

柱形机墩垂直振动计算

茹建辉

(广东省水利厅,广东 广州 510150)

摘要 通过对激振源、合理计算模型及其解的初步分析,提出柱型机墩垂直振动计算应注意的问题及计算方法,供工程设计参考。
关键词 柱形机墩;垂直振动;计算
中图分类号:TK73 文献标识码:A 文章编号:1000-1980(2000)04-0085-07

1 激 振 源

引起机墩产生垂直振动的外力不像某些文献所述的那样,认为只有水流间歇地冲击叶片引起的振动,即振动频率为

$$n_1 = x_1 x_2 n / a \tag{1}$$

式中: x_1, x_2 ——导叶片数和转轮叶片数; n ——水轮机转速; a —— x_1 和 x_2 的最大公约数。目前大量观测和研究成果证明,使水轮机和机墩产生垂直振动的原因主要还有下述几个方面^[1,2]。

1.1 尾水管涡带

混流式水轮机或定桨式水轮机在部分负荷(约在开度的40%~70%或最优流量的30%~80%范围)时,水流沿圆周切向的分速度较大,使尾水管内形成一高速旋转的水体即涡带。当涡核内的压力低于汽化压力或者水中含气量足够大时,涡带内就形成一个始于泄水锥的螺旋状空腔,它会周期性地引起尾水管速度场的变化,产生压力脉动。实测证明,这种压力变动值往往可达机组有效水头的15%~25%,脉动频率一般为

$$n_e = (0.24 \sim 0.39)n \tag{2}$$

1.2 卡门涡

当水流从水轮机叶片的正背两面离开时,叶片后会出现一种称为卡门涡的旋涡。它一般以噪音的形式出现,到引起叶片共振时始被发觉。其频率可由下式确定:

$$n_c = s \frac{v}{d} \tag{3}$$

式中: v ——叶片出口边缘的相对速度,m/s; d ——叶片出口边缘的当量厚度,m; s ——斯特鲁哈数,一般取0.18~0.22。

1.3 迷宫环止漏装置的压力脉动

水轮机止漏装置的间隙较小,其前后的压差较大。当机组由于某些原因,如干摩擦、油膜振荡、机械缺陷和转轴的内滞力引起主轴产生弓状回旋时,转轮上冠与顶盖间的间隙会周期性地发生变化,出现压力脉动,从而使水轮机产生振动。转轮的下环和座环间的环形室也常常出现这种问题。试验表明,振动频率约为转速的2~4倍,近似地等于主轴弯曲振动的自振频率。因影响这类振动的边界较复杂,目前仍难于定量分析。

1.4 水轮发电机组设计、制造和安装缺陷

由水轮发电机组设计、制造和安装缺陷引起的振动一般随负荷增大而增大。广东省某水电站在满负荷时噪声振耳,中控室与发电机层之间的墙壁、窗户均明显地感到振动,满负荷时上机架的最大振幅达0.05mm,振动加速度达0.3g。经与厂家研究,改变发电机内的线路联接后,振动明显减弱。

2 振动微分方程

2.1 振动阻力

现有文献中不少仍采用沃尔特 (W. Voigt) 1890 年提出的假设,即认为结构的振动阻力(或阻尼)与振动速度成正比,即

$$R = -\mu \frac{\partial u}{\partial t} \tag{4}$$

式中: μ ——阻力系数; u ——位移。
研究证明,采用上述假设计算结构振动会出现难以解释的矛盾和很大的数值误差.任何结构材料都不是完全弹性材料,在屈服极限以内加荷和卸荷过程的应力应变迹线是不重合的.当加荷和卸荷达一定数量后,对一个完整的加荷卸荷过程,应力和应变曲线^[4]是一条狭长的椭圆状的封闭曲线,称为滞后回线(如图1).滞后回线包围的面积等于在一个完整的加卸荷循环内材料所吸收的能量(部分转化为热能).如果将材料吸收的能量假设由材料内部的一种非弹性阻力来完成,由图1可见,当变形最大时,这种非弹性阻力为零;当位于静力平衡位置时,非弹性阻力达最大值.根据原苏联学者索罗金(Е.С. Сорокин)提出的建议,图1所表述的结构内部的应力、应变和非弹性阻力的关系可用下式来表示:

$$\sigma = (1 + i\zeta)E\varepsilon \tag{5}$$

式中: ζ ——材料非弹性阻力系数; E ——材料弹性模量; ε ——应变.一般 ζ 与材料的性质和应力状态有关,当结构应力与材料的屈服应力之比较小时, ζ 值较小;反之则较大.常用材料的 ζ 值见表1^[3].

