

结构不连续面大变形有限元模拟之研究

曹文贵¹, 速宝玉²

(1. 湖南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 利用大变形有限元基本理论, 以 Goodman 节理单元理论为基础, 提出了大变形有限元节理单元模型, 并推导了其相关的大变形有限元计算公式, 解决了结构不连续面节理大变形有限元模拟计算问题.

关键词 节理单元; 有限元方法; 大变形

中图分类号 :O344 文献标识码 :A 文章编号 :1000-198X(2000)06-0015-04

1 问题的提出

R. E. Goodman^[1]早在 70 年代就已提出了节理单元的概念, 但这只适用于小变形条件下的不连续结构面的有限元分析. 几何非线性大变形有限元理论已广泛应用于岩土工程研究中, 为此, 利用大变形有限元理论研究结构不连续面的模拟计算问题已势在必行.

2 Goodman 节理单元模型

R. E. Goodman^[1]提出的模拟节理变形有限元分析单元模型, 见图 1, 节理单元增量应力与应变的线性关系可表述为

$$\begin{bmatrix} \Delta\tau_s \\ \Delta\sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_s \\ \Delta\epsilon_n \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中: τ_s, σ_n ——节理单元剪切应力和法向应力; ϵ_s, ϵ_n ——节理剪切应变和法向应变; K_s, K_n ——节理变形的切向和法向刚度. 设在局部坐标系 $s-t$ 下, 节点位移增量矩阵为: $\Delta q = [\Delta u_1, \Delta v_1, \Delta u_2, \Delta v_2, \dots, \Delta u_4, \Delta v_4]^T$, 则单元应变增量和单元节点位移增量的关系可表示为

$$\begin{bmatrix} \Delta\epsilon_s \\ \Delta\epsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1 & 0 & -L_2 & 0 & L_2 & 0 & L_1 & 0 \\ 0 & -L_1 & 0 & -L_2 & 0 & L_2 & 0 & L_1 \end{bmatrix} \Delta q \tag{2}$$

式中 $L_1 = 1 - s/L$ 和 $L_2 = s/L$ 为节理单元长度. 这就是 R. E. Goodman 给出的节理单元应变与节点位移的关系, 作者将以此为基础, 建立模拟节理变形的大变形节理单元模型.

3 节理单元大变形有限元分析方法

大变形增量问题有限元基本方程的建立对于采用不同参考坐标系是不同的, 主要方法有欧拉列式法、全拉格朗日列式法及修正的拉格朗日列式法. 这里仅介绍利用修正的拉格朗日列式法建立节理模拟的大变形有限元基本方程. 大变形增量问题有限元基本方程可表述为^[2,3]

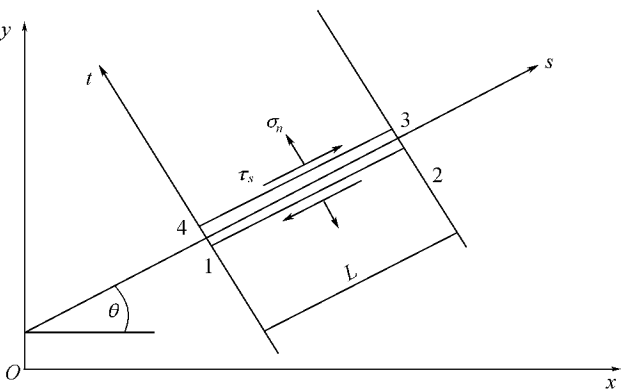


图 1 节理单元计算

Fig.1 Computation of joint element

$$(K_L + K_N) \Delta q = \Delta F$$

$$\tilde{\boldsymbol{M}} = \begin{bmatrix} \sigma_{ss} & \sigma_{st} & 0 & 0 \\ \sigma_{st} & \sigma_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{ss} & \sigma_{st} \\ 0 & 0 & \sigma_{st} & \sigma_{tt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_s & \sigma_n & 0 & 0 \\ \sigma_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_s & \sigma_n \\ 0 & 0 & \sigma_n & 0 \end{bmatrix}$$

值得注意的是:虽然这里 K_L 与小变形有限元分析中节理单元刚度矩阵在形式上是一样的,但是,它们各自的内涵意义是大不相同的.由单元节点位移与单元应变的关系^[2,3],可得到大变形节理单元格林应变增量为

$$\Delta E_{ss} = A + \frac{1}{2}(A^2 + B^2) \qquad \Delta E_{tt} = 0 \qquad \Delta E_{st} = \frac{1}{2}B$$

式中

$$\left. \begin{aligned} A &= \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial s} \cdot \Delta u_i = -L_1 \Delta u_1 - L_2 \Delta u_2 + L_2 \Delta u_3 + L_1 \Delta u_4 \\ B &= \sum \frac{\partial N_i}{\partial s} \cdot \Delta v_i = -L_1 \Delta v_1 - L_2 \Delta v_2 + L_2 \Delta v_3 + L_1 \Delta v_4 \end{aligned} \right\}$$

再由大变形本构方程^[4]可得节理单元第二皮奥拉-克希荷夫应力增量为

$$\begin{aligned} \Delta S_{ss} &= (k_s - 2\tau_s) \cdot \Delta E_{ss} - 2\sigma_n \Delta E_{st} \\ \Delta S_{tt} &= 0 \\ \Delta S_{st} &= -\sigma_n \Delta E_{ss} + (k_n - \tau_s) \cdot \Delta E_{st} \end{aligned}$$

求柯西应力增量 $\Delta\sigma_{ij}$ 必须对 ΔS_{ij} 进行转换,利用下式可得到柯西应力增量 $\Delta\sigma_{ij}$ 为^[2]

$$\Delta\sigma_{ji} = \Delta S_{ji} + \left(\delta_{jn} \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_l} + \delta_{il} \frac{\partial \Delta u_j}{\partial x_m} + \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_l} \frac{\partial \Delta u_j}{\partial x_m} \right) \cdot \Delta S_{lm}$$

式中: δ_{ij} 为克罗克常数,当 $i = j$ 时, $\delta_{ij} = 1$;当 $i \neq j$ 时, $\delta_{ij} = 0$, $i, j = 1, 2$.于是,可求得通常意义的节理单元应力增量为: $\Delta\tau_s = \Delta\sigma_{ss}$, $\Delta\sigma_n = \Delta\sigma_{st}$.

