

综合性生产企业进货决策优化模型研究

郭存芝¹, 汤瑞凉², 屠晓蕾³

(1. 南京经济学院金融学系, 江苏 南京 210003; 2. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098;
3. 第三航务工程局第三工程公司, 江苏 南京 210011)

摘要 综合考虑综合性生产企业原料使用中存在的间接消耗和循环消耗情况、企业进货受到的多种约束条件的限制以及多种物资的批量折扣的存在, 在建立企业物资需求模型、进行物资需求量计算的基础上, 建立了综合性生产企业进货决策模型, 并提出了模型的求解方法——调整法, 给出了算例。算例表明, 采用本模型可使企业的原材料总费用降低 3% ~ 6%。
关键词 间接消耗; 物资需求; 批量折扣; 进货; 优化决策; 调整法
中图分类号 F272.3 **文献标识码** A **文章编号** 1000-198X(2000)05-0067-05

降低成本、提高经济效益是企业经济工作的核心, 原料消耗则是构成产品成本的主要内容。企业可通过扩大原料采购批量, 取得批量折扣带来的好处, 但往往会受到可利用资金条件、原材料库存能力、保质期限、运输问题、品种数量等因素的制约。

对综合性生产企业而言, 一种产品的生产可能以自产产品为原料, 也可能以外购物资为原料, 还可能以自产产品和外购物资共同为原料, 也就是说, 生产中不仅直接消耗外购物资, 而且可能通过某些自产产品间接消耗外购物资, 有时还存在几种或十几种甚至更多种产品的循环消耗。如何精确确定各外购物资的需求量, 进而确定最优采购批量, 存在一定的难度。

本文探讨综合性生产企业多种约束条件下综合考虑多种物资批量折扣的进货决策问题。

1 外购物资需求模型

这里简称作为原料的自产产品为原料一、外购物资为原料二。原料消耗情况如表 1 所示。所有原料消耗量和年计划外销产品产量以折合人民币数值计, 单位为元。

表 1 原料消耗情况
Table 1 Material consumption

产 品		产品 1	产品 2	...	产品 <i>n</i>
原料一	产品 1	A_{11}	A_{12}	...	A_{1n}
	产品 2	A_{21}	A_{22}	...	A_{2n}
	产品 <i>n</i>	A_{n1}	A_{n2}	...	A_{nn}
原料二	物资 1	G_{11}	G_{12}	...	G_{1n}
	物资 2	G_{21}	G_{22}	...	G_{2n}
	物资 <i>m</i>	G_{m1}	G_{m2}	...	G_{mn}
年计划外销产品产量		X_1	X_2	...	X_n

定义

$$a_{ij} = A_{ij}/X_j \qquad g_{ij} = G_{ij}/X_j \qquad A = (a_{ij})_{n \times n} \qquad G = (g_{ij})_{m \times n}$$

收稿日期 :1999-05-24
作者简介 :郭存芝(1969—),女,山西繁峙县人,博士,主要从事投资经济方面的研究。

设 n 阶单位矩阵的第 j 列为 B_j , 则 $[A^T, G^T]^T B_j$ 为产品 j 中所含的各原料的价值百分比.

不妨以产品 j 为例推导外购物资需求模型. 就产品 j 而言, AB_j 这部分是原料一的消耗. 推求外购物资需求, 需要将 AB_j 还原为原料二. 用 AB_j 去右乘矩阵 $[A^T, G^T]^T$, 将 AB_j 还原为生产原料. 用一次右乘的结果 $[A^T, G^T]^T AB_j$ 与该产品的外购物资消耗 GB_j 合并, 可得第一次还原结果为

$$\begin{bmatrix} A \\ G \end{bmatrix} AB_j + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} B_j = \begin{bmatrix} A^2 \\ G(I + A) \end{bmatrix} B_j$$

继续将 $A^2 B_j$ 还原, 可得第二次还原结果为

$$\begin{bmatrix} A \\ G \end{bmatrix} A^2 B_j + \begin{bmatrix} 0 \\ G(I + A) \end{bmatrix} B_j = \begin{bmatrix} A^3 \\ G(I + A + A^2) \end{bmatrix} B_j$$

