

基于分载法的拱坝可靠度分析

杨海霞

(河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 建立了基于分载法的拱坝可靠度分析模型, 采用了处理后的差分值代替荷载效应为隐式时的偏导数. 定性分析了该方法成果的可靠性. 通过实例的比较计算, 定量地证明了成果的稳定性. 同时, 还研究了各随机变量对拱坝可靠指标的影响, 对设计中随机变量的选取有参考意义.

关键词 拱坝; 可靠度; 分载法; 设计

中图分类号: TV642.4

文献标识码: A

文章编号: 1000-1980(2000)06-0023-04

《水利水电工程结构可靠度设计统一标准》已于 1994 年颁布实施, 该规范明确规定在水利水电工程设计中统一采用结构可靠度设计理论. 目前正在修编的《混凝土拱坝设计规范》为了遵循这个规定, 也规定拱坝设计采用概率统计理论的极限状态设计方法, 以可靠指标度量结构的可靠度, 以分项系数极限状态设计法代替现行《混凝土拱坝设计规范》规定采用的单一安全系数设计法.

拱梁分载法仍是正在修编的《混凝土拱坝设计规范》中规定采用的拱坝应力分析方法之一. 在确定该规范分项系数极限状态设计式中的结构系数时, 需基于拱梁分载法的拱坝可靠度分析方法. 本文的研究内容就是结合该规范修编工作进行的.

1 拱坝可靠度分析的模型

1.1 基本变量与极限状态方程

将影响拱坝可靠度的主要随机变量作为基本变量, 它们是: 各种作用(如上游水位、下游水位、淤沙高程、坝体自重、温度作用、地震作用等), 混凝土和坝基岩体的力学性能(如强度、弹性模量、泊松比等), 坝体的几何尺寸(如拱厚、曲率半径、拱冠倒悬度等).

拱坝的失效模式一般有失稳和强度不够两种, 本文仅讨论强度不够失效模式. 拱坝强度条件有抗压强度条件和抗拉强度条件, 因此功能函数有抗压强度条件功能函数与抗拉强度功能函数两个.

$$g_1(X) = R_c - S_1(X) \quad (1)$$

$$g_2(X) = R_t - S_2(X) \quad (2)$$

式中: R_c ——混凝土抗压强度; R_t ——混凝土抗拉强度; $X = (X_1, \dots, X_n)^T$ 为 N 个基本随机变量; S_1, S_2 ——拱坝最大主压应力和最大主拉应力. 对应的极限状态方程分别为 $g_1(X) = 0$ 和 $g_2(X) = 0$.

拱梁分载法有分载力法和分载位移法. 由于分载位移法有诸多优点, 我们在拱坝应力分析中采用分载位移法. 分载位移法将拱坝分为拱、梁两个系统, 再将作用在坝体上的荷载分配给拱系和梁系, 分别由拱、梁两个系统建立以结点位移和分配荷载为未知量的平衡方程, 再由梁的平衡方程解出以结点位移表示的分配荷载, 代入到拱的平衡方程, 从而建立起以结点位移为未知量的整体平衡方程.

1.2 结构可靠指标

可靠概率是结构能完成预定功能的概率, 失效概率是结构不能完成预定功能的概率. 由于可靠概率 P_s 常是一个很接近 1 的数值, 而结构失效概率 P_f 又是一个很小的数值, 在工程中使用很不方便. 结构可靠指标 β 是结构功能函数的均值与方差的比值, 是标准正态分布反函数在可靠概率处的函数值. 由于可靠指标 β 增加, 结构可靠度 P_s 增大; β 减小, P_s 也减小, 因此工程上常以可靠指标 β 作为评价和衡量结构可靠度水平

的定量指标.

2 结构可靠指标 β 的计算方法

计算结构可靠指标的方法很多,比较成熟的方法有一次二阶矩法、JC 法、蒙特卡罗法等.JC 法与一次二阶矩法实质一致.一次二阶矩法只适用于基本随机变量都是正态分布下结构可靠指标的求解.而 JC 法适用于基本随机变量为任意分布时结构可靠指标的求解,它首先把随机变量的非正态分布当量正态化,再用一次二阶矩法求结构的可靠指标.蒙特卡罗法又称统计试验法,是一种相对精确法,但是需要大量的计算试验.

几何法根据可靠指标 β 几何涵义来推求.先将非正态分布的基本变量当量正态化,再将当量正态化的变量转化为标准正态变量,然后在新的标准空间里求坐标原点到极限状态曲面的最短距离.

本文结构功能函数(1)和(2)中的强度变量是基本变量,但是荷载效应 S_1 和 S_2 是用分载位移法解出,不能表示成基本随机变量的显函数.为此,笔者探讨用差分法求荷载效应 S_1 和 S_2 对基本变量的偏导数,用几何迭代法计算结构可靠指标 β .

