

求解应力确定性模型温度分量的函数拟合法

郑福寿¹, 沈长松², 林益才²

(1. 江苏省水利厅, 江苏 南京 210029; 2. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 提出确定性模型温度分量的合理表达式,即基于数理统计和温度场理论,首先建立求解坝体运行初期温度场的计算模型,再由温度场计算温度应力分量,进而建立改进的应力确定性模型.分析表明,改进后的应力确定性模型比常规模型拟合精度高,且易于预报.

关键词 确定性模型 温度场 温度应力分量 拟合精度 统计分析

中图分类号 :TV698.2⁺37 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2000)05-0054-05

从理论上讲,确定性模型(变形或应力)的拟合精度应该最好.这是因为,它不仅考虑了坝体的结构特征,而且它还考虑了坝体的力学特征等.然而,实际情况并非如此,确定性模型的拟合精度比统计模型和混合模型低得多.如文献[1]中混合模型的复相关系数 $R = 0.98$, $S = 0.0325$ MPa,确定性模型的复相关系数 $R = 0.64$, $S = 0.095$ MPa,两者的复相关系数相差 0.34.这除了与边界条件复杂、有限元计算简化处理等因素有关外,还与温度分量的表达式有关.本文介绍一种改进温度分量表达式的方法.

1 改进温度分量表达式方法的原理

1.1 温度场模型原理^[2]

根据热传导理论和能量守恒定律,对于均匀的各向同性的具有内部热源的水工混凝土,在直角坐标系下的热传导微分方程式为

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \tag{1}$$

$a = \lambda / (c\rho)$

式中: T ——温度; τ ——时间; a ——导温系数(又称温度扩散系数); λ ——导热系数; c ——比热容; ρ ——密度; θ ——混凝土的绝热温升.

混凝土坝总是暴露在空气或浸没在水中,而气温和水温在一年之中基本上可认为按正弦曲线变化,因此,混凝土坝的热传导方程的边界条件可简单表示如下:

上游面:
下游面及坝顶:

$$\left. \begin{aligned} T &= A_w \cdot \sin \omega (\tau - \epsilon) \\ T &= A_a \cdot \sin \omega \tau \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

式中: A_w ——上游水温的年变幅; A_a ——气温的年变幅; ω ——圆频率; ϵ ——水温滞后于气温的时间.

从式(1),(2)可以看出,混凝土坝内任一点的温度是按一定的周期作简谐变化的,相位角滞后于水温 and 气温,同时由于水化热作用的影响,其温度的年变幅将逐年衰减.可见,混凝土坝内温度场可用函数 $f_T(x, y, z, t)$ 表示,它是时间和位置坐标的函数,但不是简单的线性关系.

由于热传导方程(1)的复杂性,我们无法直接从式(1),(2)解出温度场的严格解析式.在工程运用中,通常用有限元法、有限差分法等求得温度场.这里介绍一种简单而实用的推求混凝土坝温度场的函数拟合法.由叠加原理可知,任意一个连续曲面总可以用一系列简单的数学曲面相叠加,以任意精度逼近,从而得到满足实际需要的表达式.对于混凝土坝的温度场函数 $f_T(x, y, z, t)$ 来讲,可以分解为周期函数 $f'_T(x, y, z, t)$ (如正弦函数或余弦函数)和衰减函数 $f''_T(x, y, z, t)$ (如指数函数),如图 1 所示.

收稿日期 :1999-06-03

作者简介 郑福寿(1974—),男,福建龙岩人,硕士,主要从事水工结构工程及工程管理方面的研究.