2.2 机墩运动微分方程及其解

设有如图2所示的等截面柱形机墩,墩身材料容重为 γ ,弹性模量为 E ,非弹性阻力系数为 ζ ,墩高为 l ,墩身横截面面积为 F ,各截面沿垂直方向振动的位移为 u ,墩顶垂直静荷为 W_1 ,周期性动荷 $P(t) = P_1 e^{i\omega t}$.假设墩基础为具有集中质量 W_0/g 的弹簧系统,其非弹性阻力系数为 ζ' ,基础在静荷 $(W_1 + \gamma Fl)$ 作用下的位移为 δ .则墩上一微段的动力平衡方程为

$$\frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \tag{6}$$

以式(5)代入,并令 $\lambda = \sqrt{Eg/\gamma}$,得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \lambda^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + i\zeta \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \tag{7}$$

考虑到墩顶和墩基础的振动影响,边界条件为

$$(a) \quad x = 0 \quad \frac{W_0}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{W_1 + \gamma Fl}{\delta} [u + i\zeta' u] = F\sigma \tag{8}$$

$$(b) \quad x = l \quad \frac{W_1}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = P(t) - F\sigma \tag{9}$$

解得
$$u = u_c \cos \omega t + u_s \sin \omega t \tag{10}$$

式中
$$\left. \begin{aligned} u_c &= C_1 \cos Bx \operatorname{ch} Ax + C_2 \cos Bx \operatorname{sh} Ax + C_3 \sin Bx \operatorname{ch} Ax + C_4 \sin Bx \operatorname{sh} Ax \\ u_s &= -C_1 \sin Bx \operatorname{sh} Ax - C_2 \sin Bx \operatorname{ch} Ax + C_3 \cos Bx \operatorname{sh} Ax + C_4 \cos Bx \operatorname{ch} Ax \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

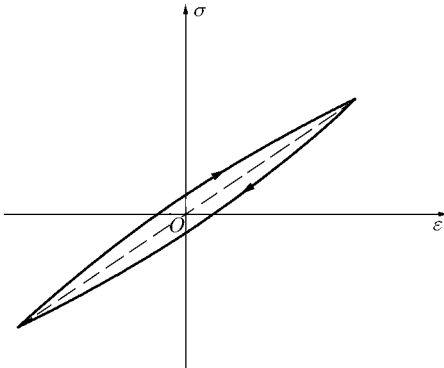


图1 应力-应变关系曲线
Fig.1 Stress VS. strain

表1 常用材料非弹性阻力系数 ζ 值
Table 1 ζ Value of some usual materials

材料	混凝土	砖砌体	木材	钢材
ζ	0.05 ~ 0.1	0.04 ~ 0.08	0.03 ~ 0.05	0.01 ~ 0.025

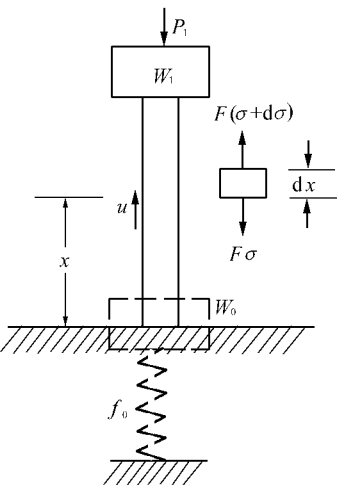


图2 计算模型
Fig.2 Calculation model

$$A = \frac{\omega}{(1 + \zeta^2)^{\frac{1}{4}} \lambda} \sin(\frac{1}{2} \tan^{-1} \zeta) \qquad B = \frac{\omega}{(1 + \zeta^2)^{\frac{1}{4}} \lambda} \cos(\frac{1}{2} \tan^{-1} \zeta) \tag{12}$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{P_1 g}{W_1 \Delta_0} (M \varphi_2 + N \varphi_3 + I \varphi_4) & C_2 &= \frac{P_1 g}{W_1 \Delta_0} (\varphi_2 + M \varphi_1 - N \varphi_4) \\ C_3 &= \frac{P_1 g}{W_1 \Delta_0} (\varphi_3 + N \varphi_1 + M \varphi_4) & C_4 &= \frac{P_1 g}{W_1 \Delta_0} (-N \varphi_2 + M \varphi_3 + I \varphi_4) \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

