqrt{E(\tau)(\alpha_c - \alpha_a)}}{a_0} \quad (20)$$

将式(20)代入式(17)再代入式(19)并整理得一维损伤量

$$D = 1 - \frac{\bar{E}}{E} = 1 - \frac{R^2}{R^2 + N\pi R^2 (a_0 + \Delta T A)^2 + N\pi (a_0 + A \Delta T)^2} \quad (21)$$

其中

$$A = \frac{a_0 E_a}{60 [E(\tau)(1 - \nu) + E_a(1 + \nu(\tau))]}$$

式(21)给出了水泥水化过程中混凝土随温升及弹性模量变化而产生的损伤变化. 由式(21)可以看到, 损伤变量随温变呈非线性规律发展, 并随温差呈四阶规律变化. 随着混凝土的强度及弹性模量的增大, 损伤速率呈下降趋势.

## 4 结 论

a. 大体积混凝土结构散热较慢, 因而会导致较高的绝热温升. 因混凝土组成材料热膨胀系数不同, 当水泥砂浆的热膨胀系数大于骨料热膨胀系数时, 界面上将产生拉应力, 由此会造成开裂损伤.

b. 在进行有关温度问题计算时, 不考虑龄期早期温升所引起的应力, 并非是有利的, 即温升温降同样会引起结构的开裂损伤.

c. 本文给出了温变过程中损伤变量的计算表达式, 该表达式能够反映水泥砂浆弹性模量随时间的变化.

文中首次对大体积混凝土施工期水化过程中由温度引起的开裂损伤进行了计算, 为从事此方面的研究提供了有价值的参考.

## 参考文献:

- [1] 扬绪灿, 全建三. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990. 215 ~ 219.
- [2] Cotterell B, Rice J R. Slightly curved or kinked cracks[J]. International Journal of Fracture, 1980(16): 155 ~ 169.
- [3] Sumarce D, Krasulja M. Damage of plain concrete due to thermal incompatibility of it's phases[J]. International Journal of Damage Mechanics, 1998, 7: 129 ~ 141.
- [4] Sumarac D, Krajcinovic D. A self-consistent model for micro cracks weakened[J]. Solids Mechanics of Material, 1987, 6: 39 ~ 52.

## Thermal Damage Analysis for Mass Concrete Due to Temperature Change

WANG Zhen-bo, XU Dao-yuan, ZHU Jie-jiang

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

**Abstract:** In this paper, thermal damage on the interface between aggregate and cement paste of concrete is analyzed by micro mechanics and fracture mechanics. An analytical expression with the damage variable as a function of temperature increase is obtained and elastic modulus, increasing with age, is considered in the expression. The study reveals that temperature increase leads to deterioration of concrete property.

**Key words:** mass concrete; temperature; damage; crack; elastic modulus