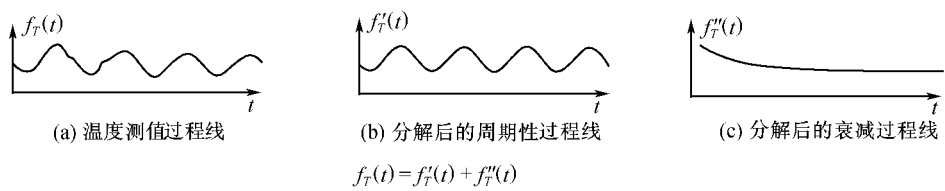


图 1 温度测值及其分解示意图

Fig.1 Measured temperature and its decomposition

曲面拟合 $f_T(x,y,z,t)$ 的形式有很多,假设某一温度观测断面的 z 坐标为零,则可以采用如下形式进行拟合.

a. 二次曲面

$$f_T(x,y,t) = g_1(x,y) + g_2(x,y) \cdot e^{-nt} + g_3(x,y) \cdot \sin \frac{2\pi t}{365} + g_4(x,y) \cdot \cos \frac{2\pi t}{365}$$
$$g_i(x,y) = a_{0i} + a_{1i} \cdot x^2 + a_{2i} \cdot y^2 + a_{3i} \cdot xy + a_{4i} \cdot x + a_{5i} \cdot y \quad i = 1,2,3,4$$

(3)

式中 t 为与始测日之间的天数.

b. 三次曲面

表达式同式(3),但 $g_i(x,y)$ 的含义为

$$g_i(x,y) = a_{0i} + a_{1i} \cdot x^3 + a_{2i} \cdot y^3 + a_{3i} \cdot x^2y + a_{4i} \cdot xy^2 + a_{5i} \cdot x^2 + a_{6i} \cdot y^2 + a_{7i} \cdot xy + a_{8i} \cdot x + a_{9i} \cdot y \quad i = 1,2,3,4$$

(4)

c. 多次曲面

$$f_T(x,y,t) = \sum_i a_i \cdot E(x,y) + \sum_j b_j \cdot F(x,y) \cdot e^{-nt} + \sum_k c_k \cdot G(x,y) \cdot \sin \frac{2\pi t}{365} + \sum_l d_l \cdot H(x,y) \cdot \cos \frac{2\pi t}{365}$$

(5)

式中 $E(x,y), F(x,y), G(x,y), H(x,y)$ 为核函数,可为正双曲型、倒双曲型等.

上述三式中, $f_T(x,y,t)$ 表达式中各系数的估算是根据断面温度计的观测时间、位置 (x,y) 和测值,用逐步回归分析法求得各系数的最佳估计值,同时通过显著性检验得到最佳显著因子的函数形式. 求得了温度场的函数 $f_T(x,y,t)$ 表达式后,就可以知道断面上任一点任意时刻的温度值.

1.2 改进的温度分量表达式

一般大坝保持在线弹性范围内,根据叠加原理,各变温值作用下的温度应力分量为

$$\sigma'_T = \sum_{i=1}^{m_2} b_i \cdot f_T(x_i, y_i, t)$$

(6)

由于计算 b_i 时,是假设坝体材料的物理力学和热力学参数 E_c, α_{c0} 求得的,从而 σ'_T 与真实值有差别,需要用系数 J 来调整,即

$$\sigma_T = J \cdot \left(\sum_{i=1}^{m_2} b_i \cdot f_T(x_i, y_i, t) \right) = J \cdot \sigma'_T$$

(7)

式中: m_2 ——温度计的支数; b_i ——载常数; $f_T(x_i, y_i, t)$ ——如式(3), (4) 或(5)所示; J ——调整系数.

