

考虑土体非线性特性的一维固结理论研究

施建勇, 杨立昂, 赵维炳, 刘永新

(淮海大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210098)

摘要 根据压缩曲线的性质, 提出了用双曲线模拟土体压缩非线性性质的方法, 在对太沙基固结理论的假设做了修正后, 推导了非线性固结问题及其解, 并将解与底部可测孔压的固结试验结果进行了对比. 研究表明, 考虑土体非线性性质的一维固结问题的解比太沙基固结理论解要接近试验结果, 且求解过程与太沙基固结理论同样方便简单.

关键词 一维固结理论; 非线性性质; 固结试验

中图分类号 :TU431 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2001)01-0001-05

土的应力应变关系性状是土力学的主要研究课题之一. 由于土是一种复杂的工程材料, 其应力应变关系受许多因素影响, 因而不可能期望在近期内提出一种普遍的应力应变关系, 来描述各种不同类型的土在复杂加荷条件下的性状^[1].

在岩土工程计算中, 大多还采用线性的、分段线性的或非线性的弹性应力应变关系. 在 60 年代初期, 英国剑桥大学提出了可以将正常固结粘土和轻度超固结粘土模拟为一种应变硬化的弹塑性材料, 并且用增量塑性理论的方法研究土的应力应变关系. 其它提出的弹塑性模型还有“ 拉德模型”^[2]、“ 双屈服面模型”^等^[3]. 研究成果表明, 弹塑性理论是研究土的应力应变关系的一个有力的数学工具, 用它可以得出比较令人满意的结果.

虽然国内外在土的应力应变关系研究方面有了不少新的进展, 但在土的一维固结方面, 工程实践中仍沿用根据线弹性应力应变关系推导出的经典 Terzaghi 固结理论. 实践表明, 如果仍然用经典的 Terzaghi 固结理论来解决一维固结问题, 就会产生较大的误差. 这也是在软粘土地区用 Terzaghi 固结理论求沉降时计算值与实测值差距较大的一个重要原因^[4, 5].

要想在软粘土分布地区比较精确地求解一维固结问题, 其中一个重要的方法就是对经典的 Terzaghi 固结理论进行非线性应力应变关系方面的修正. Davis 和 Raymond^[6]等在对经典的 Terzaghi 固结理论进行修正时, 已采用较为实际的非线性应力应变关系——半对数型应力应变关系, 即把孔隙比表示为有效应力对数的函数, 如下式所示:

$$e_0 - e = - C_c \log \frac{\sigma'}{\sigma'_0} \quad (1)$$

南京水利科学研究院魏汝龙教授通过大量试验指出, 软粘土压缩曲线的整个形状更符合双曲线的特征, 而不是半对数曲线^[2]. 福州大学徐少曼也指出, 在侧限条件下, 土的垂直压力 P 和垂直侧限应变 ϵ 的关系, 可以用双曲线良好地拟合^[7].

本文以压缩试验为基础, 用双曲线来模拟土体的应力应变关系以及研究土体的固结特性.

1 用双曲线应力应变关系修正的一维固结微分方程推导

与 Terzaghi 固结理论相比, 修正的假设条件有:

a. 在整个固结过程中, 渗透系数 k 和压缩系数 a_v 随固结压力的增大成比例减小. 因此, 土的固结系数 C_v 为常量.

b. 在应力变化范围内, 压缩试验得到的应力应变关系为双曲线型.

根据现有的试验结果和第二个假设, 有

$$\frac{\sigma'}{\varepsilon} = E_0 + n\sigma' \quad (2)$$

式中: σ' ——一维固结的竖向有效应力; ε ——竖向压缩应变; E_0 ——土的初始压缩模量, 即 $\varepsilon \sim \sigma'$ 压缩曲线上 $\sigma' = 0$ 时的切线模量; n —— $\frac{\sigma'}{\varepsilon} \sim \sigma'$ 压缩曲线的斜率.

式(2)中 σ'/ε 实际上就是各个压力下的切线模量, 故可用 $\sigma'/\varepsilon \sim \sigma'$ 曲线表示切线模量随压力的变化, 其方程可以写为

$$E_c = E_0 + n\sigma' \quad (3)$$

式中: E_c ——土在不同压力时的压缩模量.

