

风浪内频谱与外频谱的比较分析

徐福敏, 薛鸿超

(河海大学港口航道及海岸工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 概述了近年来不同水深风浪谱研究的发展状况, 引入内频谱及外频谱的概念, 介绍了风浪谱的几种估计方法: 快速傅里叶变换 (FFT) 法、最大熵法和外频谱法。根据不同水深的风浪槽试验, 将由 FFT 法、最大熵法得到的内频谱与由试验波高一波周期联合分布得到的外频谱进行比较分析, 将现场实测风浪谱与计算得到的外频谱进行比较分析, 结果表明, 在不同水深情况下, 当以真实的波高一波周期联合分布计算外频谱时, 内频谱与外频谱吻合良好。

关键词 内频谱; 外频谱; FFT 法; 最大熵法

中图分类号 P731.22

文献标识码 A

文章编号 1000-1980(2000)06-0047-05

风浪谱能揭示风浪的内部结构, 并提供风浪外观统计特征的信息, 因而对风浪谱, 尤其是浅水风浪谱的研究仍然是当前风浪研究的中心问题之一。PM 谱被认为代表充分成长海浪的波谱; Jonswap 谱基于 60 年代的北海联合计划 (Jonswap) 现场实测资料, 代表有限风距的风浪谱; Bouws^[1] 利用 Kitaigorodskii 任意水深处的风浪谱平衡域谱密度正比于波数 - 3 次方的假设, 将其应用于 Jonswap 谱得到 TMA 谱来描述浅水风浪谱; Herman. C. Miller 与 Linwood Vincent^[2] 基于 Kitaigorodskii 波与波相互作用的假定, 根据美国陆军工程兵团水道实验站海岸研究中心 Field Research Facility (FRF) 收集的现场资料, 提出了适用于浅水域的 FRF 谱; 文圣常^[3] 采用若干假定, 推导出深水理论频谱, 引入浅水因子 $D^* = \bar{H}/D$, 得到 $D^* \in (0.164 \sim 0.228)$ 时浅水风浪谱。

Bretschneider 首先由波高一波周期联合分布导出成长状态的风浪谱; 洪广文根据波高一波周期的二元对称三参数 Γ 分布导出风浪谱的解析式, 并将其应用于莆田站实测资料进行分析; 孙孚、丁平兴^[4] 讨论了风浪外频谱形式, 孔亚珍、丁平兴^[5] 对外频谱与内频谱进行了分析, 称这种由波高一波周期联合分布导得的谱为外观频率谱, 或简称外频谱以区别于由 FFT 法或最大熵法等得到的风浪谱: 内频谱。本文以不同水深情况下风浪槽试验及现场实测为基础, 用最大熵谱估计法及 FFT 法求得其内频谱, 用波高一波周期联合分布求得其外频谱, 并将其与内频谱进行比较, 探讨在不同水深时外频谱代替内频谱应用于工程实践的可能性。

1 风浪谱的几种估计方法

内频谱的估计方法最常用的是快速傅立叶变换方法 (FFT), 近年来最大熵谱估计方法得到越来越多的重视。快速傅立叶变换则要求数据长度能代表序列的一个实际周期, 但实际资料中这些条件常难以满足。熵在信息论中是衡量随机事件不确定性程度的量, 最大熵法只利用资料中已有的信息——自相关函数外推后以求功率谱, 使谱的熵函数达到最大, 除此之外并不附加任何先验信息, 而使原始信息的不定程度最大, 它具有短序列、高分辨率的优点。外频谱的估计方法根据波高一波周期联合分布确定, 以往的外频谱均由参数化的波高一波周期联合分布表达式得到, 难于合理反映波高与波周期间相关性变化规律。因此, 本文将直接通过风浪槽试验的真实波高一波周期联合分布得到外频谱。

1.1 傅立叶变换方法

两个函数 $F(f)$ 与 $\zeta(t)$ 若存在如下关系:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(f) e^{(-2\pi f)it} df$$

$$F(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi(t) e^{(-2\pi f)it} dt$$