上面所述是节理弹性大变形有限元问题求解的全过程,只要把前面节理弹性矩阵 C 改为弹塑性矩阵,就可求解节理弹塑性大变形有限元问题.

4 算 例

为了便于与理论解进行比较,取两端单向受压并含一条节理的岩石试件作为计算对象,试件高和宽分别为 20.0 cm 及 10.0 cm,试件受单向压力为 160.0 kN/cm,岩石的弹模和泊松比分别为 $E = 0.7 \times 10^9$ kPa 及 $\mu = 0.20$,图 2 中粗线代表节理,节理法向刚度和切向刚度分别为 $k_n = 0.7 \times 10^9$ kPa, $k_s = 0.35 \times 10^9$ kPa,其有限元计算网格见图 2.

利用前述建立的大变形节理单元模型,进行了大变形有限元分析,并与其常规小变形有限元分析结果进行了比较分析.对于节理,采用不同分析方法所得应力计算结果是一样的,这显然是合理的,因为应力不会因为分析方法的改变而改变;但是,对于位移计算结果来讲,采用不同的分析方法,计算结果存在较大差距,见表 1.利用大变形方法计算的位移值较利用小变形方法计算的值要大,这正反映了结构变形的几何非线性或大变形特性.由此可见,建立模拟节理变形机理的大变形节理单元模型是必要的.

表 1 节理底面上节点位移计算结果

Table 1 Results of computation for displacement of nodal points on the bottom of joint					10 ⁻³ cm	
节点号		325	329	333	337	341
节点的 x 坐标/cm		0.000	2.353	4.706	7.059	9.412
大变形方法	x 向位移	- 6.406	- 4.685	- 2.964	- 1.243	0.477
	y 向位移	- 20.812	- 24.786	- 28.760	- 32.735	- 36.709
小变形方法	x 向位移	- 5.760	- 4.206	- 2.661	- 1.079	0.408
	y 向位移	- 19.149	- 22.524	- 26.453	- 30.136	- 33.677

5 结 论

利用大变形有限元的基本理论 ,以 Goodman 节理单元理论为基础 ,解决了利用修正的拉格朗日列式法求解不连续结构面大变形有限元模拟问题 ,并可得到以下结论 :

- a. 提出了大变形有限元节理单元模型 ,推导出了节理大变形有限元中的单元节点形函数、单元刚度矩阵等 ,解决了结构不连续面的大变形有限元的模拟计算问题 ,具有广泛的理论意义及工程实用价值 .
- b. 介绍的结构不连续面节理大变形有限元方法仅限于修正的拉格朗日列式法 ,对于其它列式法的节理大变形有限元分析 ,尚待进一步研究 .

参考文献 :

[1] 于学馥 ,刘怀恒 ,方正昌 .地下工程围岩稳定分析[M].北京 :煤炭工业出版社 ,1983.240 ~ 270 .
[2] 何君毅 ,林祥都 .工程结构非线性问题的数值解法[M].北京 :国防工业出版社 ,1994.102 ~ 137 .
[3] 殷有泉 .固体力学非线性有限元引论[M].北京 :北京大学出版社 ,1987.160 ~ 194 .
[4] 曹文贵 .多步开挖工程蠕变损伤大变形有限元模拟及工程应用[D][学位论文].北京 :北京科技大学 ,1998.23 ~ 28 .

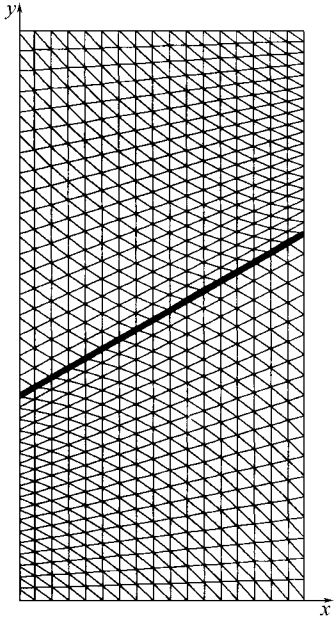


图 2 有限元计算网格
Fig.2 Mesh of computation for FEM

Simulation of Large Deformation of Discontinuous Geological Plane
with Finite Element Method

CAO Wen-gui¹ ,SU Bao-yu²

- (1. Civil Engineering College , Hunan University , Changsha 410082 , China ;
- 2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai Univ. ,Nanjing 210098 , China)

Abstract : Based on the basic theory of finite element method for large deformation and the theory of the Goodman joint element , a new joint-element model of finite element method is proposed for large deformation . Then , the related formula of finite element method for large deformation is deduced . The problem of simulation of large deformation of discontinuous geological plane is successfully solved with finite element method . The present study is of theoretical significance and practical value to rock and soil engineering .

Key words : discontinuous geological plane ; finite element method ; large deformation