由公式(2)还可以得到

$$\varepsilon = \frac{\sigma'}{E_0 + n\sigma'} \quad (4)$$

又因为

$$\varepsilon = \frac{e_0 - e}{1 + e_0} \quad (5)$$

所以有

$$e = e_0 - \frac{(1 + e_0)\sigma'}{E_0 + n\sigma'} \quad (6)$$

式中: e_0 ——初始孔隙比; e ——某一应力 σ' 下的孔隙比.

式(6)即为—维情况下用孔隙比和竖向有效应力表示的双曲线型应力应变关系. 与固结理论推导类似, 经求导可以得到

$$-C_v E_0 \left[\frac{1}{(E_0 + n\sigma')^2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{2n}{(E_0 + n\sigma')^3} \frac{\partial \sigma'}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \frac{E_0}{(E_0 + n\sigma')^2} \frac{\partial \sigma'}{\partial t} \quad (7)$$

式中: C_v ——固结系数, $C_v = \frac{k(1+e)}{a_v \gamma_w} = \frac{k}{m_v \gamma_w}$; u ——超静孔隙水压力; e ——孔隙比; m_v ——体积压缩系数; γ_w ——水的容重. 式(7)即为双曲线修正的一维固结微分方程. 在此, 土体双曲线型应力应变关系和渗透系数及体积压缩系数成比例减小得到了考虑, 所以在理论上较经典 Terzaghi 固结微分方程更为合理.

2 方程求解

为了能求解偏微分方程(7), 引入一个中间变量 ξ , 并且令

$$\xi = \frac{(1 + e_0)\sigma'_f}{E_0 + n\sigma'_f} - \frac{(1 + e_0)\sigma'}{E_0 + n\sigma'} \quad (8)$$

式中: σ'_f ——固结完成时的竖向有效应力.

通过对中间变量 ξ 求偏导可将式(7)简化成

$$C_v \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (9)$$

式(9)是双曲线修正的 Terzaghi 固结微分方程的简化表达式, 在形式上与经典的 Terzaghi 固结微分方程相同, 只是中间变量 ξ 代替了超静孔隙水压力 u .

相应的定解条件为:

a. 初始条件

$$t = 0 \quad 0 \leq z \leq H \quad u = \sigma'_f - \sigma'_0 \quad \xi = \frac{(1 + e_0)\sigma'_f}{E_0 + n\sigma'_f} - \frac{(1 + e_0)\sigma'_0}{E_0 + n\sigma'_0}$$

b. 边界条件

不透水边界	$0 \leq t \leq \infty$	$z = H$	$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial \xi}{\partial z} = 0$
透水边界	$0 \leq t \leq \infty$	$z = 0$	$u = 0$	$\xi = 0$
另外	$t = \infty$	$0 \leq z \leq H$	$u = 0$	$\xi = 0$

式中： σ'_0 —— $t=0$ 时的竖向有效应力； H ——土层厚度。

联合偏微分方程(9)及上述定解条件,采用与 Terzaghi 固结偏微分方程相似的求解方法,可解得

$$\xi = \frac{(1+e_0)\sigma'_f}{E_0+n\sigma'_f} - \frac{(1+e_0)\sigma'}{E_0+n\sigma'} = \left[\frac{(1+e_0)\sigma'_f}{E_0+n\sigma'_f} - \frac{(1+e_0)\sigma'_0}{E_0+n\sigma'_0} \right] \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{m} \left(\sin \frac{mz}{H} \right) \exp(-m^2 T_v)$$

式中： m ——正奇数(1,3,5,7,...)； T_v ——时间因数(无量纲)， $T_v = C_v t / H^2$ ，其中， H 为最大排水距离，在单面排水条件下即为土层厚度，双面排水条件下为土层厚度的一半。

