

非线性经济系统的预警方法

王慧敏¹, 方国才²

(1. 河海大学国际工商学院, 江苏 南京 210098; 2. 水利部淮河水利委员会, 安徽 蚌埠 233001)

摘要 给出确定经济系统非线性相关的两个判据:(a) 关联积分与关联维数;(b) BDS 统计. 提出非线性 ARCH(自回归条件异方差)预警方法和具有 ARCH 特征的警限界定算法, 并对我国宏观经济的统计数据序列作了实证分析. 结果表明: 预测的可靠性和拟合优度好; ARCH 预警方法引入时变条件方差使预报的置信区间能够与经济时间序列的波动程度相适应, 从而使预警限更准确地反映实际状况.

关键词 经济预警 非线性系统 自回归条件异方差

中图分类号 F224 **文献标识码** A **文章编号** 1000-1980(2000)05-0059-05

经济循环波动理论是经济预警的理论基础. 早期经济波动周期性的研究中以线性差分方程来描述宏观经济周期波动, 50 年代后期, 随着线性随机方程在经济学研究中的引入, 各学派以随机方程重建经济周期模型^[1]. 随着经济的发展, 科学的不断进步, 经济中许多周期行为的产生并不满足于线性形式, 所以有必要引入非线性科学的原理和方法, 研究经济系统的非线性机制, 从而认识和研究经济周期波动规律, 建立对经济运行状态进行准确监测和预报的经济预警系统, 实现对经济运行状态的有效调控.

本文考虑到经济系统的非线性特征, 首先给出确定经济系统非线性相关的两个判据, 即关联积分与关联维数、BDS 统计, 并以此作为合理选择经济预警方法的依据, 提出基于 ARCH(自回归条件异方差)模型的非线性预警方法, 给出了具有 ARCH 特征的警限界定算法, 然后对我国宏观经济 1988 年 1 月~1996 年 10 月的统计数据序列作了实证分析.

1 经济系统非线性相关判据

在通常条件下, 经济系统是一个非线性系统^[2], 需要利用现实的经济时间序列数据进行判断.

1.1 关联积分与关联维数

由状态空间重构理论知道, 为了获取时间序列 x_t 的信息, 只须研究向量时间序列 $\{x_t^n\}$ 的几何信息. 而最常用的就是 $\{x_t^n\}$ 所对应的离散动力系统的吸引子的分维, 分维计算步骤如下:

步骤 1, 计算关联积分.

$$C(n, N, \epsilon) = \frac{1}{\widetilde{N}^2} \sum_{i,j} H(\epsilon - \|x_i^n - x_j^n\|) \tag{1}$$

其中: n ——嵌入维; $\widetilde{N} = N - (n - 1)\tau$; $H(Z) = \begin{cases} 0 & Z < 0 \\ 1 & Z \geq 0 \end{cases}$; $\|\cdot\|$ ——最大模, 即 $\|x_t^n\| = \max_{0 \leq i < n-1} |x_{t+i\tau}|$.

当 N 充分大时, 设 $C(n, N, \epsilon) \xrightarrow{d} C(n, \epsilon)$, 当 $\{x_t^n\}$ 为 iid(独立分布)序列时, 有

$$C(n, \epsilon) = [C(1, \epsilon)]^n \tag{2}$$

(2) 式记为 d_2 , 称为关联维数^[2,3].

步骤 2, 估计关联维数.

关联维数的估计有两种方法:

a. 当 N 充分大、 ϵ 充分小时,有

$$C(n, N, \epsilon) \rightarrow \epsilon^{d_2(n)}$$

如果吸引子存在,则 $d_2(n)$ 关于 n 是渐近稳定的,即是说,当 n 增加到某一个数值 n_∞ 后,有

$$d_2(n_\infty) \approx d_2(n_\infty + 1) \approx \cdots = d_2 \quad (3)$$

b. 利用关于 $C(n, N, \epsilon)$ 的点弹性公式,即

$$d_2 = \frac{d \ln C(n, N, \epsilon)}{d \ln \epsilon}$$

在实际计算时,对不同的嵌入维数 n ,选取充分小的 ϵ 和 $\Delta\epsilon$,计算

$$d_2(n) \approx \frac{\ln C(n, N, \epsilon + \Delta\epsilon) - \ln C(n, N, \epsilon)}{\ln(\epsilon + \Delta\epsilon) - \ln \epsilon} \quad (4)$$

若 $\{x_t^n\}$ 为 iid 序列的实现值,则有 $d_2 = \infty$ 若 $\{x_t^n\}$ 为确定性混沌序列,则 d_2 为一个有限数,通常为非整数.