如此下去, 可得第 n 次还原结果为

$$\begin{bmatrix} A^{n+1} \\ G(I + A + A^2 + \dots + A^n) \end{bmatrix} B_j$$

因为矩阵 A 的各元素满足条件 $0 \leq a_{ij} \leq 1$, 所以有 $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (I + A + A^2 + \dots + A^n) = (I - A)^{-1}$. 所以, 最终还原结果为

$$\begin{bmatrix} 0 \\ G(I - A)^{-1} \end{bmatrix} B_j$$

此时, 原料一已全还原为原料二, 矩阵 $G(I - A)^{-1}$ 的各列就是各产品消耗外购物资的价值百分比. 设 $P_1, P_2, \dots, P_m$ 为物资 1, 物资 2, ..., 物资 m 的单价, 可得外购物资需求模型为

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/P_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/P_m \end{bmatrix} G(I - A)^{-1} \begin{bmatrix} X_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

2 进货决策模型

企业进货通常考虑的约束因素是仓库容量、可利用资金限额、物资保质期等. 本文讨论具有这 3 个约束的情形. 以各种原料全年总费用最小为目标, 进货决策问题可表示为^[1]

$$\left. \begin{aligned} \min f(Q) &= \sum_{i=1}^m (P_i D_i + C_{1i} D_i / Q_i + C_{2i} Q_i / 2) \\ \sum_{i=1}^m P_i Q_i / 2 &\leq W \quad \sum_{i=1}^m S_i Q_i \leq V \quad Q_i / D_i \leq T_i \quad Q_i \geq 0 \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

式中: D_i ——第 i 种物资的全年需求量; Q_i ——第 i 种物资的采购批量; P_i ——第 i 种物资对应于 Q_i 的采购价格; C_{1i} ——第 i 种物资的每批采购费用, 包括采购人员工资、旅差费、邮电费等; C_{2i} ——第 i 种物资的一个单位的存储费用, 包括材料损耗、占用资金所付利息、仓库职工工资、仓库费等; W ——平均可利用原料储备资金; V ——最大仓库容量; T_i ——第 i 种物资的保质期限, 可不考虑保质期的物资的 T_i 取为 1; S_i ——第 i 种物资一个单位所需的仓库容量.

设第 i 种物资有 n_i 种批量折扣价格. 不妨以 P_{ik} 表示第 i 种物资的第 k 种批量折扣价格, q_{ik} 表示相应的批量价格区间的右端点, 则

$$P_i = \begin{cases} P_{i1} & 0 < Q_i < q_{i1} \\ P_{ik} & q_{ik-1} \leq Q_i \leq q_{ik} \\ P_{in_i} & q_{in_i-1} \leq Q_i \end{cases}$$

显然, 这是一个非线性规划模型, 且目标函数 $f(Q)$ 不连续. 因此, 采用通常用到的 Lagrange 乘子法与

Kuhn-Tucker 驻点条件很难得到满意的求解结果^[23]. 这里提出模型的求解方法——调整法.

以各种物资各自的最优进货批量为基础,按照“代价最小原则”进行调整,使其满足约束条件,从而得到模型的最优解. 具体步骤如下:

a. 按公式 $Q = \sqrt{2C_1D/C_2}$ 计算不考虑批量折扣的各物资的最优进货批量 $Q'_i = \sqrt{2C_{1i}D_i/C_{2i}} (i = 1, 2, \dots, m)$, 进而求出批量折扣条件下各物资的最优进货批量 $Q_i (i = 1, 2, \dots, m)$. Q_i 为 $Q'_i, q_{i1}, q_{i2}, \dots, q_{im-1}$ 中使费用函数 $f(Q_i) = P_iD_i + C_{1i}D_i/Q_i + C_{2i}Q_i/2$ 取值最小者.

b. 检验 $Q_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 将不满足保质约束 $Q_i/D_i \leq T_i$ 的 Q_i 调整为 D_iT_i .

c. 进一步检验 $Q_i (i = 1, 2, \dots, m)$. 若 Q_i 同时满足约束 $\sum_{i=1}^m P_iQ_i/2 \leq W$ 和 $\sum_{i=1}^m S_iQ_i \leq V$, 则此时的 Q_i 为模型的最优解 Q_i^* . 停止计算. 否则, 分三种情况以“代价最小”原则调整 Q_i . 在第 i 种物资的 $n_i - 1$ 个批量区间分界点以及 Q'_i 中, 记小于 Q_i 且与 Q_i 最接近的那个为 Q_{i*} . 若第 i 种物资的 $n_i - 1$ 个批量区间分界点以及 Q'_i 都大于或等于 Q_i , 记 $(1 - \delta)Q_i$ 为 Q_{i*} , δ 为待定系数, 本文不妨取 0.1. 对应于 Q_{i*} 的第 i 种物资的价格记为 P_{i*} . 另记

$$A_i = (P_iQ_i/2 - P_{i*}Q_{i*}/2) / \sum_{i=1}^m P_iQ_i/2 \quad B_i = (S_iQ_i - S_iQ_{i*}) / \sum_{i=1}^m S_iQ_i$$
$$F_i = P_{i*}D_i + C_{1i}D_i/Q_{i*} + C_{2i}D_{i*}/2 - P_iD_i - C_{1i}D_i/Q_i - C_{2i}Q_i/2$$