$$M = \frac{D}{\Delta} [(k^2 - \phi \omega^2) A_0 + \zeta' k^2 B_0] \qquad N = \frac{D}{\Delta} [(k^2 - \phi \omega^2) B_0 - \zeta' k^2 A_0] \qquad I = M^2 + N^2 \tag{14}$$

$$\Delta = (k^2 - \phi \omega^2)^2 + \zeta'^2 k^4 \qquad D = \frac{E F g}{W_1 + \gamma F l} = \frac{E g}{\sigma_1 + \gamma l} \tag{15}$$

$$\sigma_1 = W_1 / F \qquad k = \sqrt{g / \delta} \qquad \phi = \frac{W_0}{W_1 + \gamma F l} \tag{16}$$

$$A_0 = A - \zeta B \qquad B_0 = B + \zeta A \tag{17}$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= (A_0 \cos B l \operatorname{sh} A l - B_0 \sin B l \operatorname{ch} A l) \frac{E g}{\sigma_1} - \omega^2 \cos B l \operatorname{ch} A l \\ \varphi_2 &= (A_0 \cos B l \operatorname{ch} A l - B_0 \sin B l \operatorname{sh} A l) \frac{E g}{\sigma_1} - \omega^2 \cos B l \operatorname{sh} A l \\ \varphi_3 &= (A_0 \sin B l \operatorname{sh} A l + B_0 \cos B l \operatorname{ch} A l) \frac{E g}{\sigma_1} - \omega^2 \sin B l \operatorname{ch} A l \\ \varphi_4 &= (A_0 \sin B l \operatorname{ch} A l + B_0 \cos B l \operatorname{sh} A l) \frac{E g}{\sigma_1} - \omega^2 \sin B l \operatorname{sh} A l \end{aligned} \right\} \tag{18}$$

$$\Delta_0 = (\varphi_2 + M \varphi_1 - N \varphi_4)^2 + (\varphi_3 + N \varphi_1 + M \varphi_4)^2 \tag{19}$$

应力为

$$\sigma = \sigma_c \cos \omega t + \sigma_s \sin \omega t \tag{20}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= E [C_1 (-B_0 \sin B x \operatorname{ch} A x + A_0 \cos B x \operatorname{sh} A x) + C_2 (-B_0 \sin B x \operatorname{sh} A x + A_0 \cos B x \operatorname{ch} A x) + \\ &\quad C_3 (B_0 \cos B x \operatorname{ch} A x + A_0 \sin B x \operatorname{sh} A x) + C_4 (B_0 \cos B x \operatorname{sh} A x + A_0 \sin B x \operatorname{ch} A x)] \\ \sigma_s &= E [-C_1 (B_0 \cos B x \operatorname{sh} A x + A_0 \sin B x \operatorname{ch} A x) - C_2 (B_0 \cos B x \operatorname{ch} A x + A_0 \sin B x \operatorname{sh} A x) + \\ &\quad C_3 (-B_0 \sin B x \operatorname{sh} A x + A_0 \cos B x \operatorname{ch} A x) + C_4 (B_0 \sin B x \operatorname{ch} A x + A_0 \cos B x \operatorname{sh} A x)] \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

由

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \sqrt{u_c^2 + u_s^2} = 0 \tag{22}$$