2 工程算例

某混凝土重力坝,最大坝高 85.83 m,坝顶高程 1117.5 m,其内观典型断面见图 2. 温度计在运行期一般每月观测一次,与应力观

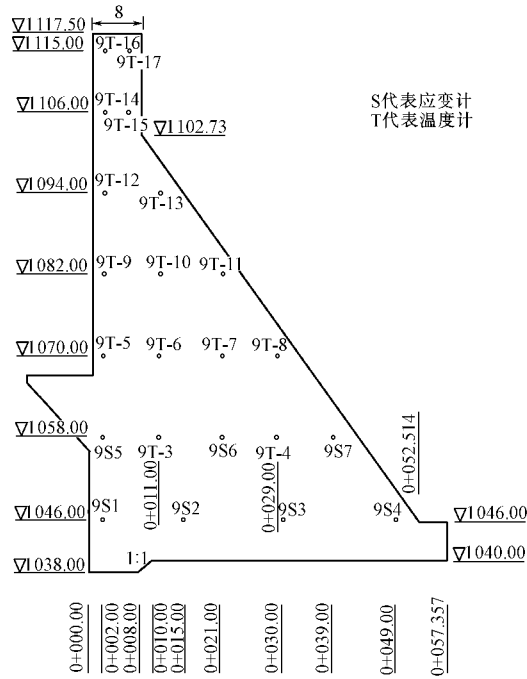


图 2 内观典型断面

Fig.2 The typical cross-section internal

测同步.本文以应变计 9S1 测点的垂直应力实测资料为例来说明改进温度应力分量在确定性模型中的应用.应变计 9S1 测点距坝基面 8 m,距上游面 2.0 m,所用观测资料时段为运行初期(蓄水之日起算).

2.1 温度场的计算

2.1.1 温度计测值的预处理

参与温度场计算的温度计测值,应该无误差,因此首先应对实测值进行预处理,消除误差.本次计算采用回归分析的方法对数据进行预处理.由以往的工程经验知,坝内温度主要受水化热、外界气温和水温等的影响.水化热影响具有衰减的特性,可用衰减函数拟合,而气温和水温的影响具有周期性特征,可用周期函数拟合.综上,温度计测值的模型可以用如下方程表示:

$$f_i(t) = a_0 + a_1 \cdot \sin \frac{2\pi t}{365} + a_2 \cdot \cos \frac{2\pi t}{365} + a_3 \cdot e^{-rt}$$

(8)

式中: t ——天数; a_0, a_1, a_2, a_3 ——回归系数; r ——衰减系数,与导温系数等有关.

2.1.2 温度场的拟合

由前面经过预处理的数据,分别用式(3)的二次曲面和式(4)三次曲面进行拟合,子样的个数为各支温度计测值子样之和.拟合结果分别列入表 1 和表 2.

表 1 二次曲面的回归结果
Table 1 Regression result of conicoid

a_{01}	a_{11}	a_{21}	a_{31}	a_{41}	a_{51}	a_{02}	a_{12}	a_{22}	a_{32}	a_{42}	a_{52}	a_{03}
15.87	0	0	1.76×10^{-2}	0	0.102	-9.99×10^{-3}	-8.26×10^{-4}	-1.35×10^{-3}	0.529	0	-5.080	0
a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{43}	a_{53}	a_{04}	a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{54}	R	S
1.35×10^{-4}	0	0	0	1.788	0	-1.03×10^{-3}	-1.89×10^{-2}	0	0	0	0.902	1.889

表 2 三次曲面的回归结果
Table 2 Regression result of cubic surface

a_{01}	a_{11}	a_{21}	a_{31}	a_{41}	a_{51}	a_{61}	a_{71}	a_{81}	a_{91}	a_{02}
8.808	0	0	0	0	1.95×10^{-2}	0	0	0	0.208	2.43
a_{12}	a_{22}	a_{32}	a_{52}	a_{62}	a_{72}	a_{82}	a_{92}	a_{03}	a_{13}	a_{23}
-7.81×10^{-5}	-9.70×10^{-3}	-7.98×10^{-4}	1.13×10^{-2}	6.53×10^{-2}	0	-0.528	0	1.96×10^{-4}	-4.92×10^{-5}	1.50×10^{-4}
a_{33}	a_{43}	a_{53}	a_{63}	a_{73}	a_{83}	a_{93}	a_{04}	a_{14}	a_{24}	a_{34}
2.72×10^{-5}	-1.09×10^{-2}	6.97×10^{-3}	0	0	-0.293	5.340	0	2.76×10^{-5}	0	-2.21×10^{-5}
a_{44}	a_{54}	a_{64}	a_{74}	a_{84}	a_{94}	R	S	F		
-2.02×10^{-2}	-4.32×10^{-3}	0	0	0	6.427	0.945	1.441	434.58		

