

库水中淤沙对刚性坝的动水压力影响

陈和群, 章 青

(河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 :用水体位移有限元分析库水底部含有淤沙对刚性坝动水压力的影响.将淤沙作为弹性材料,对材料参数和不同厚度淤沙对动水压力的影响进行了详细的讨论.

关键词 水体位移元 库水和淤沙 坝—库水动力相互作用 地震响应

中图分类号 :TV697.2+2 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2000)04-0072-05

地震时 ,挡水坝的动水压力是坝工抗震设计中的一种重要荷载.随着我国在西南、西北等强震高发区筑坝的日益增多 ,这个问题已经引起广大学者和工程设计者的高度重视.已有的理论研究成果^[1 2]表明 ,在刚性库底的假设条件下 ,对库水是否考虑可压缩性的情况 ,在某些条件下 ,库水与坝体相互作用都可能导致库水共振现象 ,使坝体地震响应增大很多.但这种现象未被实际证实 ,其原因是实际水库的库底积有的淤沙吸收了部分振动能量 ,降低了动水压力的影响 ,当库底有薄层淤沙能降低动水压力已成共识.目前在工程界通常都采用修正的韦氏(Westergaard)公式计算附加质量 ,这种计算是偏于安全的 ,但对库底积有厚淤沙对动水压力的影响如何 ,还有待进一步探讨.

80 年代初 ,研究淤沙层在地震时对坝面的垂直作用力 ,文献[3]中将库水作为不可压缩流体 ,对淤沙作为重水考虑.近期一些研究资料表明 ,将淤沙视为液固两相介质 ,对一些简单的二维问题进行了计算分析 ,所采用的计算方法有一维有限元法和有限差分法 ,尚未见过相关的试验论证和三维计算分析.本文采用水体位移元方法^[4] ,将淤沙作为弹性体 ,探讨库底积有不同厚度淤沙及其材料参数变化对平面刚性墙的垂直动水压力的影响.

1 水体位移元基本方程

假设水体为无旋和无粘的理想流体 ,考虑其可压缩性 ,并以位移为基本未知量.根据弹性理论 ,水体的应力与应变关系为

$$p = c_{11} e_v \tag{1}$$

$$e_v = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \tag{2}$$

式中 : c_{11} ——水体体积模量 ; e_v ——体积应变.

为了确定水体无旋特性 ,需引入 3 个方向的旋转变量 ,即

$$e_x = (\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y})/2 \qquad e_y = (\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z})/2 \qquad e_z = (\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x})/2 \tag{3}$$

为了强迫阻止旋转 ,需定义

$$p_x = c_{22} e_x \qquad p_y = c_{33} e_y \qquad p_z = c_{44} e_z \tag{4}$$

式中 : c_{ii} ——阻止旋转的约束系数 ; p_x 、 p_y 、 p_z —— x 、 y 、 z 三个坐标方向与旋转刚度有关的应力.

$$\begin{Bmatrix} p \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \tag{5}$$

所以水体系统的应变能是
$$\pi_e = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \mathbf{e}^T \mathbf{c} \mathbf{e} d\Omega \tag{6}$$

式中 $\mathbf{e}^T = [e_v \ e_x \ e_y \ e_z]^T$; $\mathbf{c}$ 是式(5)中的对角矩阵.

水体表面的一个重要特性是水体单元的表面晃动,其体积变化极微小,只在其表面产生垂直方向的位移,在稳态、不计阻尼的条件下表面流体系统的动能与势能呈交替变化.这种晃动模型如图 1 所示,设底面积为 dA ,高度是 $(D + U_s)$ 的水体重量为 $dF = \gamma (D + U_s) dA$,水体柱的平均竖向位移为 $u_s/2$,因此,系统增加的势能

$$\pi_s = \frac{1}{2} \int_A U_s \gamma (D + U_s) dA \tag{7}$$

式中 γ ——水体容重.

水体系统的动能以矩阵形式表示:

$$T = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \mathbf{V}^T \mathbf{V} d\Omega \tag{8}$$

其中 ρ 为水体质量密度, $\mathbf{V}^T = [u \ v \ w]^T$.

2 有限单元法的动力方程

用有限元离散水体系统,应用动力问题的哈密顿(hamilton)原理^[7]可以导出以矩阵表示的动力支配方程:

$$\mathbf{M} \ddot{\delta} + \mathbf{K} \delta + \mathbf{S} \delta = \mathbf{R}(t) \tag{9}$$

式中 $\mathbf{M}$ ——整体质量矩阵; $\mathbf{K}$ ——整体刚度矩阵; $\mathbf{S}$ ——水体表面晃动势能,它只考虑水体表面晃动的贡献.水体质量矩阵与坝体一样采用集中质量矩阵^[5].