则称 $F(f)$ 与 $\xi(t)$ 互为傅立叶变换, 对于波面过程 $\xi(t)$, $F(f)$ 称为傅立叶谱, 将波能谱 $S(f)$ 定义如下:

$$S(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|F(f)|^2}{T}$$

对波面过程 $\xi(t)$, 其协方差 $R(\tau)$ 为

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi(t) \xi(t + \tau) dt$$

其傅立叶变换即为功率谱:

$$S(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-2\pi f i t} d\tau$$

1.2 最大熵谱估计法

熵在信息论中是衡量随机事件不定程度的量, 最大熵谱估计法的思路是把自相关函数外推至无穷后, 再作频域变换. 如 x 为连续型随机变量, 则熵为

$$G_x = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \ln f(x) dx$$

其中 $f(x)$ 为 x 的概率密度函数, 若 x 是期望为 0, 方差为 σ^2 的正态分布, 则求得

$$G_x = -\frac{1}{2} \ln(2\pi e \sigma^2)$$

对于连续型随机变量, 其概率密度函数为正态分布时, 熵值达最大, 由上式知 G_x 与 σ^2 相关, 而 σ^2 即为谱零阶矩, 已知功率谱 $S(f)$ 与协方差函数 $R(\tau)$ 互为傅立叶变换的关系, 故熵为

$$G_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \ln S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

由拉格朗日乘子法, 便得到满足上式的最大熵谱公式:

$$S(\omega) = \frac{\sigma^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^{K_o} \varphi_K^{(P_o)} e^{i\omega k} \right|^2}$$

其中: σ^2 ——预报误差方差估计; P_o ——阶数; $\varphi_K^{(P_o)}$ ——过滤系数, 由 Yule-Walkes 方程及列文森递推式解得.

2 外频谱估计方法^[6]

假设某随机波动过程等于按波动振幅或波高所表示的平均波能:

$$M_0 = \int_0^\infty S(u) du = \bar{H}^2/8$$

其中 $S(u)$ 为频谱, $u = \omega/\bar{\omega}$. 若波高一波周期联合概率密度函数为 $f(x, y)$, $x = H/\bar{H}$, $y = T/\bar{T}$;

有

$$M_0 = \int_0^\infty S(y) dy = \bar{H}^2 \bar{x}^2/8 = (\bar{H}^2/8) \int_0^\infty \left[\int_0^\infty x^2 f(x, y) dx \right] dy$$

因此

$$S(y) = (\bar{H}^2/8) \int_0^\infty x^2 f(x, y) dx$$

根据直接由波面记录算得的波高一波周期联合概率分布表, 将求外频谱的公式离散化, 求得外频谱:

$$S\left(\frac{T}{\bar{T}}\right) = \frac{\bar{H}^2}{8} \frac{\Delta H}{H} \sum_{i=1}^{\infty} f\left(\frac{H_i}{H}, \frac{T_i}{T}\right) \left(\frac{H_i}{H}\right)^2$$

$$S\left(\frac{f}{\bar{f}}\right) = S\left(\frac{T}{\bar{T}}\right) \left(\frac{f}{\bar{f}}\right)^2$$

3 风浪槽试验最大熵谱、FFT 法谱和外频谱的比较

3.1 试验简介

试验在南京水科院河港研究所的风浪槽中进行,风浪槽宽 1.2 m,中间以隔板隔开,每侧宽 0.6 m,在安装抽风设备的一侧加盖板,有效风区长度 25 m. 槽首的造波系统可以造规则波和不规则波,槽尾配置调速电机 ($0 \sim 50 \pi \text{ rad/s}$) 带动抽风机,风速的测量由风速仪完成并自动转换为数据显示在风速表中,波面的测量采用波高仪直接将波面变化转换为电压信号,进一步数字化后储存在主控室的微机中进行数据处理. 试验中浅水因子 $\bar{H}/D$ 范围为 $0.05 \sim 0.25$,风速范围为 $8.0 \sim 18.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. 在一定水深、风速条件下,历经一段风时后,风浪达到稳定,采集波面数据,每秒 30 个数据,记录长度 3 分钟,每组试验有 5 400 个数据,约取得 400 个完整波形.

3.2 内频谱与外频谱的比较

以第 3,9,10,14 组试验为例,采用最大熵谱估计法处理波面数据,得到最大熵谱,按 FFT 法得到相应内频谱,对波面数据进行统计得到波高一波周期联合分布,算得相应外频谱. 最大熵谱、FFT 法谱与外频谱的比较见图 1.