3 底部可测孔压的压缩试验验证

为了观测压缩试验时土样中孔压的消散情况，在常规压缩仪的基础上，研制了底部可测孔压的压缩仪(图1)。该压缩仪主要由三部分组成。第一部分：加压设备。采用杠杆式加压设备，除了加压框架略高外，其余和常规压缩仪相同。第二部分：孔压量测装置。由一个孔压传感器及与之相连的孔压数字仪组成，可随时测出土样底部孔压大小，精度为1kPa。第三部分：试样盒。由护环、底盘、透水石及加压上盖组成。护环下部带螺丝，试验时牢牢地拧在底盘上，防止底部漏水。试样盒下部底盘上刻有滤水的槽，并在中间通过一个小孔与孔压传感器相通。为了保证土样底部孔隙水不通过护环侧壁上移，特加工护环高6cm，直径6.18cm，并且在护环上设有放土样用的导环。

试验前，用高4cm、直径6.18cm的环刀制样，并抽气饱和。试验时，先拧紧护环，然后放入透水石和滤纸，打开与底盘相连的三通管在护环内注满水。然后，将带有土样的环刀放在护环的导环内，并用透水石轻轻地把土样推入护环内，关闭三通阀的排水管。这时，土样底部就只与孔压传感器相连了。其余试验方法同常规压缩试验。

试验所用土样为深圳河北岸饱和软土，土样的物理力学性质指标如下：天然容重为15.6kN/m³，饱和度为99%，塑性指数为20，渗透系数为1.614×10⁻⁶cm/s。

对饱和粘土样按常规压缩试验方法作出 $e \sim \log \sigma'$ 关系曲线，压缩模量 $E_c \sim$ 固结压力 σ' 关系曲线，见图2、图3。由图中可求出压缩参数： $a_{v1-2} = 1.516 \text{ MPa}^{-1}$ ，初始压缩模量 $E_0 = 388 \text{ kPa}$ ，斜率 $n = 3.5$ 。

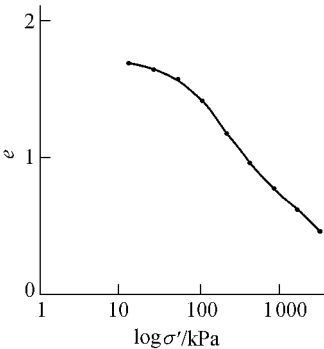


图 2 $e \sim \log \sigma'$ 关系曲线

Fig.2 Curve of e versus $\log \sigma'$

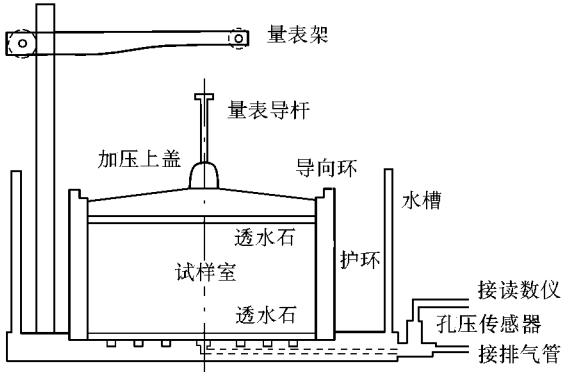


图 1 底部可测孔压的压缩仪示意图

Fig.1 Sketch of odometer measuring pore water pressure at bottom

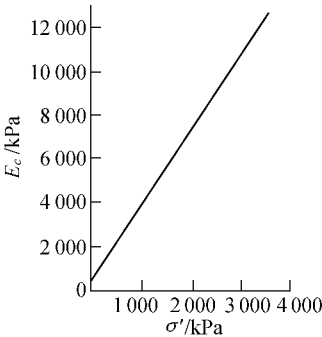


图 3 压缩模量 $E_c \sim$ 固结压力 σ' 关系曲线

Fig.3 Curve of compression modulus versus consolidation stress

对粘土样做底部测孔压的压缩试验，分别实测了50~100kPa、100~200kPa、200~400kPa三个加荷段的孔压值。此外，还编制了FORTRAN程序，分别按 Terzaghi 固结理论和双曲线修正固结理论计算试样底部在固结过程中超静孔隙水压力的消散情况，并且和实测值进行了对比，见图4。