三维水体单元的应变转换矩阵 $\mathbf{B}$ 为

$$\begin{Bmatrix} e_v \\ e_x \\ e_y \\ e_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} & -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} & -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = [\mathbf{B}_1 \ \mathbf{B}_2 \ \dots \ \mathbf{B}_r] \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \vdots \\ u_r \\ v_r \\ w_r \end{Bmatrix} \tag{10}$$

式中 $\mathbf{B}$ 的子矩阵为

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial z} & -\frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial y} & -\frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, r)$$

单元刚度矩阵 $\mathbf{K}^e$ 的表达式为
$$\mathbf{K}^e = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} d\Omega \tag{11}$$

式(9)左端第三项是反映水体自由表面晃动的能量,在其液面点垂直方向附加刚度

$$\mathbf{S}^e = \int_s \mathbf{H}^T \rho g \mathbf{H} ds \tag{12}$$

式中 $\mathbf{H}$ ——液面点的形函数; g ——重力加速度.

为了保证计算公式中先激发出低频振型和数值稳定性,对 c_{ii} 的取值和积分计算等问题在文献[6,7]中进行了详细讨论.

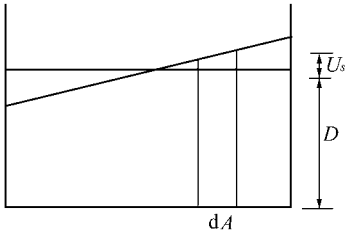


图 1 晃动波的势能
Fig.1 Potential energy of sloshing waves

3 水体可压缩性的动水压力

由水动力学理论^[8,2]在水体不可压缩条件下,对刚性矩形水域(见图2),在刚性基面受水平简谐振动 $\ddot{u} = \ddot{u}_0 \cos \omega t$ 时,垂直侧墙的动水压力解析解为

$$p^*(0,z) = -p^*(a,z) = \frac{8}{\pi^2} \rho h \ddot{u}_0 \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} (-1)^{n-1/2} \operatorname{th} \frac{n\pi a}{4h} \cos \frac{n\pi z}{2h} \tag{13}$$

式中: $\ddot{u}_0$ ——水平加速度振幅; ω ——简谐振动频率; $p^*(x,z)$ ——水域动水压力幅值; ρ ——水体密度,当矩形水域长度 a 满足 $a > 3h$ 时,式(13)的解答与韦氏无限域的解答相同.目前水工建筑物抗震设计规范中推荐的韦氏修正公式为

$$\bar{p}_s = \frac{7}{8} \rho \ddot{u}_0 \sqrt{hy} \tag{14}$$

根据水体位移元的基本理论,用自行研制的有限元法软件,用改进的直接滤波法^[9]求解水库的自振频率和振型等,再用振型叠加法,在库水基面受水平简谐振动时,求图2左侧刚性墙的动水压力.

具体算例取图2中 $h = 61\text{ m}$, $a = 360\text{ m}$.由式(13)可求得各高程(z)的动水压力的幅值称为解析解.根据式(14)求得的值称为修正韦氏值,采用水体位移元求得的动水压力幅值称位移元值.

用水体位移元求解时,首先剖分网格(示图3),在图3左侧刚性墙与水体交界面的结点处,采用垂直于墙面的硬弹簧连接,库底受水平简谐振动,加速度峰值为 $0.5g$,持续时间为 1 s ($\Delta t = 0.01\text{ s}$).计算中取 $C_{11} = 2.1\text{ GPa}$, $C_{22} = 10^3 \times C_{11}$, 水容重 $\gamma = 10\text{ kN/m}^3$.上述三种方法的成果汇总于表1.