(a) $Q_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 不满足约束 $\sum_{i=1}^m P_iQ_i/2 \leq W$ 的情形: 调整对应 $\min(A_i/F_i | i = 1, 2, \dots, m)$ 的那种物资的批量, 设为第 s 种物资, 使 $Q_s = Q_{s*}$. (b) $Q_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 不满足约束 $\sum_{i=1}^m S_iD_i \leq V$ 的情形: 调整对应 $\min(B_i/T_i | i = 1, 2, \dots, m)$ 的那种物资的批量, 设为第 t 种物资, 使 $Q_t = Q_{t*}$. (c) $Q_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 不满足约束 $\sum_{i=1}^m S_iD_i/2 \leq V, \sum_{i=1}^m P_iQ_i/2 \leq W$ 的情形: 事先确定资金和仓容的重要性权重, 记资金权值为 PW , 仓容权值为 SW , 调整对应于 $\min(PW A_i/F_i + SW B_i/F_i | i = 1, 2, \dots, m)$ 的物资的批量, 设为第 ts 种物资, 使 $Q_{ts} = Q_{ts*}$.

重复本步骤, 直到取得最优方案 Q_i^* .

d. 对于非只经过 a, b 两步调整即得最优解 $Q_i^* (i = 1, 2, \dots, m)$ 的情形, 适当扩大 Q_i^* 中在前述步骤最后一次调整中得到的那种物资的批量, 使可利用资金或仓库容量得到充分利用.

3 算 例

某企业生产 7 种产品, 年计划外销产品的数量和各产品的原料消耗情况如表 2 所示. 外购物资有关资料如表 3 所示. 年平均库存资金限额为 6 万元, 仓库容量限额为 4 500 m³.

首先求解外购物资需求量. 这里

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.105 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.128 & 0 & 0 & 0.103 & 0 \\ 0.128 & 0 & 0.072 & 0 & 0 & 0 & 0.055 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.181 & 0 & 0 \\ 0.372 & 0 & 0 & 0.105 & 0.128 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.389 & 0 & 0.178 & 0 \\ 0 & 0.195 & 0 & 0 & 0.107 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.172 & 0 & 0 & 0 & 0.316 \end{bmatrix}$$

表 2 原料消耗情况

Table 2 Material consumption

万元

产品	产品 1	产品 2	产品 3	产品 4	产品 5	产品 6	产品 7
原料一	1		7.9		2.1		1.0
	2	3.1					3.2
	3			2.3	3.4	4.5	7.4
	4		4.5		1.2		
	5		3.1				
	6			1.6		2.4	
	7					4.1	
原料二	1		2.2		4.3		
	2			3.2		3.3	
	3	2.3		1.8			2.1
	4				7.8		
	5	6.7		2.0	5.5		
	6			7.4		5.7	
	7		4.1		4.6		
	8			4.3			1.2
年计划外销产量		18.0	21.0	25.0	19.0	43.0	32.0
						38.0	

表 3 外购物资有关数据

Table 3 Data concerned for purchase

物资序号 i	次采购费用 C_{1i}	存储费用 C_{2i}	订购批量 Q_i	折扣价格 P_i	单位仓容 S_i	保质期 T_i
1	80	30.0	< 100	255	1.0	3/4
			$\geq 100, < 200$	240		
			≥ 200	225		
2	80	8.0	< 200	40	0.5	1
			≥ 200	38		
3	85	10.0	< 140	62	0.8	1
			≥ 140	58		
4	80	2.5		13	1.5	1
5	75	15.0	< 100	80	2.0	1
			≥ 100	70		
6	75	21.0	< 80	105	1.0	1
			≥ 80	95		
7	90	1.8		8	2.3	1/12
8	70	20.0	< 180	115	2.0	1
			≥ 180	105		