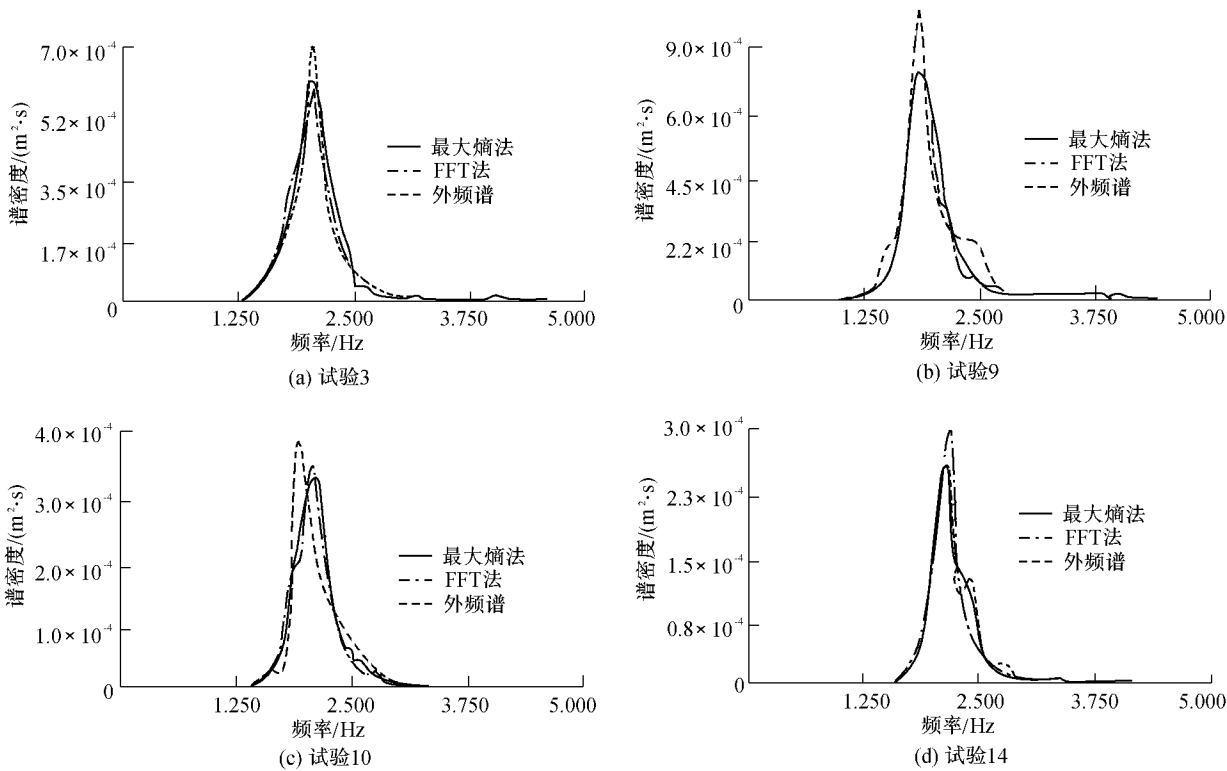


图 1 风浪槽试验的 FFT 谱、最大熵谱及外频谱的比较

Fig.1 Comparison between experimental FFT spectrum ,MEP spectrum and apparent spectrum

4 现场实测谱与外频谱的比较

4.1 连云港外频谱与实测谱的比较

连云港测点的浅水因子 $\bar{H}/D \in (0.03 \sim 0.11)$,属于深水情形,葛明达对连云港现场资料进行统计分析,得到其波高、波周期在相关系数 $k = 0.6$ 时,其二元 Weibull 联合分布表达式:

$$f\left(\frac{H}{\bar{H}}, \frac{T}{\bar{T}}\right) = 6.471 \left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^{1.25} \left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^{2.50} \exp\left[-1.189\left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^{2.25} - 1.080\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^{3.5}\right] I_0\left[1.360\left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^{1.125} \left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^{1.75}\right] \quad (1)$$

根据洪广文^[6]导得的外频谱与波高一波周期联合分布的关系,其外频谱可写为

$$S\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)/m_0 = 1.626 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-4.5} \exp\left[-0.691\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-3.5}\right] \left[1 + 0.3471\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-3.5} - 0.0037\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^7\right] \quad (2)$$