可求得结构自振频率 ω_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) ,在不考虑结构内部的非弹性阻力时 ,即 $\zeta = \zeta' = 0$,有

$$A_0 = A = 0 \qquad B_0 = B = \omega / \lambda \tag{23}$$

$$M = 0 \qquad N = \frac{B D}{k^2 - \phi \omega^2} \qquad I = N^2 \tag{24}$$

$$\varphi_1 = -\frac{B E g}{\sigma_1} \sin B l - \omega^2 \cos B l \qquad \varphi_2 = \varphi_4 = 0 \qquad \varphi_3 = \frac{B E g}{\sigma_1} \cos B l - \omega^2 \sin B l \tag{25}$$

$$\Delta_0 = (\varphi_3 + N \varphi_1)^2 \tag{26}$$

$$C_1 = \frac{P_1 g N}{W_1 (\varphi_3 + N \varphi_1)} \qquad C_2 = C_4 = 0 \qquad C_3 = \frac{P_1 g}{W_1 (\varphi_3 + N \varphi_1)} \tag{27}$$

$$u = \frac{P_1 g}{W_1 (\varphi_3 + N \varphi_1)} (N \cos B x + \sin B x) \cos \omega t \tag{28}$$

$$\sigma = \frac{P_1 g E B}{W_1 (\varphi_3 + N \varphi_1)} (-N \sin B x + \cos B x) \cos \omega t \tag{29}$$

显然,当 $x = l$ 时满足 $\varphi_3 + N\varphi_1 = 0$ (30)

的 ω 值即为结构的自振频率. 式 (30) 也可写成如下形式:

$$\frac{BEg}{\sigma_1} - \omega^2 \tan Bl - \frac{BD}{k^2 - \psi \omega^2} \left(\frac{BEg}{\sigma_1} \tan Bl + \omega^2 \right) = 0 \tag{31}$$

3 计算举例

某工程等截面柱形机墩高 $l = 3.8\text{ m}$, 墩顶承受静荷应力 $\sigma_1 = W_1/F = 78.4\text{ kPa}$, 动荷应力峰值 $P_1/F = 20.286\text{ kPa}$. 机墩为 C15 钢筋混凝土结构, 材料容重 $\gamma = 2.4\text{ t/m}^3$, 弹模 $E = 2.352 \times 10^7\text{ kPa}$. 基础计算振动集中重量与其上部静荷重之比 $\psi = W_0/(W_1 + \gamma Fl) = 0.05$. 机墩和基础材料的非弹性阻力系数 $\zeta = \zeta' = 0.1$. 基础自振频率 $k = \sqrt{g/\delta} = 3\,280\text{ rad/s}$.

当动荷载频率为 $\omega = 250 \sim 9\,550$ 时, 用本文方法算得的机墩墩顶位移 u_l 和机墩自振频率 ω_0 见表 2. 在第一至第四阶共振时, 墩顶位移 u_l 、振动速度 v_l 和加速度 a_l 比较详见表 3. 由表 2 和表 3 可见, 影响机墩安全主要为第一阶自振频率的共振, 其振幅与单自由度弹性系统一样, 约为静荷等于 P_1 时变形的 $1/\zeta$ 倍.

表 2 机墩位移和自振频率计算成果
Table 2 Calculated results of u_l & ω_0

ω ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)	u_l (10^{-3}mm)	ω_0^*	ω ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)	u_l (10^{-3}mm)	ω_0^*	ω ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)	u_l (10^{-3}mm)	ω_0^*
250	3.01	ω_{01}^F ω_{01}	2700	0.46	ω_{02}^F ω_{02}	5900	0.074	ω_{04}^F ω_{04}
350	4.36		2762.27	0.57		6050	0.069	
450	5.39		2806.73	0.60		6200	0.065	
550	7.64		2850	0.58		6350	0.061	
650	14.88		3000	0.43		6500	0.058	
700	26.69		3150	0.34		6650	0.055	
726.92	32.69		3300	0.28		6800	0.053	
726.73	32.70		3450	0.24		6950	0.051	
750	27.55		3600	0.20		7100	0.051	
800	14.11		3750	0.18		7250	0.053	
900	6.07	ω_{03}^F ω_{03}	3900	0.16	ω_{03}^F ω_{03}	7400	0.057	
1000	3.64		4050	0.143		7455.15	0.057	
1100	2.50		4200	0.128		7500	0.057	
1200	1.85		4350	0.115		7540.16	0.057	
1300	1.44		4500	0.103		7600	0.054	
1400	1.15		4650	0.093		7750	0.047	
1500	0.94		4800	0.085		7900	0.042	
1600	0.78		4950	0.086		8050	0.039	
1700	0.65		5100	0.102		8200	0.036	
1800	0.55		5132.25	0.105		8350	0.034	
1900	0.47	ω_{03}^F ω_{03}	5150	0.106	ω_{03}^F ω_{03}	8500	0.033	ω_{03}^F ω_{03}
2000	0.39		5200	0.108		8650	0.032	
2100	0.33		5217.00	0.109		8800	0.031	
2200	0.27		5250	0.108		8950	0.030	
2300	0.21		5300	0.106		9100	0.030	
2400	0.16		5450	0.097		9250	0.031	
2500	0.15		5600	0.088		9400	0.033	
2600	0.24		5750	0.080		9550	0.039	

