

二维水库水流泥沙数值模拟

陈界仁, 沙捞·巴里, 陈国祥

(河海大学水文水资源及环境学院, 江苏 南京 210098)

摘要 根据水库的水沙运动特点及库区地形条件, 考虑悬移质和推移质运动, 建立了二维水流泥沙数学模型. 网格单元用拉普拉斯方程和代数方法生成, 模型方程用有限元法离散求解. 利用水槽试验资料和水库实测资料进行模型验证和稳定性分析, 结果表明: 计算的断面流速分布、流场和河床变形与实测结果基本吻合.

关键词 数学模型 流场 泥沙输送 水库

中图分类号 :TV143 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2000)05-0011-05

水库长期利用过程中的主要问题是上游流域泥沙进入水库并在库中淤积, 淤积后会产生物理的、生物的和和社会的影响. 物理的影响表现在河道造床流量改变、断面形态调整、上游河床抬高及三角洲淤积上延等. 水库淤积也会威胁大坝安全, 导致底部出流口的堵塞, 影响排沙, 减少有效库容, 降低水库的防洪、发电和灌溉效益. 因此需要开发和应用模型来模拟水流和泥沙输送并考虑不规则边界, 为水库管理利用和控制泥沙淤积提供有用的信息. 针对这一目的, 本文建立了数学模型. 该模型采用有限元离散求解, 对不规则边界进行了处理, 提高了模型适用于复杂边界的能力.

1 数 学 模 型

1.1 水流运动的基本方程

对三维水流连续、运动方程沿水深积分得二维深度平均水流运动方程. 在其推导过程中包含了如下假设条件: (a) 假设水体垂向混合均匀, 分层的影响可被忽略; (b) 水平流速在垂线分布基本均匀. 基本方程为

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial (Hu)}{\partial x} + \frac{\partial (Hv)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (Hu)}{\partial t} + \frac{\partial (Hu^2)}{\partial x} + \frac{\partial (Huv)}{\partial y} = -gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial (H\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial (H\tau_{xy})}{\partial y} + \frac{\tau_{sx} - \tau_{bx}}{\rho} \quad (2)$$

$$\frac{\partial (Hv)}{\partial t} + \frac{\partial (Huv)}{\partial x} + \frac{\partial (Hv^2)}{\partial y} = -gH \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial (H\tau_{yx})}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial (H\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\tau_{sy} - \tau_{by}}{\rho} \quad (3)$$

式中: u, v ——深度平均流速; H ——水深; ζ ——水位; $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yy}$ ——紊动切力; τ_{sx}, τ_{sy} ——水面切力; τ_{bx}, τ_{by} ——床面切力. 运动方程中没有考虑浮力项. 当水体尺度较大时, 紊动切力可被忽略, 而紊动切力不可忽略时, 用紊流模型确定.

1.2 模型参数

要求解上述方程组, 需要确定模型的参数, 即紊动粘性系数、床面切力和水面切力. 紊动粘性系数用紊流模型确定, 紊流模型有常数模型、普朗特混合长度模型、一方程和二方程模型. 本文采用常数模型.

$$\tau_{ij} = \nu_t \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \quad \nu_t = \alpha u_* H \quad (4)$$

式中: α ——系数; u_* ——摩阻流速; ν_t ——紊动粘性系数.

床面切力为

$$\tau_{bx} = \rho g u \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{C^2} \quad \tau_{by} = \rho g v \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{C^2} \tag{5}$$

其中 C 为谢才系数.

水面剪切力

$$\tau_s = C_d \rho_a W_z^2$$

式中 C_d ——风阻力系数 ; W_z ——水面上高度 z 处的风速 ; ρ_a ——空气密度.

1.3 水流运动方程的有限元求解

有限元法最主要的优点是对复杂边界的适应能力比较强. 将不规则区域划分为有限个规则单元, 然后在每个单元上利用插值函数对方程离散, 采用伽辽金加权余量法, 得到每个单元的逼近函数

$$u = \bar{u} \approx \sum_{i=1}^N \psi_i(x, y) u_i \quad v = \bar{v} \approx \sum_{i=1}^N \psi_i(x, y) v_i \quad \eta = \bar{\eta} \approx \sum_{i=1}^M \Psi_i(x, y) \eta_i \tag{6}$$