1.2 BDS 统计

BDS 统计量是数理统计中常用来检验线性相关的一个统计量. 现用 BDS 统计量来检验“时间序列是线性相关的序列”这一零假设是否成立. BDS 统计量由下式表示:

$$BDS(n, N, \epsilon) = \sqrt{N} [C(n, N, \epsilon) - C(1, N, \epsilon)^n] / V(n, \epsilon) \quad (5)$$

若时间序列 $\{x_t\}_{t=1}^n$ 为 iid 序列,则式(5)渐近收敛于标准正态分布.

$$V^2(n, \epsilon) = 4[K^n + 2 \sum_{j=1}^{n-1} K^{n-j} C^{2j} + (n-1)^2 C^{2n} - n^2 K C^{2(n+1)}]$$

$$C = E[H(\epsilon - \|x - y\|)]$$

$$K = E[H(\epsilon - \|x - y\|) \cdot H(\epsilon - \|y - z\|)]$$

C, K 通常由下式估计:

$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_N(\epsilon) &= \frac{1}{N} \sum_{z=1}^N \sum_{l=1}^N H(\epsilon - |x_z - x_l|) \\ \hat{K}_N(\epsilon) &= \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \sum_{z=1}^N \sum_{l=1}^N H(\epsilon - |x_r - x_z|) H(\epsilon - |x_z - x_l|) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

若 BDS 统计量不收敛于正态分布 $N(0, 1)$, 则可以拒绝时间序列为 iid 的假设.

2 自回归条件异方差(ARCH)预警方法

2.1 ARCH 预警方法的提出

经济系统既然存在非线性,其预警也应该采用非线性的方法,即所谓非线性预警方法.

通常的时间序列和经济模型都假设方差为常数,ARCH 模型(Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity Model)允许方差随时间发生变化,它依赖于模型已过去的离差. 异方差的含义是指方差可随时间发生变化. 从已得到的研究结果可知,ARCH 模型、广义 ARCH 模型及非线性 ARCH(NARCH)模型是描述非线性经济系统较理想的模型^[4~6]. 笔者曾运用 ARCH-M 模型对宏观经济波动的线性 AD-AS 模型进行了修正,所提出的非线性 AD-AS 模型^[7]能够度量预期误差的大小.

宏观经济预警的目的就是度量某种状态偏离警线的程度(预期误差),从而发出预警信号,那么如何准确度量预期误差是经济预警的一个主要内容,ARCH 模型正好提供了解决问题的办法,因此我们提出基于 ARCH 模型的预警方法,即 ARCH 的预警方法.

2.2 ARCH 预警方法

ARCH 预警方法实际上是经济计量模型预警方法,即应用 ARCH 建立预测模型,根据 ARCH 模型条件异方差的特性,确定具有 ARCH 特征的警限,从而使预警的结果比较真实地反映实际经济运行状况.

我们选用 ARCH(q) 模型作为预测模型,其一般形式为

$$\left. \begin{aligned} y_t &= b'x_t + \epsilon_t \\ \epsilon_t | \Psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \epsilon_{t-q}^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中： y_t ——观测值； Ψ_t ——直至 t 时刻的有限信息集合； $E(y_t | \Psi_{t-1}) = 0$ ； $V(y_t | \Psi_{t-1}) = V(\varepsilon_t | \Psi_{t-1}) = h_t$ ； $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q$ 根据最小二乘法确定。上述模型一般采用极大似然估计求得参数 b 及异方差 h_t 的一致估计。

ARCH 模型本身刻画了时变的异方差。ARCH 模型应用于宏观经济预警，具有以下几个特点：(a) 能准确度量经济循环波动的误差，即预期误差；用直接的方式刻画时变的条件方差，突破了等方差的假设，从而可以度量理性经济人对未来预期的误差；(b) 可提供更合理的警限；(c) 可以改进通常的预测模型；(d) 可以处理非线性的经济系统的预警问题。