由于子样较多,分布面广,回归模型中存在误差.但是,这两种模型的复相关系数均达到 0.90 以上,因此认为回归结果有效.比较二次曲面和三次曲面所得的结果(表 1 和表 2),三次曲面的拟合精度更好.因此,以下计算中采用三次曲面模型.

2.2 确定性模型因子的确定^[3,4]

2.2.1 水压应力因子

假设坝体平均弹性模量 $E_c = 18 \text{ GPa}$,泊松比 $\mu_c = 0.167$,而基岩弹性模量和泊松比取现场测值,即 $E_r = 31 \text{ GPa}$, $\mu_r = 0.265$.用有限元方法可算得应力的理论值

$$\sigma'_H = (-7.345 + 0.933H - 3.322 \times 10^{-2}H^2 + 6.561 \times 10^{-4}H^3) \times 0.01 \text{ MPa}$$

(9)

式中 H 为坝前水头.

2.2.2 温度应力因子

大坝运行初期,各方面的应力均处在调整阶段,坝内各点的温度变化对坝体应力的影响并不相同,如果用等效温度代替各点的实际温度,虽然可以简化计算,但是这极有可能曲解温度作用的影响.有鉴于此,本次计算不采用等效温度,而直接用各点温度的拟合值作为温度分量因子.由三维有限元计算即可得到各测点的载常数,详见表 3.按本文方法计算坝体实测温度场,代入式(6)得到温度应力分量.

表 3 9S1 垂直应力温度载常数
Table 3 Constant of vertical stress of 9S1

温度计	9S1	9S2	9S3	9S4	9S5	9S6	9S7	9T-5	9T-6	9T-7
载常数	-110.86	2.99097	0.30931	-0.9831	-1.4327	0.75261	-1.6854	-0.7314	-0.2315	-0.2931
温度计	9T-8	9T-9	9T-10	9T-11	9T-12	9T-13	9T-14	9T-15	9T-16	9T-17
载常数	-1.1550	-0.0425	-0.1437	-0.2024	0.0052	0.0057	-2.1×10^{-5}	-2.1×10^{-6}	1.39×10^{-6}	1.45×10^{-6}

2.2.3 时效应力因子

应力的时效分量主要体现混凝土的徐变因素引起的应力. 根据混凝土的徐变规律, σ_θ 用下式表示:

$$\sigma_\theta = C_1 \cdot \theta + C_2 \cdot \ln(\theta + 1) \tag{10}$$

式中 θ 为从下闸蓄水之日起算, 每增加 1 d 增加 0.01.

2.3 应力数学模型

经回归分析, 得到 9S1 垂直应力的确定性模型(Ⅰ)(表 4); 直接采用温度计实测值, 分析得到常规确定性模型(Ⅱ)(表 4); 此外, 为比较说明, 表 5 列出了混合模型的评价指标.

表 4 9S1 垂直应力确定性模型
Table 4 Vertical stress deterministic model of 9S1

回归系数	回归系数					回归成果		分析时段
	b_0	X	J	C_1	C_2	R	S	
模型(Ⅰ)	-0.1533	0.4649	1.0862	-7.714×10^{-2}	-6.728×10^{-2}	0.982	0.0878	94-11 ~ 97-12
模型(Ⅱ)	-0.1131	0.3549	1.1795	-5.114×10^{-2}	-0.2102	0.966	0.1198	94-11 ~ 97-12

2.4 回归成果分析

比较模型(Ⅰ)和模型(Ⅱ)的拟合精度, 可见模型(Ⅰ)的复相关系数 R 高, 标准差 S 低, 且接近于混合模型. 这表明, 按本文介绍的方法计算坝体实际温度场, 可明显提高确定性模型的拟合精度.