杨正己对连云港风浪进行谱分析,得到其谱形式为:

$$\frac{S(\omega)\bar{\omega}}{m_0} = \frac{dC^{1+s}}{\Gamma(1+s)}(1-k^2)\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-d(1+s)-1}\exp\left[-C\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-d}\right]\left[1+\frac{Ck^2\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-d}}{(1+s)(1-k^2)}\right]$$

上式包括 $d, s, k, \bar{\omega}$ 和 m_0 五个参数,较 $\bar{S}(\omega) = A\omega^{-p}\exp[-B\omega^{-q}]$ 形式有更大灵活性. 当 $d=2, s=1$ 时,得会战谱型; $d=4, s=0$ 时,得 Bretschneider 谱型、PM 谱型. 此外,它调整峰值及峰频值也比较自如. 用于连云港实测资料的拟合,得 $d=8, s=-9/16, k=0.3, c=0.138813$, 则连云港实测谱:

$$S\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right) = 1.51553\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-4.5}\exp\left[-0.138813\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-8}\right]\left[1+0.03138\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-8}\right] \tag{3}$$

将式(2)与实测谱式(3)进行比较,见图 2.

4.2 莆田实验站外频谱与实测谱的比较^[6]

莆田实验站资料的浅水因子 $\bar{H}/D \in (0.10 \sim 0.18)$, 属于浅水情形,洪广文等对莆田实验站波浪记录的分析表明,波高、波周期分布可以以三参数 Γ 分布表示. 当波高和波周期相关系数对应于 $k=0.5, 0.6$ 时,可得其外频谱:

$$\frac{S\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)}{m_0} = 2.94762\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-4.5}\exp\left[-0.96318\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-2.8}\right]\left[1-k^2+0.77054k^2\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-2.8}\right] \tag{4}$$

式(4)与实测谱的比较见图 3.

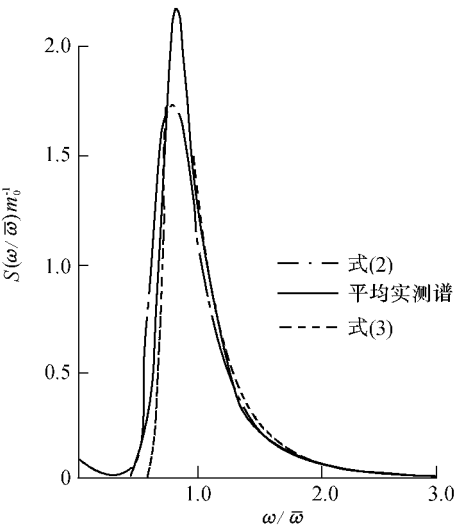


图 2 连云港外频谱与实测谱的比较

Fig.2 Comparison between the apparent spectrum and the field measured spectrum for the Lianyungang Port

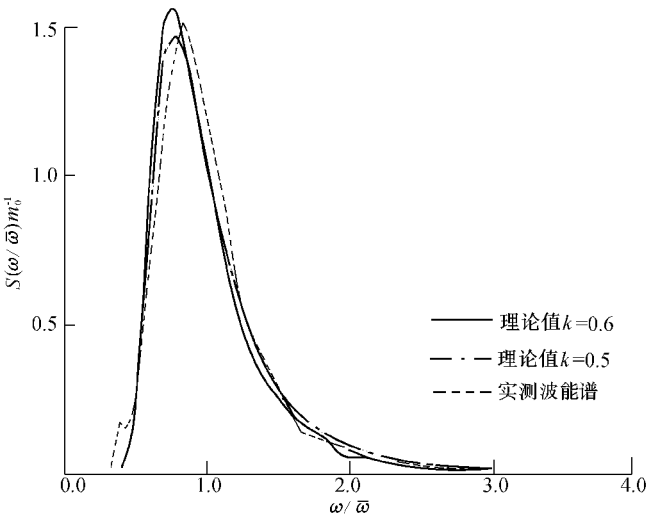


图 3 莆田站外频谱与实测谱的比较

Fig.3 Comparison between the apparent spectrum and the field measured spectrum for the Putian Station

5 风浪槽试验和现场观测结果分析

风浪槽试验结果表明,在不同水深情况下,由 FFT 法及最大熵谱估计法求得的内频谱吻合很好,只是最大熵谱估计法得到的峰频略高于 FFT 法得到的峰频,即前者得到的谱形略有些右偏,其谱峰非常吻合. 无论水深大小,两种方法得到的内频谱差异很小,表明最大熵法得到的谱能较佳地描述风浪谱结构. 外频谱与内频谱之间差异不大,无论水深大小,由波高一波周期联合概率分布表得到的外频谱与内频谱很接近,谱峰、峰频都很吻合,可见,通过波高一波周期联合概率分布表求得的外频谱代替内频谱是可行的,尽管外频谱与内频谱在概念上有很大差异,但其风浪统计特征值几乎相同.