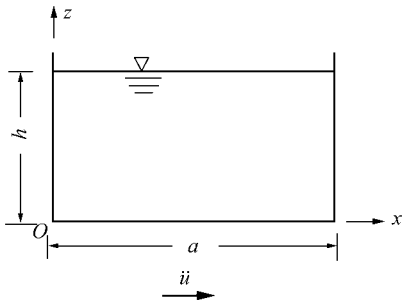


图2 刚性矩形水域的水平振动
Fig.2 Horizontal vibration of rigid-rectangular tank

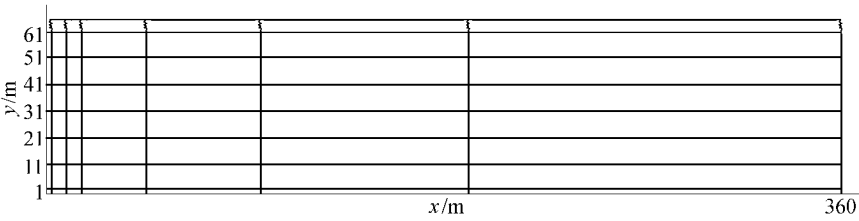


图3 有限元网格
Fig.2 Finite element mesh

表1 纯水动水压力

Table 1 Dynamic pressure of pure water				10 ⁴ Pa
高程/m	级数解	修正韦氏公式	水体位移元	
61	0.00000	0.00000	0.00000	
51	9.70037	11.01473	9.50159	
41	14.95359	15.57718	10.73185	
31	18.46797	19.07808	17.30413	
21	20.78711	22.02946	17.59249	
11	22.14109	24.62969	24.10618	
1	22.63658	26.98047	25.52950	

4 库底淤沙厚度对动水压力的影响

我们采用水体位移有限元法探讨有前节计算模型中考虑库底具有淤沙层,并假设淤沙作为弹性体条件下,考虑不同淤沙层厚度和淤沙的材料参数(弹性模量与容重)变化时,对垂直刚性墙面的动水压力影响.对图3中基面受动荷载的情况与上节算例完全相同.

具体计算方案,对库底淤沙层厚度分别取 1 m , 11 m , 21 m , 31 m 四种情况.淤沙材料的弹模分别取 $1.55 \times 10^5\text{ MPa}$ (在下表中称高弹模)及 $1.55 \times 10^4\text{ MPa}$ (简称低弹模).淤沙容重取三种,分别为 15 kN/m^3 , 20 kN/m^3 和 25 kN/m^3 (在下表中以序记 A、B、C).泊松比取 0.3 .按平面应变情况计算.计算成果汇总于表2~表5之中.

表 2 1 m 淤沙动水压力分布						
Table 2 Dynamic pressure of sediment of 1 m in thickness on the reseroir bottom						10 ⁴ Pa
高程	低弹模			高弹模		
/m	A	B	C	A	B	C
61	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00
51	7.916 76	7.917 61	7.918 48	8.554 31	8.554 42	8.554 53
41	11.642 01	11.642 69	11.643 36	10.956 68	10.956 79	10.956 90
31	11.433 30	11.434 96	11.436 52	11.965 32	11.965 51	11.965 66
21	15.306 48	15.307 71	15.308 93	14.392 29	14.392 37	14.392 45
11	20.494 99	20.497 44	20.499 89	17.570 66	17.570 88	17.571 10
1 *	9.295 75	9.296 79	9.297 83	0.917 67	0.917 68	0.917 69

* 为淤沙层(下同).

表 3 11 m 淤沙动水压力分布						
Table 3 Dynamic pressure of sediment of 11 m in thickness on the reseroir bottom						10 ⁴ Pa
高程	低弹模			高弹模		
/m	A	B	C	A	B	C
61	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00
51	13.014 58	13.362 76	13.721 11	13.505 78	13.553 62	13.601 63
41	18.882 60	19.332 97	19.847 16	14.766 67	14.761 51	14.756 27
31	13.841 85	14.312 86	14.798 30	25.674 89	25.770 38	25.866 13
21	21.036 89	21.510 18	21.994 60	28.223 29	28.248 52	28.273 69
11 *	6.503 20	6.670 07	6.841 89	9.981 83	10.014 49	10.047 24
1 *	1.763 83	1.790 70	1.817 72	3.500 18	3.500 68	3.511 75

表 4 21 m 淤沙动水压力分布						
Table 4 Dynamic pressure of sediment of 21 m in thickness on the reseroir bottom						10 ⁴ Pa
高程	低弹模			高弹模		
/m	A	B	C	A	B	C
61	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00
51	13.541 63	15.026 57	16.733 43	10.119 00	10.254 61	10.390 18
41	11.815 39	13.524 36	15.548 38	8.676 84	8.651 78	8.626 41
31	27.749 20	30.249 96	33.064 97	44.502 07	44.753 58	45.006 13
21 *	6.097 66	6.957 01	7.044 68	9.847 13	9.861 01	9.875 14
11 *	5.247 51	5.709 76	6.225 38	14.828 23	14.862 65	14.897 52
1 *	0.865 25	0.792 33	0.761 86	2.958 40	2.985 99	3.013 64