式中 N ——单元内流速插值的点数 ; M ——水位插值点数 ; u_i, v_i, η_i ——节点的流速和水位 ; ψ_i, Ψ_i ——插值函数, 采用混合插值方法可减少数值震荡, 得到稳定解. 将单元的逼近函数代入单元上的伽辽金表达式, 整理后得二阶项的有限元方程^[1]

$$\left. \begin{aligned} (K_{uu} + K_{vu} + K_{ux} + K_{uy} + K_{fu}) a_u^e + K_{hx} a_h^e &= f_x \\ (K_{vu} + K_{vv} + K_{vx} + K_{vy} + K_{fv}) a_v^e + K_{hy} a_h^e &= f_y \\ K_{hu} a_u^e + K_{hv} a_v^e + (K_{hhx} + K_{hhy}) a_h^e &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

上述方程的系数构成切向矩阵, 利用标准的有限元技术对上述矩阵求和得到流速和水位的总体矩阵. 总体矩阵是非对称、非线性的, 其求解一般采用 Newton-Raphson、修正的牛顿法和拟牛顿法, 本文采用拟牛顿法^[2]. 在每一步求解过程中, 采用拟牛顿法不需要进行矩阵转换就能得到新矩阵, 采用 Broyden 迭代法能较好处理非对称的总体矩阵^[3]. 系数矩阵为稀疏矩阵, 为减少计算机的存贮量, 将稀疏矩阵转换成矢量, 为加速收敛, 采用线型搜索.

2 泥沙输送模型

2.1 悬移质泥沙输送

悬移质泥沙遵循紊动扩散规律, 其运动方程为

$$\frac{\partial(Hc)}{\partial t} + \frac{\partial(Huc)}{\partial x} + \frac{\partial(Hvc)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(H\Gamma_s \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(H\Gamma_s \frac{\partial c}{\partial y} \right) - \beta\omega(c - c_*) \tag{8}$$

式中 c ——深度平均含沙量 ; Γ_s ——泥沙扩散系数, $\Gamma_s = \nu_t / \sigma_t$, σ_t 为施米特数 ; ω ——泥沙沉速 ; c_* ——挟沙能力, $c_* = K \left(\frac{u^3}{gh\omega} \right)^m$, $m = 0.9 \sim 1.0$, $K = 0.015 \sim 0.025$; β ——恢复饱和系数. 方程 (8) 分成对流项和扩散项两部分. 对流部分用逆征线法和四阶龙格库塔法求解, 扩散部分用有限元法求解. 这种解法适应高 Peclet 数.

2.2 总输沙率

悬移质输沙率为

$$q_{sx} = ucH \quad q_{sy} = vcH \tag{9}$$

推移质输沙率采用 Bagnold 公式计算 :

$$q_b = 11.6\gamma_s D_i u_* (\theta_i - \theta_{ci}) [1 - \sqrt{\theta_{0i}/\theta_i}] i_0 \tag{10}$$

式中 γ_s ——泥沙容重 ; D_i ——第 i 组泥沙的粒径 ; i_0 ——泥沙百分数 ; θ_i ——无因次切力 ; θ_{ci} ——泥沙启动时无因次切力. $\theta_{ci} \geq 0.23$ 时 $\theta_{0i} = 0.23$, $\theta_{ci} < 0.23$ 时 $\theta_{0i} = \theta_{ci}$.

2.3 河床变形计算

河床变形方程为

$$(1 - p) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (q_{sx} + q_{bx}) + \frac{\partial}{\partial y} (q_{sy} + q_{by}) = 0 \tag{11}$$

式中 p ——泥沙孔隙率 ; z_b ——床面高程.

方程 (11) 用有限元离散, 计算方法同水流计算. 离散后的总体方程为

$$L_{ij}\Delta z_j = K_i$$

(12)

将泥沙输沙率代入式(12),即可计算每一节点的河床高程.详细的计算程序见文献[1].

3 模型应用

3.1 水槽水流运动模拟

用水槽实验资料进行模型验证,将模型的计算结果与珠江航道局水槽试验资料进行比较.水槽的坡度为 1:50,长和宽分别为 14.4 m,7.2 m,见图 1.测量断面为梯形,其坡度为 1:5,度宽为 2.5 m.为保证入流均匀,水池进口横断面用木制挡板.