连云港(深水)外频谱与实测谱的比较表明,当已知波高一波周期联合概率分布条件时,计入波高、波周期之间的相关性,则其外频谱与实测谱之间差异很小,在 $\omega/\bar{\omega} > 1$ 时的高频部分符合很好,其谱峰值偏小,在低频处($\omega/\bar{\omega} < 0.7$)外频谱值偏大. 这种现象可以解释为在较小波高和波周期(即较大频率)时两者相关性与较大波高和波周期(即较小频率)时两者的相关性不同,在计算连云港外频谱时,无论在高频还是低频处都认

为波高、波周期之间的相关系数为一定常值,这显然与实际不符,故导致上述现象 ;另外,由波面随机系列进行波高一波周期二维统计分布时,统计区间 $\Delta H, \Delta T$ 的大小选择影响波高一波周期联合经验分布很大,从而也影响外频谱估计,特别是谱的低频段,这也是外频谱与内频谱估计差异的原因之一,需进一步探讨如何处理此不协调现象. 莆田实验站(浅水)与连云港特点类似 其外频谱峰值略低于实测谱峰值,在低频处外频谱值较高,在 $\omega/\bar{\omega} > 1.5$ 的高频处,两者吻合很好.

6 结 论

风浪槽试验表明,在不同水深情况下,由 FFT 法及最大熵谱估计法得到的内频谱差异很小,这与前人研究成果相符 由试验统计得到的真实波高一波周期联合分布得到的外频谱与内频谱吻合良好,充分反映了外频谱可以代替内频谱并应用于工程实践的潜力.

现场资料表明,无论在浅水或深水,由波高一波周期联合分布表达式得到的外频谱与实测谱在高频处 ($\omega/\bar{\omega} > 1.0$) 吻合良好,在低频处差异偏大,有待于今后进一步研究波高一波周期联合分布中相关系数的精确描述.

参考文献 :

[1] Bouws E. Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water spectrum form[J]. Journal of Geophysical Research,1985,90(c1) 975 ~ 986.

[2] Miller Hermann C,Vincent C Linwood. FRF spectrum ;TMA with kitaigorodskii 's f^{-4} scaling[J]. Journal of Waterways,Port,Coastal and Ocean Engineering,1990,116(1) 57 ~ 64.

[3] Wen Shengchang,Guo Peifang. Theoretical wind wave frequency spectrum in shallow water[J]. Acta Oceanology Sinica,1988,7(3) 325 ~ 343.

[4] 孙孚,丁平兴. 海浪能量的频率分布 [J]. 中国科学(B 辑),1994,24(2) 209 ~ 215.

[5] 孔亚珍,丁平兴. 外观海浪谱的比较和验证 [J]. 海洋学报,1997,19(1) 21 ~ 26.

[6] 洪广文. 关于浅水风浪统计性质和统计方法若干问题的探讨 [J]. 华东水利学院学报,1978,6(1) 15 ~ 45,6(2) 50 ~ 71.

Comparative Analysis of Wind Wave Inner Spectrum and Apparent Spectrum

XU Fu-min, XUE Hong-chao

(College of Harbor , Waterway and Coastal Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098, China)

Abstract :The development history of wind wave spectrum for different water depths is outlined,and the concepts of apparent spectrum and inner spectrum are introduced,Three spectral evaluation methods are presented,that is,the FFT method .the maximum entropy principle(MEP)method,and the apparent spectral method. According to wind wave channel experiments with different water depths,the inner spectrum from the FFT method and the MEP method is compared with the apparent spectrum from the wave height-wave period joint distribution. The field measured spectrum is compared with the apparent spectrum. Analysis indicates that the inner spectrum and the apparent spectrum fit well when the real wave height-wave period joint distribution is applied to the evaluation of the apparent spectrum.

Key words :inner spectrum ; apparent spectrum ;FFT method ; MEP method