

城镇水厂最优水价模型

蔡守华¹, 周明耀¹, 岳金桂²

(1. 扬州大学水利与建筑工程学院, 江苏 扬州 225009; 2. 河海大学技术经济学院, 江苏 南京 210098)

摘要 介绍了由城镇供水生活用水需求弹性和工业用水需求弹性计算生活用水需求函数和工业用水需求函数的方法, 以水厂最大利润为目标, 建立了最优水价模型, 推导了最优水价公式, 并给出了一个算例说明模型的应用。

关键词 城镇供水, 需求函数, 价格, 模型

中图分类号 :TU991 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2000)04-0101-03

目前城镇供水水价的确定主要以供水成本费用为依据, 同时考虑合理利润及税金。由于水价的急剧变动对整个社会的政治和经济稳定都有一定的影响, 因此这种确定水价的原则还应长期执行。但是自来水厂(简称水厂)具有企业性质, 同样也追求最大利润。根据水厂生产状况和用水供需情况, 合理确定水价是水厂追求最大利润的手段之一。我国目前正在建设社会主义市场经济体制, 供水行业已经进入市场经济轨道, 供水水价也将逐步放开。本文即讨论水厂实现最大利润的最优供水价格计算方法。水厂完全按自身的最大利润确定水价, 在目前仍不能现实, 但可作为决策水价的依据之一。

1 供水需求函数

供水需求函数是供水的需求量与它的价格之间的函数关系。建立供水需求函数最理想的办法是分别制定不同的供水水价, 并统计相应的实际供水量, 然后用曲线拟合的办法得出供水需求函数。但是这种办法在现实中是不可能的。推导供水需求函数的另一种途径是利用供水需求弹性。目前国内外都有一些供水需求弹性的研究成果。近几年国内各地相继调整了供水水价, 利用水价调整前后供水量的变化也可估算或验证供水的需求弹性。下面根据供水的需求弹性来推导供水需求函数。

目前部分小城镇水厂只有生活用水和工业用水两种水价, 大、中城市水厂多有三种或三种以上水价。本文以仅有生活和工业用水两种水价的情况为例, 说明推求供水需求函数和水厂最优水价的一般方法。

供水行业为垄断行业, 因此水厂需求曲线与供水的市场需求曲线完全相同。设当前生活用水供水价格为 P_{S0} , 对应的日平均生活用水需水量为 Q_{S0} , 供水需求弹性为 E_{S0} ; 工业用水供水价格为 P_{G0} , 对应的日平均工业用水需水量为 Q_{G0} , 供水需求弹性为 E_{G0} 。并设生活用水需求函数 Q_S 和工业用水需求函数 Q_G 分别为

$$Q_S = A_S - B_S P_S \tag{1}$$

$$Q_G = A_G - B_G P_G \tag{2}$$

式中: P_S, Q_S ——生活用水水价及需水量; P_G, Q_G ——工业用水水价及需水量; A_S, A_G ——水价假设为零时的生活需水量和工业需水量, 称绝对需水量。式(1)、式(2)分别对 P_S 和 P_G 求导, 得 $B_S = -\frac{dQ_S}{dP_S}, B_G = -\frac{dQ_G}{dP_G}$ 。可见 B_S 和 B_G 表示需求对水价的敏感程度。

在 $Q_S = Q_{S0}, P_S = P_{S0}$ 时, 生活用水需求弹性为

$$E_{S0} = -\frac{dQ_S}{dP_S} \cdot \frac{P_{S0}}{Q_{S0}}$$

又因 $B_S = -\frac{dQ_S}{dP_S}$ 故有

$$B_S = \frac{E_{S0}Q_{S0}}{P_{S0}} \tag{3}$$

再将 B_S, Q_{S0}, P_{S0} 代入式 (1) 得

$$A_S = (1 + E_{S0})Q_{S0} \tag{4}$$

因此得生活用水需求函数为

$$Q_S = (1 + E_{S0})Q_{S0} - \frac{E_{S0}Q_{S0}}{P_{S0}} \cdot P_S \tag{5}$$

同理可计算得

$$B_G = \frac{E_{G0}Q_{G0}}{P_{G0}} \tag{6}$$

$$A_G = (1 + E_{G0})Q_{G0} \tag{7}$$

因此工业用水需求函数为

$$Q_G = (1 + E_{G0})Q_{G0} - \frac{E_{G0}Q_{G0}}{P_{G0}} \cdot P_G \tag{8}$$

2 水厂最优水价模型

若供水需求函数为 $Q_S = A_S - B_S P_S, Q_G = A_G - B_G P_G$, 供水水价为 P_S 和 P_G , 则水厂收益函数为

$$R = Q_S P_S + Q_G P_G = A_S P_S + A_G P_G - B_S P_S^2 - B_G P_G^2 \tag{9}$$

设供水总成本为 C , 不变成本为 S , 单位供水量可变成本为 V , 则成本函数为

$$C = S + V(Q_S + Q_G) = S + A_S V + A_G V - B_S V P_S - B_G V P_G \tag{10}$$

利润函数为

$$B = R - C = -B_S P_S^2 + (A_S + B_S V)P_S - B_G P_G^2 + (A_G + B_G V)P_G - (A_S + A_G)V - S \tag{11}$$

求式 (11) 对于 P_S 和 P_G 的偏导数, 并令其等于零, 得

$$\frac{\partial B}{\partial P_S} = -2B_S P_S + A_S + B_S V = 0 \qquad \frac{\partial B}{\partial P_G} = -2B_G P_G + A_G + B_G V = 0$$