表 5 9S1 垂直应力混合模型的评价指标

Table 5 Assessment index of vertical stress hybrid model for 9S1				
评价指标	R	S	F	分析时段
混合模型	0.992	0.0594	458.105	94-11 ~ 97-12

3 结 论

- a. 本文在讨论温度场模型中不仅考虑了时间因子, 而且引进了坐标因子, 所以可以方便求得任一点任意时刻的温度值, 在有限元网格划分时, 可以不将温度计测点放在结点上, 降低了有限元剖分的难度.
- b. 按本文方法建立的确定性模型, 具有常规确定性模型和统计模型的优点. 确定性模型中的水压和温度应力分量由有限元计算, 计算荷载包含可能发生的极值, 因而具有长期预报的功能; 而且, 它还具有统计模型拟合精度高的特点.
- c. 在用本文介绍的确定性模型(Ⅰ)进行预报时, 只要日期和水位即可预报出任一天的应力值, 比常规确定性模型预报更为方便.

参考文献:

[1] 吴中如, 沈长松, 阮焕祥. 水工建筑物安全监控理论及其应用[M]. 南京: 河海大学出版社, 1990. 267 ~ 268.
[2] 郭之章, 傅华. 水工建筑物的温度控制[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990. 41 ~ 52.
[3] 陆绍俊, 沈长松, 王润英. 混凝土坝变形数学模型研究[J]. 河海大学学报, 1998, 26(5): 81 ~ 86.
[4] 周卫娟. 大坝安全监测动态模型研究及其在馈控分析中的应用[D]: [学位论文]. 南京: 河海大学, 1995.

Function Fitting Method of Temperature Component in Stress Deterministic Model

ZHENG Fu-shou¹, SHEN Chang-song², LIN Yi-cai²

(1. Water Conservancy Department of Jiangsu Province, Nanjing 210029, China ;

2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract The fitting precision of the deterministic model is theoretically the best. But it may produce opposite result, if treated improperly. Based on mathematical statistics and the method for setting up temperature field, a computation model of the temperature field in initial stages is established first, the component of temperature stress is calculated, and all improved deterministic model is established. Analysis shows that the precision of the improved deterministic model is better than that of the conventional model and is easy to forecast.

Key words deterministic model ; temperature field ; temperature component of stress ; precision ; statistical analysis

《河海大学学报》(自然科学版)征订启事

《河海大学学报》(自然科学版)是以水资源开发、利用与保护为重点的综合性学术期刊,主要刊登本校在水资源、水文、地质、测量、水利工程、水电工程、水运工程、海洋及海岸工程、水工结构、工程力学、水力学及河流动力学、岩土工程、计算机科学、电力工程、电子技术及自动化工程、工业与民用建筑、管理工程、水利经济、环境工程、机械工程等学科方面的科研成果学术论文、学术讨论、研究动态等学术性文章,可供上述有关专业的科技工作者及大专院校师生阅读和参考。

本刊创办于 1957 年,是我国中文核心期刊,在国内工程技术界和学术界有较大影响。刊载的文章中,有不少国家科技攻关(重点)项目和各种科学基金资助项目的研究成果,部分达到了国内领先和国际先进水平,为我国水利、水电、水运工程及其他有关工程建设的规划、设计、施工和管理提供了科学理论、方法和具体建议,发挥了较大的社会效益和经济效益,深受工程界和科技界赞许。本刊每逢单月出版,国内外公开发行,邮发代号 28-63,每期定价 3.00 元,全年订费 48.00 元。欢迎广大读者在全国各地邮局订阅或直接与编辑部联系。联系地址 南京市西康路 1 号《河海大学学报》编辑部,邮政编码 210098。