注: ω_{0i}^F 为按式 (30) 近似计算的自振频率; ω_{0i} 为按式 (22) 计算的自振频率.

表 3 各阶共振特征值计算比较

Table 3 Comparison of the main parameters of resonance

阶序	自振频率 ω_0	墩顶位移振幅 u_l		墩顶速振幅 v_l		墩顶加速度振幅 a_l		墩顶应力振幅 σ_l		墩底应力振幅 σ_o	
	数值 ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)	数值 (10^{-3}mm)	u_{li}/u_{l1}	数值 ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	v_{li}/v_{l1}	数值 ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	a_{li}/a_{l1}	数值 /kPa	σ_{li}/σ_{l1}	数值 /kPa	σ_{oi}/σ_{o1}
1	726.726	32.704	1	0.0237	1	17.272	1	139.75	1	226.54	1
2	2806.733	0.595	0.0182	0.00167	0.0705	4.690	0.2715	29.64	0.2121	-31.03	0.137
3	5217.003	0.109	0.0033	0.00057	0.0241	2.966	0.1735	10.27	0.0735	9.77	0.0431
4	7455.148	0.057	0.0017	0.00043	0.0181	3.189	0.1846	7.22	0.0517	6.0	0.0265

4 影响机墩第一自振频率(以下简称自振频率)的因素

由以上分析可见,影响机墩自振频率计算精度的因素有墩身材料容重 γ 、弹性模量 E 、非弹性阻力系数 ζ 、墩顶的静荷应力 σ_1 ,以及墩基材料非弹性阻力系数 ζ' 、墩基础振动计算模型的振动质量 W_0/g (或 ψ)基础在上部静荷作用下的弹性变形 α (或 k)等.一般地, γ 变化不大; E 与设计值的误差约为 $\pm 10\%$; 墩身和墩基的非弹性阻力系数变化范围为 $0.05 \sim 0.10$,但墩顶的静力载荷 σ_1 不仅与楼板传来的载荷有关,而且与水轮机的轴向力亦即工作水头等因素密切相关,一般难以准确地确定;基础的简化计算模型及相应计算参数亦不易准确选定.为估计这些参数变化对自振频率计算的影响,现将 E 值变动 $\pm 10\%$ 、 $\zeta = \zeta'$ 分别取 0.05 和 0.10 、 ψ 取 0.05 和 0.20 、 k 值和 σ_1 值各变动 $\pm 50\%$ 时第一自振频率计算成果与标准值比较见表 4.

表 4 给定条件下第一自振频率计算成果

Table 4 Calculated results for the first natural frequency under given conditions

ζ	ψ	E	k	$\sigma_1 = 39.2 \text{ kPa}$		$\sigma_1 = 117.6 \text{ kPa}$	
		(10^7 kPa)	$(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	$\omega_0(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	相对误差/%	$\omega_0(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	相对误差/%
0.05	0.05	2.1168	1640	780.896	7.45	572.053	-21.28
			4920	860.734	18.44	601.990	-17.16
		2.5872	1640	844.025	16.14	624.741	-14.03
			4920	948.871	30.57	664.553	-8.56
	0.20	2.1168	1640	778.086	7.06	571.465	-21.36
			4920	860.683	18.43	601.981	-17.17
2.5872		1640	839.814	15.56	623.818	-14.16	
		4920	948.788	30.57	666.538	-8.56	
0.10	0.05	2.1168	1640	780.312	7.37	571.279	-21.39
			4920	860.510	18.41	601.938	-17.17
		2.5872	1640	843.323	16.04	624.510	-14.07
			4920	948.608	30.53	664.500	-8.56
	0.20	2.1168	1640	777.484	6.57	571.871	-21.31
			4920	860.459	18.40	601.947	-17.17
		2.5872	1640	839.091	15.46	623.582	-14.19
			4920	948.524	30.52	666.485	-8.56

注:相对误差为 ω_0 与算例的 $\omega_{01} = 726.726 \text{ rad/s}$ 的相对差值.