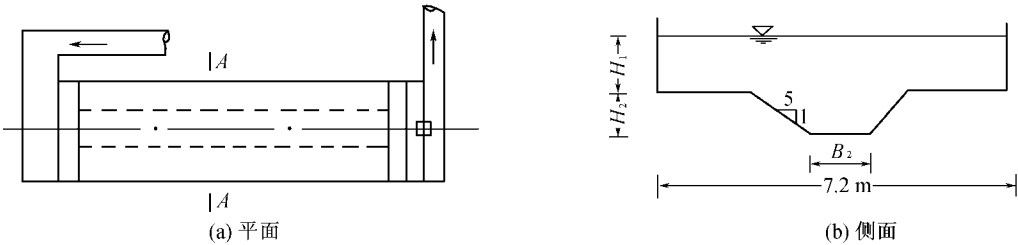


图 1 水槽试验示意图

Fig.1 Set-up for laboratory investigations(a) plan(b) section

实验采用的三组入流条件为 $H_2/H_1 = 3, 2, 1.5$, 流速测点为垂线的 $0.2H, 0.6H$ 和 $0.8H$ 处,由此得到深度平均值,试验中的曼宁糙率系数为 0.013.为进行数值模拟,计算域分成 40×20 个节点,计算初始时用正常水深,进口用流速分布,每个节点的水平流速取断面平均流速, v 等于零.水流计算直到稳定为止,其标准为误差小于 0.001 m.计算结果与实测结果比较如图 2 所示.由图 2 可见,三级流量下的计算流速分布与实验结果比较吻合.这表明,该模型能用于水库水流计算.

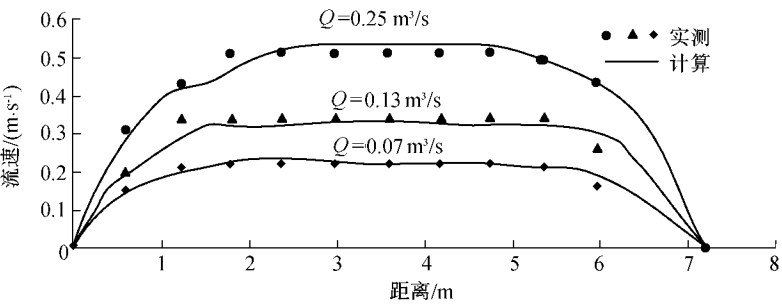


图 2 模型计算的流速分布与实测结果的比较

Fig.2 Comparison of velocity distribution between calculated and experimental data

3.2 白沙水库计算

将上述模型应用于白沙水库计算中,首先进行模型敏感性分析,确定合适的网格单元以满足计算精度,然后比较计算结果与实测结果,以分析不同网格单元数对计算结果的影响.计算中,进口流量为 $630 \text{ m}^3/\text{s}$,入库含沙量为 $38 \text{ kg}/\text{m}^3$,下游水位为 218.7 m,单元数分别为 240 和 1102,计算结果见图 3 和图 4.由图可见,计算结果在流速方向及量级上都有差别,单元数越多,计算的流速分布显得更为合理.因此,要保证计算结果的精度,需采用较小的网格单元.

在进行多年计算中,将水沙系列概化.对于非汛期,最大的时段为 30 d,其入流量一般小于 $2 \text{ m}^3/\text{s}$,含沙量小于 $0.10 \text{ kg}/\text{m}^3$,在大洪水季节,时段降低到 1 d.计算中输入的资料是 (a)水库边界资料 (b)进口流量和沙量过程 (c)初始床

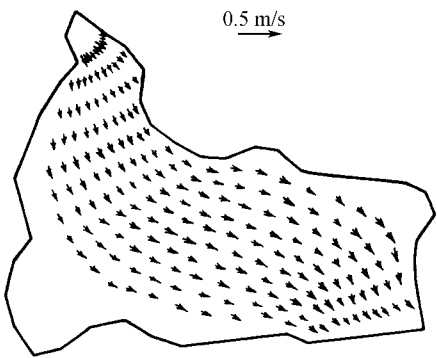


图 3 白沙水库计算的流场 240 个单元, 流量 $q = 630 \text{ m}^3/\text{s}$

Fig.3 Flow field at $q = 630 \text{ m}^3/\text{s}$ 240 elements

沙级配. 计算域分成 1 102 个单元、3 461 个节点, 水流和泥沙的自由度分别为 8 102 和 3 461, 总的线型存贮数分别为 5 598 和 4 990. 在每个时间步, 用迭代法进行水流、总输沙量、河床变形和床沙级配的计算. 流场和河床高程计算结果分别见图 4 和图 5.