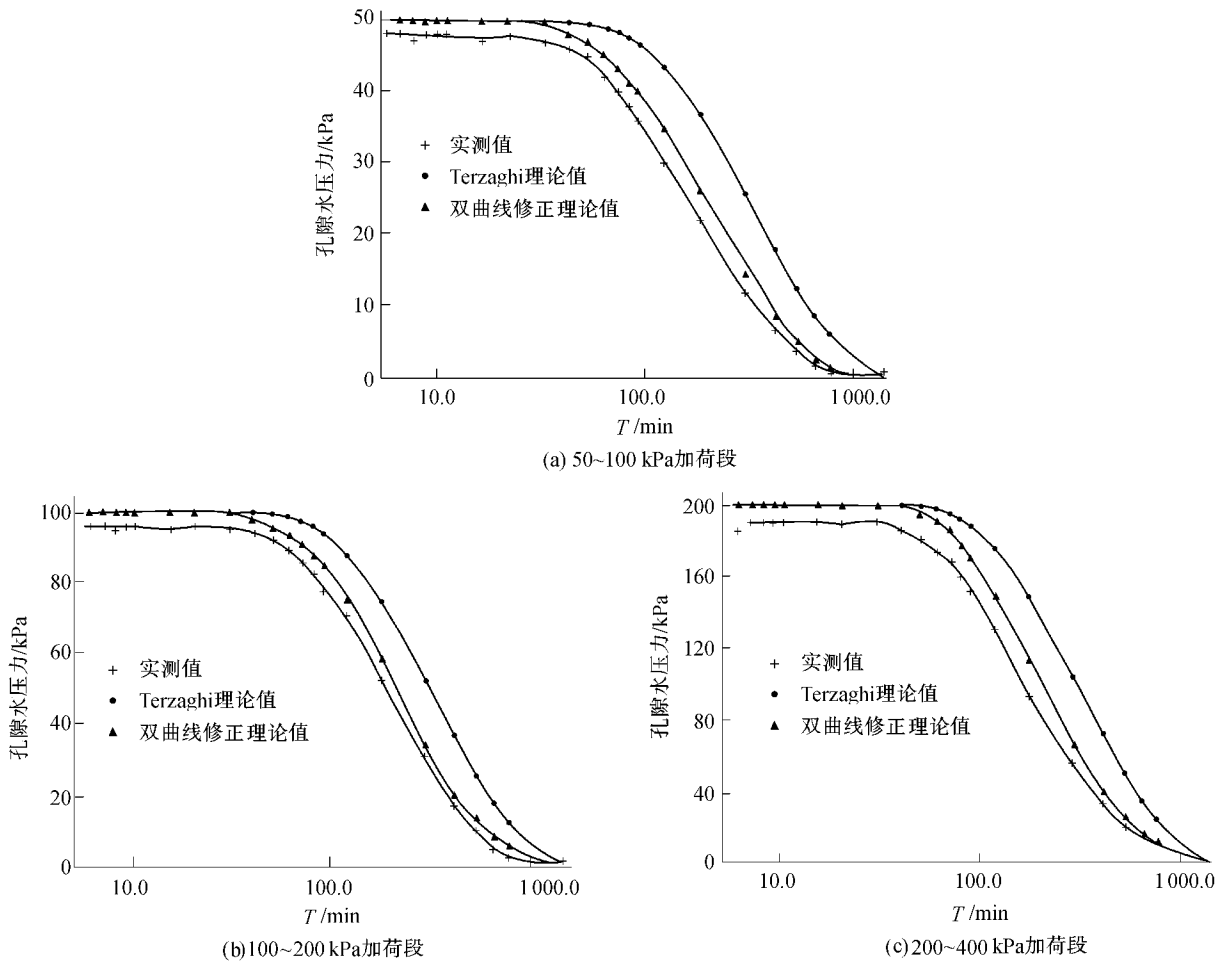


图 4 三个加荷段的孔压消散曲线
Fig.4 Curves of water pressure dissipation at three loads

4 试验结果分析

由图 2、图 3 可以看出,用压缩模量 $E_c \sim$ 固结压力 σ' 关系曲线(即双曲线型应力应变关系)比用 $e \sim \log \sigma'$ 关系曲线(即半对数型应力应变关系)能更好地拟合压缩试验结果.并且 $e \sim \log \sigma'$ 关系曲线的初始段有明显的弯曲.这也说明用双曲线型应力应变关系比用半对数型应力应变关系对一维固结理论进行修正更加合理.