2.3 警限的确定

我们将各预警指标值(已作预处理)时间序列 $y_t (t = 1, 2, \dots, N)$ 在适度区间、热区间、冷区间的数据分别生成新序列 $y_{n_1} (n_1 = 1, 2, \dots, N_1), y_{n_2} (n_2 = 1, 2, \dots, N_2), y_{n_3} (n_3 = 1, 2, \dots, N_3)$ ，为方便起见，将适度上、下限分别标记为 k_1 和 k_2 。

$$k_1 = \frac{\sum_{n_1=1}^{N_1} y_{n_1}}{N_1} + \frac{\sigma_{n_1}}{\sigma_{n_1} + \sigma_{n_2}} (\bar{y}_{n_2} - \bar{y}_{n_1}) \tag{8}$$

$$k_2 = \frac{\sum_{n_1=1}^{N_1} y_{n_1}}{N_1} - \frac{\sigma_{n_1}}{\sigma_{n_1} + \sigma_{n_3}} (\bar{y}_{n_1} - \bar{y}_{n_3}) \tag{9}$$

其中 $\bar{y}_{n_i}$ 和 σ_{n_i} 分别表示序列 y_{n_i} 的均值和标准差 ($i = 1, 2, 3$)， $\sigma_{n_i} = \frac{1}{N_i} \sqrt{\sum_{t=1}^{N_i} h_{t,n_i}}$ ， h_{t,n_i} 为序列 y_{n_i} 在不同时点的异方差 ($i = 1, 2, 3$)。若序列不存在异方差，则 σ_{n_i} 为通常意义下的标准差。

3 预警实例

以我国宏观经济统计资料为依据，采用以下指标体系(包括 7 大类 16 项指标)：产出类，工业总产值；流通类，预算内工业销售收入、社会消费品零售总额；外贸类，海关进出口额；财政金融类，货币流通量、银行现金收入、银行现金支出、财政收入、财政支出、银行存款余额、银行储蓄存款；能源类，发电量、铁路货物周转量；投资类，基建投资总额、工业贷款；生活类，工资性现金支出。运用因子分析法从初始指标中选择 8 项指标：工资性现金支出(S_1)、社会消费品零售总额(S_2)、工业总产值(S_3)、发电量(S_4)、预算内工业销售收入(S_5)、基建投资总额(S_6)、货币流通量(S_7)、海关进出口额(S_8)。

在选择了宏观经济预警的指标后，判断各指标时间序列的特征，通过计算 BDS 统计量，检验‘指标时间序列是线性相关的序列’这一零假设。若检验结果存在非线性结构，则采用 ARCH 预警方法，否则可以采用线性 ARMA 预警方法。

上述我国宏观经济 8 项指标的计算结果见表 1(所使用的数据区间为 1988 年 1 月 ~ 1996 年 10 月)。从表 1 可看出：工业总产值(S_3)、发电量(S_4)、货币流通量(S_7)通过 BDS 统计量判断，其非线性特征不明显，采用线性 ARMA 模型；工资性现金支出(S_1)、社会消费品零售总额(S_2)、预算内工业销售收入(S_5)、基建投资总额(S_6)、海关进出口额(S_8)，经过检验存在非线性结构，采用非线性 ARCH 模型。实际上 ARCH 预警方法是传统 ARMA 预警方法的推广，而 ARMA 可以看成是 ARCH 预警方法的退化。

根据式(8)，(9)，宏观经济预警指标适度上下限的计算结果见表 2。理论分析表明，应用 ARCH 预警，可以提高预测的准确度，ARCH 预警方法警限的界定依据异方差 h_t ，所以警限界定较科学，也较客观，减少了采用灯示方法确定警限时人为和主观因素的影响。