由表 4 可见,在算例的条件下:(a)当计算参数有上述范围的变化时,自振频率的变动范围为 $-21.4\% \sim 30.6\%$;(b)基础相对集中振动质量 ψ 的取值误差对墩自振频率的影响甚微,对振幅的影响亦不大;(c)非弹性阻力系数的误差对自振频率的计算影响甚微,但对振幅计算的影响较大;(d)对自振频率影响最大的因素依次为 E 、 σ_1 和 k .

自振频率在算例条件下偏导数的近似值分别为: $\frac{\partial \omega_{01}}{\partial E} \approx 0.466$, $\frac{\partial \omega_{01}}{\partial \sigma_1} \approx -0.321$, $\frac{\partial \omega_{01}}{\partial k} \approx 0.037$.由此可见,在柱形机墩的振动计算中,对弹性模量 E 、墩顶静荷应力 σ_1 取值误差的影响必须予以足够的重视.

5 机墩垂直振动的近似计算——能量法

首先考虑不计振动阻力时机墩垂直振动.设图 2 的机墩为一组合弹簧系统,机墩的弹性常数

$$f_1 = \frac{EF}{l} \quad (32)$$

基础弹性常数

$$f_0 = \frac{W_1 + \gamma Fl}{\delta} \quad (33)$$

墩顶离开平衡位置的位移 u 为基础位移 u_0 和墩顶相对墩底的位移 u_1 之和,即

$$u = u_0 + u_1 \quad (34)$$

则组合弹簧系统的弹性变形能为

$$E_s = \frac{1}{2} f_0 u_0^2 + \frac{1}{2} f_1 u_1^2 = \frac{1}{2} \bar{f} u^2 \quad (35)$$

式中 $\bar{f}$ ——组合弹簧常数 $\bar{f} = \frac{f_0 f_1}{f_0 + f_1}$.

设机墩各截面的位移与其到墩底的距离成正比,则组合弹簧系统的动能为

$$E_d = \frac{W_0}{g} \left(\frac{du_0}{dt} \right)^2 + \frac{W_1}{2g} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 + \frac{\gamma F}{2g} \int_0^l \left(\frac{du_0}{dt} + \frac{x}{l} \frac{du_1}{dt} \right)^2 dx = \frac{\bar{W}}{2g} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 \quad (36)$$

其中

$$\bar{W} = \left[\eta^2 W_0 + W_1 + \frac{\gamma Fl}{3} (1 + \eta + \eta^2) \right] = F \sigma_1 \left[1 + \eta^2 \psi \left(1 + \frac{\gamma l}{\sigma_1} \right) + \frac{\gamma l}{3 \sigma_1} (1 + \eta + \eta^2) \right] \quad (37)$$

$$\eta = \frac{\bar{f}}{f_0} = \left[1 + \frac{(\sigma_1 + \gamma l) l}{E \delta} \right]^{-1} \quad (38)$$

$\bar{W}$ 为组合弹簧系统的计算重量.当系统无外力作用和能量损耗时, E_s 和 E_d 之和为常数,即

$$\frac{1}{2} \bar{f} u^2 + \frac{\bar{W}}{2g} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 = C \quad (39)$$

式(39)两边对 t 微分,得自振方程:

$$\frac{\bar{W}}{2g} \frac{d^2 u}{dt^2} + \bar{f} u = 0 \quad (40)$$

自振频率为

$$\omega_0 = \sqrt{g \bar{f} / \bar{W}} \quad (41)$$

对有能量消耗的强迫振动,可得形式与单自由度系统振动相同的运动方程,即

$$u = \frac{P_1 / \bar{f}}{\sqrt{(1 - \omega^2 / \omega_0^2)^2 + \xi^2}} \cos(\omega t + \beta) \quad (42)$$

式中 ξ ——组合弹簧系统的非弹性阻力系数.用上例资料可计算得系统自振频率 $\omega_0 = 733.077 \text{ rad/s}$,与精确解差 0.874%; $u_l = 0.033876 \text{ mm}$,与精确解之差为 3.58%.