从图 4 中实测孔压消散曲线可以看出,实测孔压有滞后现象,并且只能达到所加荷载的 95% 左右.在加荷开始后孔压逐步上升,不能一下达到峰值,试验时加荷段施加荷载越大,滞后达到峰值的时间越长.如果像 Terzaghi 一维固结理论中的弹簧模型所描述的那样,在施加荷载 p 的瞬时,即 $t = 0$ 时,试样中各点的孔压均等于 p ,试样底部不排水面由于初始孔压消散还未波及到,所以孔压应该保持 p 一段时间后,再逐步消散至零.而实际土样底部孔压只能达到所加荷载的 95% 左右.这说明即使是在压缩试验条件下,用简单的弹簧模型来模拟饱和粘土的固结过程也是有误差的.另外,由于试样较高(4 cm),它与侧壁的摩擦力也承担了部分外荷.

Terzaghi 理论孔压计算结果明显高于实测值,表现为计算的孔压消散比实际的要慢,见图 4.这是因为 Terzaghi 理论是建立在诸多假设基础之上的,而这些假设是对实际情况的简化,从而造成了理论计算结果与实测值的不符.其中有三个假设对 Terzaghi 理论计算结果的误差影响较大 (a) Terzaghi 固结理论假设固结系数为常数,并且是由常规压缩试验得来的 (b) Terzaghi 理论假设饱和粘土是线弹性的 (c) Terzaghi 理论假设固结过程中各点应变是相同的,这明显不符合实际,因为靠近排水面孔压消散快,固结沉降进展也较快,所以应变量大.相反,不排水面附近应变则较小.双曲线修正一维固结理论计算结果在加荷初始时,与

Terzaghi理论结果相近,同样偏高于实测值,但当孔压消散波及到底部不排水面后,其结果就较好地反映了实际的孔压消散过程,见图 4. 这表明,用双曲线型应力应变关系对 Terzaghi 固结理论进行修正后,能够较好地预测一维固结过程中孔压的消散情况.

通过本文的试验验证,说明了用双曲线修正固结理论计算孔压与 Terzaghi 理论相比同样方便简单,却具有较高的精确性.

5 结 论

本文从考虑土体非线性问题入手,根据太沙基固结问题的基本假设,做了一些修正,导出了双曲线条件下的固结问题及其解,与室内试验结果进行了对比. 虽然本文提出的修正方法使计算结果更接近于试验结果,但有关固结理论的研究还需要做更深入细致的工作,此外试验设备也要有所更新.

参考文献:

[1] 黄文熙.土的工程性质[M].北京:水利电力出版社,1983.103 ~ 161.
[2] 郑颖人,龚晓南.岩土塑性力学基础[M].北京:中国建筑工业出版社,1989.200 ~ 205.
[3] 殷宗泽.一个土体的双屈服面应力-应变模型[J].岩土工程学报,1988,10(4):64 ~ 71.
[4] Olson R E ,Ladd C C. One-dimensional consolidation problems[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division ,ASCE ,1979 ,105(1):11 ~ 30.
[5] Duncan J M. Limitation of conventional analysis of consolidation settlement[J]. Journal of Geotechnical Engineering ,1993 ,119(9):1333 ~ 1359.
[6] Davis E H ,Raymond G P. A non-linear theory of consolidation[J]. Geotechnique ,1965 ,15 ,161 ~ 171.
[7] 徐少曼.饱和粘性土地基沉降量计算的规一化曲线性[J].岩土工程学报,1987,9(4):70 ~ 77.
[8] 杨立昂.双曲线修正一维固结理论研究及其应用[D].南京:河海大学,1999.

Research of One-dimensional Consolidation Theory Considering Nonlinear Characteristics of Soil

SHI Jian-yong , YANG Li-ang , ZHAO Wei-bing

(Research Institute of Geotechnical Engineering , Hohai University ,Nanjing 210098 ,China)

Abstract :According to the compression behaviour of soil ,a method for simulating nonlinear characteristics of soil during compression by hyperbolic curve is developed and presented in this paper , The present result is compared with experimental result measured from the oedometer test. Research shows that the solution of one-dimensional consolidation theory considering nonlinear characteristics of soil is closer to the experimental result than Terzaghi's theory and the solution is as simple as Terzaghi's consolidation theory.

Key words :one-dimensional consolidation theory ;nonlinear characteristics ;consolidation test