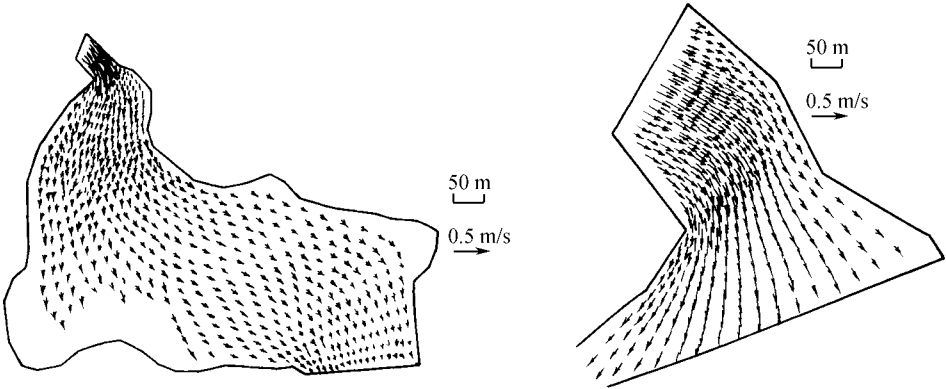


图 4 白沙水库计算的流场(1 102 个单元, 流量 $q = 630 \text{ m}^3/\text{s}$)
Fig.4 Flow field at $q = 630 \text{ m}^3/\text{s}$, 1 102 elements



图 5 白沙水库 1987 年河床地形
Fig.5 Bed elevation of reservoir in 1987

水流入库后, 流速受阻而减小, 当进口的水流流速为 0.194 m/s 时, 库区的水流流速为 0.02 m/s, 当进库流速为 0.71 m/s 时, 库区流速小于 0.2 m/s. 1978 ~ 1987 年水库淤积情况计算结果见图 5 (a), 实测的水库淤积结果见图 5 (b). 计算结果表明, 计算的淤积量与实测结果基本一致, 相对误差为 7.2%, 但在水库的入口处, 计算的淤积量比实测结果略大.

4 结 论

数学模型是研究水库泥沙问题有效、经济的手段. 复杂的不规则边界用拉普拉斯方程和代数法结合自动生成网格, 流场用拟牛顿迭代求解, 辅之以 Broyden 迭代和线型搜索, 节省了存贮空间, 提高了求解效率. 悬沙运动方程分解成对流和扩散两部分, 对流项用逆特征线求解, 扩散项用有限元求解, 采用混合层概念考虑床沙组成变化.

模型计算结果与水槽试验结果吻合较好, 与白沙水库实测结果基本相符. 由于资料较少, 本文没有考虑异重流运动, 但本文建立的模型为解决这一问题提供了有用的工具.

参考文献:

[1] Salau O B E. Mathematical modeling of flow and sediment transport in artificial impoundment [D] [Ph. D. Thesis], Nanjing : Hohai University , 1999.

[2] Engelmans M S ,Strang G ,Bathe K J.The application of quasi-Newton methods in fluid mechanics. Int J of Num Methodes in Eng ,1981 , 17 :707 ~ 718.

[3] Broyden C G. A class of methods of solving non-linear simultaneous equations. Math Comp ,1965 ,19 577 ~ 610.

Two Dimensional Numerical Simulation of Flow and
Sediment Transport in Reservoir

CHEN Jie-ren , Salau O.B.E. , CHEN Guo-xiang

(College of Water Resources and Environment ,Hohai Univ. ,Nanjing 210098 ,China)

Abstract :A 2D depth averaged numerical simulation of flow and sedimentation in reservoir using finite element method is presented. The model solves the basic equations on a mesh generated by boundary fitting with Laplace equations and algebraic method. The flow field is solved by quasi-Newton method ,while the suspended sediment transport ,by Euler-Largrangian method. The model has been used to predict flow in a laboratory flume ,with very good results. The robustness of the model is also demonstrated by numerical study of flow and sediment transport in a reservoir. One limitation in the model is the expensive CPU time required for its microcomputer-based application.

Key words :mathematical model ;flow field ;sediment transport ;reservoir

欢迎订阅 全国水利系统优秀期刊 江苏省优秀期刊 欢迎投稿

水利水电科技进展

新颖 实用 快捷



(也可直接汇款至编辑部订阅 ,
另加 6.00 元邮寄费)

双月刊 ,A4 开本 彩色封面 64 页 2001 年全年定价 30.00 元 全国各地邮局均可订阅

国际标准刊号 :ISSN 1006—7647

国内统一刊号 :CN 32—1439/TV

国外发行代号 :DK 32003

(中国出版对外贸易总公司)

国内邮发代号 :28—244

编辑部地址 :210098 南京市西康路 1 号

联系电话 : (025) 3713777—50335

电子信箱 : kkb@hhu.edu.cn

银行帐号 : 南京工行宁海路分理处

02114249—0102459