表 1 非线性判断及宏观经济预警模型

Table 1 Nonlinear criteria and macroeconomy warning model			
预警指标	BDS 判断	模 型	
工资性现金支出(S_1)	非线性(采用 ARCH 模型)	$S_1(t) = 6.18486 - 0.45287S_1(t-1) - 0.069S_1(t-2)$ (7.10) (4.59) (69) $h_t = 34.9483 + 0.695418\varepsilon_{t-1}^2 + 0.067319\varepsilon_{t-2}^2$ (2.389) (1.52) (0.42)	
社会消费品零售总额(S_2)	非线性(采用 ARCH 模型)	$S_2(t) = 1.682119 - 0.165757S_2(t-1)$ (6.007) (1.80) $h_t = 68.248358 + 0.446929\varepsilon_{t-1}^2 + 0.083861\varepsilon_{t-2}^2$ (2.88) (1.35) (0.507)	
工业总产值(S_3)	线性(采用 ARMA 模型)	$S_3(t) = 1.737471 - 0.365729S_3(t-1)$ (96.93) (5.42)	
发电量(S_4)	线性(采用 ARMA 模型)	$S_4(t) = 1.2458 - 0.3349S_4(t-1)$ (1.15) (4.15)	
预算内工业销售收入(S_5)	非线性(采用 ARCH 模型)	$S_5(t) = 2.60 - 0.413809S_5(t-1) + 0.03359S_5(t-2)$ (3.7708) (4.12) (0.4026) $h_t = 30.88 + 0.3432\varepsilon_{t-1}^2 + 0.0907\varepsilon_{t-2}^2$ (5.60) (1.96) (0.96)	
基建投资总额(S_6)	非线性(采用 ARCH 模型)	$S_6(t) = 0.7814 - 0.45117S_6(t-1) + 0.177S_6(t-5)$ (0.3473) (6.17) (3.16) $h_t = 490.7882 + 0.3601\varepsilon_{t-1}^2 + 0.1037\varepsilon_{t-2}^2 + 0.0877\varepsilon_{t-3}^2$ (2.81) (1.36) (0.57) (0.59)	
货币流通量(S_7)	线性(采用 ARMA 模型)	$S_7(t) = 9.653479$ (3.7)	
海关进出口额(S_8)	非线性(采用 ARCH 模型)	$S_8(t) = 7.202827 - 0.381228S_8(t-1)$ (73.46) (51.5) $h_t = 157.0196 + 0.157286\varepsilon_{t-1}^2$ (2.70) (0.53)	

表 2 宏观经济预警指标适度上下限

Table 2 Appropriate upper and lower limits of macroeconomic index		
预警指标	警 限	
	上限	下限
工资性现金支出(S_1)	1.274280	1.173291
社会消费品零售总额(S_2)	1.251589	1.163602
工业总产值(S_3)	1.181171	1.144722
发电量(S_4)	1.098175	1.083823
预算内工业销售收入(S_5)	1.203040	1.126435
基建投资总额(S_6)	1.312713	1.123155
货币流通量(S_7)	1.272063	1.198890
海关进出口额(S_8)	1.207391	1.170736

4 结 论

- a. 给出了两个非线性判断准则 通过关联积分与关联维数 d_2 的数值来判断预警系统的特征 利用 BDS 统计量判定经济预警系统的非线性结构.
- b. 将 ARCH(自回归条件异方差)模型引入经济预警,提出了非线性 ARCH 预警方法,给出了具有 ARCH 特征的警限界定算法. 对我国宏观经济从 1988 年 1 月 ~ 1996 年 10 月的统计数据序列的实证分析结果表明, 由于 ARCH 预警方法引入时变条件方差使预报的置信区间能够与经济时间序列的波动程度相适应,所以警限界定较科学,也较客观,减少了采用灯示方法确定警限时人为和主观因素的影响.

参考文献：

[1] 成平. 古典经济学的危机和非线性经济学的发展[J]. 经济学动态, 1988, 10: 23 ~ 28.

[2] Gasssberger P, Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors. Physics D, 1983, 9: 189 ~ 208.

[3] Grassberger P, Procaccia I. Characterization of strange attractors[J]. Phys Rev Lett, 1983, 50: 346.

[4] Engel R F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of variance of UK inflation[J]. Econometrica, 1987, 55: 987 ~ 1008.

[5] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional Heteroskedasticity [J]. J of Econometrics, 1986, 31: 307 ~ 327.

[6] Higgins M L, Bera A K. A class of nonlinear ARCH models [J]. International Economic Review, 1992, 33: 137 ~ 158.

[7] 王慧敏. 我国宏观经济预警方法研究[D]: [学位论文]. 徐州: 中国矿业大学, 1997.

Early-Warning Method for a Nonlinear Economy System

WANG Hui-min¹, FENG Gu-cai²

(1. College of International Industry and commerce, Hohai Univ., Nanjing 210098, China ;
2. Huaihe River Conservancy Commission, Bengbu 233001, China)

Abstract In this paper, two criteria are given for nonlinear correlation of economic systems, which are correlation integral and correlation dimension and BDS statistics. A nonlinear early-warning method is proposed based on the ARCH model. Finally empirical results for China are presented. The results indicate the good reliability of forecast and goodness of fit. Time-varying conditional variance introduced by the early-warning method based on ARCH can make the confidence-interval of forecast conform to the fluctuation degree of economy time-series, thus the warning limit can reflect actual situations more precisely.

Key words economy early-warning ; nonlinear system ; autoregressive conditional hetereskedasticity