表 5 31 m 淤沙动水压力分布						
Table 5 Dynamic pressure of sediment of 31 m in thickness on the reseroir bottom						10 ⁴ Pa
高程	低弹模			高弹模		
/m	A	B	C	A	B	C
61	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.000 00
51	22.203 93	28.073 32	38.636 58	27.953 07	28.374 24	28.803 21
41	12.349 29	12.912 13	13.459 52	35.147 65	36.169 47	37.240 51
31 *	7.115 35	11.851 69	22.897 63	5.368 11	5.597 01	5.539 32
21 *	14.071 52	21.379 04	37.900 39	25.375 18	26.150 39	26.984 50
11 *	7.038 39	11.581 02	20.854 82	7.379 96	7.422 24	7.550 59
1 *	0.148 23	0.208 25	0.914 37	4.518 04	4.684 26	4.853 65

从上述成果的分析可以得到以下几点认识：

- a. 比较表1与表2的计算结果,可以看出库底积有薄层淤沙能降低坝面的动水压力.
- b. 当库底淤沙厚度增加时,坝面上部由库水引起的动水压力有所增加,而淤沙对坝面产生的动压力则有所减小,坝面所受的动水压力荷载不再呈抛物线分布,特别在紧靠淤沙层上方动水压力放大尤为明显,这与我们科研组进行的坝前淤沙对坝面动水压力试验成果所揭示的规律是一致的.
- c. 淤沙容重的变化对计算成果影响较小,而其弹性模量对坝面动水压力影响较大,一般是趋于增大淤沙对坝面的动压力和靠近淤沙上方库水引起的动水压力.
- d. 在淤沙层中,淤沙对坝面产生的动压力一般在紧靠水—沙交界面下方达到最大值,并逐渐向下递减,在库底达到最小值.

5 结 语

文中计算成果是在单频简谐地震波作用下得到的,与实际地震记录有一定差异,加之人为假定某些参数与库底固定约束条件,使计算成果与实际情况不完全符合.但值得注意的是在纯水情况下坝面动水压力的分布规律与韦氏解是相似的,而考虑淤沙特别是在底库厚淤沙条件下,坝面动水压力的分布特征和数值均产生变化,并在一定程度上得到了室内小结构试验的论证.尽管对库底淤沙的模拟等还比较粗糙,但研究成果所揭示的动水压力分布的一些现象值得引起重视,并可供进一步研究参考.

参考文献：

- [1] Gregory Fennes, Anipk Chopra. Earthquake analysis of concrete gravity dams including reservoir bottom absorption and dam-water-foundation rock interaction[J]. Earthquake Engineering and structural Dynamics, 1984, 12: 663 ~ 680.
- [2] 傅作新. 水工结构力学问题的分析与计算论文集[M]. 南京: 河海大学出版社, 1993. 171 ~ 190.
- [3] Yeh C S, Wu Y T. Dynamic pressures on dams due to horizontal earthquakes. Proc Society of Experimental Stress Analysis[J]. 1980, 44(4): 59 ~ 66.
- [4] 陈和群, 钱向东, 崔爱华. 用水体位移元分析拱坝与水库相互作用[J]. 水利学报, 1998(6): 64 ~ 68.
- [5] 陈和群, 彭宣茂. 有限元法微机程序与图形处理[M]. 南京: 河海大学出版社, 1992. 65 ~ 67.
- [6] 陈和群, 何学春. 用 Lagrangian 水体位移元求解坝体与库水的动力耦合问题[J]. 河海大学学报, 1996, 24(2): 14 ~ 20.
- [7] Greeves E J, Taylor G A. The use of displacement type fluid finite element for analysis of dam-reservoir interaction[J]. Dam Eng, 1992(3): 169 ~ 190.
- [8] 舒尔曼 C F 著. 水工建筑物的抗震计算[M]. 杨显明等译. 北京: 水利出版社, 1980. 151 ~ 173.
- [9] 陈和群. 直接滤波法的改进方案[J]. 华东水利学院学报, 1984, 12(4): 13 ~ 15.
- [10] Chen B F, Hung T K. Dynamic pressure of water and sediment on rigid dam[J]. J. of Engineering Mechanics, ASCE, 1993, 119(7): 1411 ~ 1433.
- [11] Prevost J H. Wave propagation in fluid-saturated porous media: an efficient finite element procedure[J]. Int J Soil Dynamics Earthquake Engineering, 1985, 4(4): 183 ~ 202.

Dynamic Pressure of Water and Sediment in Reservoir on Rigid Dam

CHEN He-qun, ZHANG Qing

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: A displacement type fluid element technique is developed for two-dimensional dynamic analysis of a system composed of a rigid dam, water in the reservoir, and sediment on the reservoir bottom. Sediment is an elastic material in the model. The results of dynamic pressure varying with sediment thickness and material parameter are reported.

Key words: displacement fluid element; reservoir and sediment; dam-reservoir dynamic interaction; earthquake response