假设墩身质量全部集中在墩顶,有

$$E_d = \frac{W_1 + \gamma Fl}{2g} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 + \frac{W_0}{2g} \left(\frac{du_0}{dt} \right)^2 = \frac{W_1 + \gamma Fl}{2g} (1 + \phi \eta^2) \left(\frac{du}{dt} \right)^2 \quad (43)$$

这里,计算重量取

$$\bar{W} = (W_1 + \gamma Fl) (1 + \phi \eta^2) \quad (44)$$

用上例资料由式(41)算得 $\omega_0 = 591.407 \text{ rad/s}$,与精确解之差为 -18.62%.

6 结 论

a. 引起机墩垂直振动的激振源除水流间歇冲击转轮叶片产生的脉动外,机组的负荷情况、水力条件、机组的设计和制造工艺、安装和维护水平等都是可能激发机墩垂直振动的诱因.激振源的振幅和频率各不相同,机墩的自振频率不是单一的恒定值,而是与机墩工作条件相适应的一组范围值.

b. 与其它多自由度弹性系统一样,当激振源频率等于基墩的第一自振频率时,机墩的振动和动应力均最大,如果激振源的频率远离机墩的第一自振频率,即使发生共振,机墩的振幅和应力都不会很大,一般可不

- 予考虑.
- c. 由于振动过程中存在结构内能消耗 ,即使发生共振 ,机墩的振幅和应力都只能增大至一定限度 ,不会无限增大. 只要机墩的振动不影响设备的正常运行 ,不危害运行人员的健康和不会危及结构安全 ,可以容许把某些条件下的共振尤其是高阶共振作为机墩的正常工作条件.
- d. 当函数 $\sin Bx$ 的自变量 $Bx < \pi/2$,并形状接近直线时 ,用能量法近似计算结构第一自振频率有足够的精度 ;当 $Bx > \pi/2$ 时 ,机墩的位移沿墩高变化与线性的假设相差甚大 ,难以用能量法进行计算 ,宜用解析法进行分析.
- e. 用能量法计算机墩的第一自振频率和振幅时 ,必须充分考虑机墩质量沿墩高分布的特点. 如果将墩身的质量简单地简化为集中在墩顶的质点 ,其计算误差可能接近或超过计算参数选择不准确造成的误差 ,二者叠加后会导致判断共振的常用条件($|\omega/\omega_0| < 0.2 \sim 0.3$)失真.

参考文献：

[1] 水利水电科学研究院. 水轮机水力振动译文集[M]. 北京 :水利电力出版社 ,1997. 1 ~ 50.

[2] 候晖昌. 水轮机振机成因分析及其防止[J]. 广东省水电科技 ,1975(2) :1 ~ 18.

[3] 索罗金 E C 著. 厂房承重结构的动力计算[M]. 泰大雄译. 北京 :中国工业出版社 ,1963. 1 ~ 15 ,44 ~ 52 ,81 ~ 90 ,101 ~ 148.

[4] 索罗金 E C 等著. 结构抗振译文集[M]. 陈府群 等译. 北京 :科学出版社 ,1965. 1 ~ 68.

[5] 王纯吾. 关于水电站立式机组机墩动力计算方法的探讨[J]. 水力发电 ,1988(10) 36 ~ 38.

Calculation of Vertical Vibration of the Pier Base of Turbines

RU Jian-hui

(Guangdong Water Conservancy Department ,Guangzhou 510150 ,China)

Abstract :Vertical vibration generally exists on the pier base of vertical axis type turbines ,and it is a key problem that must be solved in designing. Through analysis of the source of vibration ,calculation model ,and its solution ,problems in calculation are pointed out and calculation methods are proposed for designers' reference.

Key words : pier base ;vertical vibration ;calculation