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.316 & 0 & 0.049 & 0 & 0.026 \\ 0.172 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.084 \\ 0 & 0 & 0 & 0.121 & 0.079 & 0.141 & 0.195 \\ 0 & 0.214 & 0 & 0 & 0.028 & 0 & 0 \\ 0 & 0.148 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.084 & 0 & 0.075 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.128 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[P_1 \ P_2 \ \dots \ P_n] = [240 \ 39 \ 60 \ 13 \ 75 \ 102 \ 8 \ 109]$$

$[X_1 \ X_2 \ \dots \ X_7] = [1.8 \times 10^5 \ 2.1 \times 10^5 \ 2.5 \times 10^5 \ 1.9 \times 10^5 \ 4.3 \times 10^5 \ 3.2 \times 10^5 \ 3.8 \times 10^5]$
由外购物资需求模型式(1)可求得外购物资需求量

$$\begin{bmatrix} 1/P_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/P_8 \end{bmatrix} G(I - A)^{-1} \begin{bmatrix} X_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & X_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$[333 \quad 2474 \quad 1703 \quad 6621 \quad 2966 \quad 1673 \quad 13856 \quad 1958]^T$

将上述外购物资需求量值以及表 3 有关数据代入进货决策模型式(2)进行求解,求解过程如表 4 所示.

表 4 算例求解过程
Table 4 The process of obtaining the results

求解步骤		各种外购物资的批量								费用	平均 资金占用	仓容占用
		1	2	3	4	5	6	7	8			
1	Q_i'	42	222	170	651	172	109	1177	117	1082059.302	41367.5	4659.6
	Q_i	200	222	170	651	172	109	1177	180	1054371.724	61235.0	4943.6
2		200	222	170	651	172	109	1155	180	1054372.105	61147.0	4893.0
3	第 1 次调整	200	222	170	586	172	109	1155	180	1054381.105	60724.5	4795.5
	第 2 次调整	200	222	170	586	172	109	1039	180	1054397.248	60260.5	4528.7
	第 3 次调整	200	200	170	586	172	109	1038	180	1054407.317	59842.5	4517.7
	第 4 次调整	200	200	170	586	172	109	935	180	1054447.218	59426.5	4278.5
4	Q_i^*	200	200	170	586	172	109	1031	180	1054409.430	59810.5	4499.3

注:表中单位除仓库占用为 m^3 外,其他均为元.

由表 4 可见,整个求解过程中,从初始解 Q_i (无约束批量折扣最优解)到最优解 Q_i^* (约束批量折扣最优解)的取得,只经过有限几步的调整就使资金与仓容占用小于和接近于规定限额,而原料总费用的变化很小.这说明,使用调整法对模型进行求解是有效、合理的.

各原料的最优进货批量 $Q_i^*=[200 \quad 200 \quad 170 \quad 586 \quad 172 \quad 109 \quad 1031 \quad 180]$,原料总费用为1054409.430.据该企业的推算,完成前述年度生产计划所需的原料总费用为 111~113 万元.如采用本文模型,则可使该企业原料费用降低 3%~6%.

4 结 束 语

本文首先通过建立外购物资需求模型,为综合性生产企业解决了外购原材料消耗量的精确确定问题,其次建立了企业多种约束条件下综合考虑多种物资批量折扣的优化进货决策模型,最后提出了模型的求解方法,为企业提供了可操作性强的、有效的进货决策方法.

参考文献:

[1] 陈锡康,李秉全,阎树海,等.经济数学方法与模型[M].北京:中国财政经济出版社,1982.58~75.
[2] 韦鹤平.最优化技术应用[M].上海:同济大学出版社,1983.144~238.
[3] 陈开明.非线性规划[M].上海:复旦大学出版社,1991.251~269.

A Study on Laying-in-Stock Strategy for Integrated Production Enterprises

GUO Cun-zhi¹, TANG Rui-liang², TU Xiao-lei³

(1. Dept. of Finances, Nanjing Economics Institute, Nanjing 210003, China ;
2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China ;
3. Third Engineering Company of Third Navigational Matter Engineering Office, Nanjing 210011, China)

Abstract :In this paper , the situation of indirect consumption and circlic consumption in the use of raw materials , the manifold constraints in the laying in of a new stock of goods , and the trade discount related to varied goods and materials are considered comprehensively. A model of laying-in-stock strategy for integrated production enterprises is established based on the establishment of material demand model and the calculation of material demand , and the solution of the model is proposed. The results of an example show that the model is correct.

Key words :indirect consumption ; material demand ; trade discount ; laying-in-stock ; optimization strategy ; regulation method