故得最优供水水价为

$$P_S^* = \frac{A_S}{2B_S} + \frac{V}{2} \tag{12}$$

$$P_G^* = \frac{A_G}{2B_G} + \frac{V}{2} \tag{13}$$

式 (12) 及 (13) 表明, 最优供水水价与绝对需水量和可变成本成正比, 与需求对水价的敏感程度成反比。

将 A_S, B_S 和 A_G, B_G 的表达式分别代入式 (12) 及 (13) 得

$$P_S^* = \frac{(1 + E_{S0})P_{S0}}{2E_{S0}} + \frac{V}{2} \tag{14}$$

$$P_G^* = \frac{(1 + E_{G0})P_{G0}}{2E_{G0}} + \frac{V}{2} \tag{15}$$

3 算 例

某水厂当前日平均供水量为 3.85 万 t, 其中生活用水为 1.35 万 t, 工业用水为 2.50 万 t, 生活用水水价为 0.65 元/t, 工业用水水价为 0.85 元/t, 估测生活用水需求弹性为 0.5, 工业用水需求弹性为 0.4。固定资产折旧费、维护修理费为不变成本, 总额 550 万元, 动力费、混凝剂费、消毒剂费、水资源费、原水费、职工工资福利费等为可变成本, 总额为 410 万元。

将 $Q_{S0} = 1.35$ 万 t/d, $P_{S0} = 0.65$ 元/t, $E_{S0} = 0.5$, $Q_{G0} = 2.50$ 万 t/d, $P_{G0} = 0.85$ 元/t, $E_{G0} = 0.4$, 代入式 (3) 及

式(4)式(6)式(7)得 $B_S = 1.04$, $A_S = 2.03$, $B_G = 1.18$, $A_G = 3.50$ 再由式(1)式(2)得需求函数

$$Q_S = 2.03 - 0.96P_S \quad Q_G = 3.25 - 0.83P_G$$

日供水固定成本为 $S = 550/365 = 1.51$ 万元 ,单位供水量可变成本为

$$V = \frac{410}{3.85 \times 365} = 0.29 \text{ (万元 / 万 t)}$$

将 A_S, B_S, A_G, B_G, S, V 代入式(9)式(10)和式(11) ,分别得收益函数、成本函数和利润函数为

$$R = -1.04P_S^2 - 1.18P_G^2 + 2.03P_S + 3.50P_G$$

$$C = -0.3P_S - 0.34P_G + 3.19$$

$$B = -1.04P_S^2 - 1.18P_G^2 + 2.33P_S + 3.48P_G - 3.11$$

令 $\frac{\partial B}{\partial P_S} = 0$, $\frac{\partial B}{\partial P_G} = 0$ 得 $P_S^* = 1.12$ 元/t , $P_G^* = 1.63$ 元/t.

以上逐步计算是为说明需求函数、收益函数和成本函数等计算方法.若只为计算最优供水水价 ,只需将有关数据代入式(14)式(15)即可计算出最优水价.

在 $P_S = 0.65$ 元/t , $P_G = 0.85$ 元/t 时 ,由利润函数可算得水厂利润为 0.38 万元/d.在 $P_S = 1.12$ 元/t , $P_G = 1.63$ 元/t 时 ,日平均生活用水供水量和工业用水供水量分别减少为 0.87 万 t/d 和 1.58 万 t/d ,此时水厂获得最大利润为 0.61 万元/d.

可见该水厂在生活用水和工业用水水价分别提高到 1.12 元/t 和 1.63 元/t 时 ,日生活用水量减少 0.48 万 t ,日工业用水量减少 0.92 万 t ,日利润增加 0.23 万元.若水价继续提高 ,则会因为需求量的迅速减少而使利润降低.从本例也可看出 ,目前自来水节水潜力很大 ,适当提高水价 ,需水量可明显降低.

4 结 语

a. 目前确定城镇供水水价还需考虑政治因素.本文所建的最优水价模型仅以水厂自身的最大利润为目标 ,因此所得最优水价只作为决定水价的依据之一.

b. 本文以只有生活和工业两种供水水价的情况为例说明了供水需求函数和最优水价模型的建立方法.若有三种或三种以上供水水价 ,同样可按以上原理建立最优水价模型.

c. 本文在推导生活用水和工业用水供水需求函数时 ,假定需求函数为线性.这种假定与实际情况并不相符 ,但在需水和水价实际可能的变化范围内不会有明显误差.对计算结果影响较大的是需求弹性.目前关于供水需求弹性的研究虽有一些成果 ,但还不成熟.供水需求弹性在其它方面也有重要应用 ,因此有待对其进一步研究.

参考文献 :

- [1] 韩国刚 ,于连生 ,姜凤兰 等.水资源核算[M].北京 :科学出版社 ,1995.15 ~ 22.
- [2] 高鸿业 ,吴易风.现代西方经济学[M].北京 :经济科学出版社 ,1990.135 ~ 144.

A Model of Optimum Water Price for Urban Water Plants

CAI Shou-hua¹ , ZHOU Min-yao¹ , YUE Jin-gui²

(1. College of Water Conservancy ,Yangzhou Univ. ,Yangzhou 225009 ,China ;

2. College of Technical Economics ,Hohai Univ. ,Nanjing 210098 ,China)

Abstract : According to the change of domestic water the demand and industrial water demand a water demand function is deduced. A model of water price for maximum profit is developed. An example is given to explain the application of the model.

Key words : urban water supply ;demand function ;price ;model