2.1 基本公式

结构功能函数(1)和(2)的形式类似,只是下标不同,因此下面公式推导不妨免去下标.

设基本变量 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ 为一组正态变量,用式(3)将 X 变换成标准正态变量 $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)^T$.

$$Y = TX + B \quad (3)$$

其中:

$$T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{x_1}} & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \cdots & \frac{1}{\sigma_{x_n}} \end{bmatrix} \quad B = \left\{ \frac{-\mu_{x_1}}{\sigma_{x_1}} \cdots \frac{-\mu_{x_n}}{\sigma_{x_n}} \right\}^T$$

而 $(\mu_{x_1}, \dots, \mu_{x_n})^T, (\sigma_{x_1}, \dots, \sigma_{x_n})^T$ 分别为基本变量的均值和标准差.将功能函数亦变换到标准正态空间,即

$$g(X) = g[R(X), S(X)] = g\{R[T^{-1}(Y)], S[T^{-1}(Y)]\} = G(Y) \quad (4)$$

这时新坐标系原点到失效界面 $G(Y) = 0$ 的最短距离就是可靠指标 β .这是一个优化问题,设计验算点的坐标 Y^* 可用式(5)(6)迭代公式计算.

$$Y_{i+1} = \left[Y_i^T \alpha_i + \frac{G(Y_i)}{|\nabla G(Y_i)|} \right] \alpha_i \quad (5)$$

$$\alpha_i = \frac{\nabla G(Y_i)}{|\nabla G(Y_i)|} \quad (6)$$

求出设计验算点的 Y^* 后,可得

$$\beta = \sqrt{Y^{*T} Y^*} \quad (7)$$

2.2 功能函数梯度向量 $\nabla G(Y)$ 的求解

$$\nabla G(Y) = \left[\frac{\partial G(Y)}{\partial Y_1}, \dots, \frac{\partial G(Y)}{\partial Y_n} \right] = T^{-1} \left\{ \frac{\partial g(X)}{\partial X_1}, \dots, \frac{\partial g(X)}{\partial X_n} \right\}^T = T^{-1} \nabla g(X) \quad (8)$$

设混凝土强度为基本变量 X_1 , 则

$$\nabla g(X) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial S}{\partial X_2} \\ \frac{\partial S}{\partial X_n} \end{bmatrix} \quad (9)$$

所以,要求 $\nabla G(Y)$, 须先求 S 对各个基本变量的偏导数,而 S 为拱坝最大或最小主应力值,不能表示成基本变量的显函数,因此,近似地用 S 的差分值代替它的偏导数.为了提高差分值的精度,笔者采用先计算拱坝在 $(X_1, X_2, \dots, X_i + \Delta X_i, \dots, X_n)^T$ 与 $(X_1, X_2, \dots, X_i - \Delta X_i, \dots, X_n)^T$ 处的值 S^+ 和 S^- , 再用式(10)计算差分值.

$$\frac{\partial S(X)}{\partial X_i} = \frac{\Delta S}{\Delta X_i} = \frac{(S^+ - S^-)}{2\Delta X_i} \quad (10)$$

3 实例计算

3.1 基本资料

某双曲拱坝,坝高 157 m,计算工况 基本荷载组合 = 水压荷载 + 自重 + 泥沙压力 + 温度荷载,基本随机变量及其统计特性如表 1 所示.

表 1 基本随机变量及其统计特性
Table 1 Statistics of random variables

变 量	分布类型	均值	变异系数
混凝土抗压强度 R_c /MPa	正态	25.0	0.22
混凝土抗拉强度 R_t /MPa	正态	2.50	0.22
上游水位/m	正态	285.0	0.06
下游水位/m	正态	148.0	0.06
淤沙高程/m	正态	170.0	0.06
混凝土弹性模量/GPa	正态	20.0	0.03
混凝土容重/(t·m ⁻³)	正态	2.4	0.03
基岩变形模量/GPa	正态	20.0	0.30

3.2 计算结果

a. 为了研究用差分法计算应力偏导对可靠指标计算结果的影响,分别取不同的差分步长进行计算,计算结果见表 2.

b. 为了研究基本变量的统计值对可靠指标 β 的影响,分别将某一个统计值或某一组统计值改变,而其它值不变进行计算,计算结果见表 3~8. 为了方便比较,将与表 2 中一致的统计值注上了“ * ”号.

表 2 不同步长下求得的可靠指标 β

Table 2 Reliability index for different step lengths

步长	0.001	0.01	0.05	0.1
$Z_1 > 0$	3.463 562	3.463 560	3.463 561	3.463 565
$Z_2 > 0$	2.173 766	2.173 767	2.173 766	2.173 774

表 3 混凝土强度变异系数改变时的可靠指标 β

Table 3 Reliability index for different cov of concrete strength

变异系数	0.12	0.17	0.22 *	0.27	0.32
$Z_1 > 0$	6.334 479	4.478 912	3.463 561	2.823 268	2.382 681
$Z_2 > 0$	3.716 511	2.742 458	2.173 766	1.799 835	1.534 985

表 4 混凝土强度均值改变时的可靠指标 β

Table 4 Reliability index for different mean-values of concrete strength

抗压强度均值/抗拉强度均值	20.0/2.0	25.0/2.5 *	30.0/3.0
$Z_1 > 0$	3.192 342	3.463 561	3.644 287
$Z_2 > 0$	1.593 227	2.173 766	2.569 730

表 5 混凝土弹模变异系数改变时的可靠指标 β

Table 5 Reliability index for different cov of concrete elastic modulus

变异系数	0.03 *	0.1	0.3
$Z_1 > 0$	3.463 561	3.463 479	3.462 735
$Z_2 > 0$	2.173 766	2.179 977	1.867 745

表 6 基岩变形模量变异系数改变时的可靠指标 β

Table 6 Reliability index for different cov of rock deformation modulus

变异系数	0.1	0.3 *	0.6
$Z_1 > 0$	3.466 928	3.463 561	3.454 346
$Z_2 > 0$	2.276 658	2.173 766	2.016 628

表 7 混凝土容重变异系数改变时的可靠指标 β

Table 7 Reliability index for different cov of concrete unit weight

变异系数	0.03 *	0.1	0.3
$Z_1 > 0$	3.463 561	3.463 529	3.463 241
$Z_2 > 0$	2.173 766	2.173 767	2.173 767

表 8 上、下游水位和上游沙位变异系数改变时的可靠指标 β

Table 8 Reliability index for different cov of water and sand level

变异系数	0.06 *	0.1	0.3
$Z_1 > 0$	3.463 561	3.462 894	3.454 415
$Z_2 > 0$	2.173 766	2.173 330	2.167 909

4 成果分析与结论

- a. 从表 2 得到,该坝的抗压强度可靠指标 $\beta = 3.463560$,抗拉强度可靠指标 $\beta = 2.173766$,即抗压失效概率 $P_f = 0.0002701$,抗拉失效概率 $P_f = 0.015000$. 由于失效模式间有相关关系,可用区间估值法求解该坝强度失效概率 $0.015 \leq P_f \leq 0.0152701$. 近似认为该坝的强度失效概率为 0.015.
- b. 从表 2 可以看到,在 0.001 ~ 0.1 范围内,步长的改变对可靠指标 β 的影响很小,几乎没有影响. 因此,本文在拱坝可靠指标计算中用差分值代替应力偏导数的探讨是成功的,该结论可以推广到其它荷载效应是隐式的结构可靠度分析中. 其原因有两个:第一,用前后差分法,提高了差分值的精度;第二,从式(9)中可以看到,由于应力对所设基本变量的灵敏度低于功能函数对强度的灵敏度,使得可靠指标 β 的值主要受强度的影响,而对应力灵敏度的精度要求低. 表 3 ~ 8 也说明了这个结论.
- c. 从表 3、表 4 可以看到,混凝土强度变异系数对可靠指标的影响很大,混凝土强度均值对可靠指标的影响也较大,特别是对抗拉可靠指标的影响大,但都比变异系数对可靠指标的影响小得多. 因此,要有效提高结构可靠指标,就要降低混凝土强度变异系数的值. 从表 5 和表 6 可以看到,混凝土弹性模量和基岩变形模量的变异系数对抗压强度可靠指标的影响很小,但对抗拉强度可靠指标的影响较明显. 从表 7 和表 8 可以看到,混凝土容重、上游水位、下游水位、上游沙位的变异系数对可靠指标的影响很小.

参考文献：

[1] 中华人民共和国能源部,中华人民共和国水利部. 水利水电工程结构可靠度设计统一标准[S]. 北京:中国计划出版社,1994. 1 ~ 20.

[2] 水利电力部华东勘测设计院. 混凝土拱坝设计规范[S]. 北京:水利电力出版社,1985. 15 ~ 20.

[3] 姜弘道. 水工结构工程与岩土工程的现代计算方法及程序[M]. 南京:河海大学出版社,1992. 160 ~ 173.

[4] 吴世伟. 结构可靠度分析[M]. 北京:人民交通出版社,1991. 71 ~ 163.

Reliability Analysis of Arch Dams Based on Load Distribution Method

YANG Hai-xia

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract “Unified design standard for reliability of hydraulic structures” demands that the theory of structural reliability be applied to the design of hydraulic structures. The load distribution method is the main method for stress analysis of arch dams. In this paper, formulations for reliability analysis of arch dam are developed based on the load distribution method. The accuracy of the method is proved to be satisfactory. The effect of random variables on the reliability index is discussed.

Key word arch dam ; reliability ; load distribution method ; design