

网络计划计算机仿真与风险分析

李干生¹, 王卓甫¹, 白宏坤²

(1. 河海大学国际工商学院, 江苏 南京 210098; 2. 河南省电力勘测设计院, 河南 郑州 450007)

摘要 为研究工作延续时间的分布对总工期分布的影响程度及总工期的风险分布特征, 建立了正态分布、 β 分布、三角分布网络进度计划的风险分析模型, 通过计算机仿真获得工程系统的进度估计及其统计分布特性, 从而获得工程总工期的风险分布, 并结合实例进行分析, 得出结论: 各工作的延续时间概率分布无论呈何种分布, 总工期符合正态分布。

关键词 网络计划 概率分布 计算机仿真 风险分析

中图分类号 TP391.9 **文献标识码** A **文章编号** 1000-1980(2001)01-0065-05

在工程项目建设中, 当一项工程计划制定完成之后, 无论企业领导或计划管理部门, 都希望知道这项计划能按规定工期实现的概率, 或想知道按规定工期完工的风险。在工程项目进度计划的计算中, 常用的方法是 CPM 法和 PERT。在实际的工程进度计划编制中, 经常是根据工程的工程量、资源配备和定额来估计施工工期, 然后结合施工合同等限制条件, 确定该工作的开工、完工时间。由于是事先估计的量, 存在着不确定性, 这必然使得整个工程完工的时间也具有不确定性, 而计算工期不确定性的分布规律如何? 网络进度计划风险怎样计算? 这些都是人们所关心的。本文拟对这些问题进行探讨, 以寻求其规律和网络进度计划风险计算方法。

1 工程施工延续时间的不确定性

工程施工延续时间的概率密度具有两个特征: (a) 有一个分布区间 (a, b) , 在此区间内的概率密度始终取有限正值; (b) 在区间 (a, b) 内, 概率密度曲线呈单峰形状。符合这两个特征的概率分布常见的有正态分布、 β 分布和三角分布。在这三种分布中, 正态分布和三角分布属对称分布, 计算较简单, 而 β 分布可用于描述偏态分布, 应用较灵活。它们的分布公式可表达如下:

1.1 正态分布函数

正态分布的概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < \infty \quad (1)$$

1.2 β 分布函数^[1]

β 分布在估计区间 (a, b) 内的概率密度的表达式为

$$f(x) = \frac{\Gamma(r+s)}{(b-a)^{r+s-2} \Gamma(r) \Gamma(s)} (x-a)^{r-1} (b-x)^{s-1} \quad (2)$$
$$x \in [a, b] \quad r > 0 \quad s > 0$$

其中参数 r 和 s 决定分布的形状, 一般有左偏、右偏和对称三种。偏移系数定义为 K 。如 m 居中, $K = 0$; m 偏 a 则 $K < 0$; m 偏 b , 则 $K > 0$ 。由期望值和方差可得 r 和 s :

$$r = \frac{36\xi - (1 + \xi)^2}{(1 + \xi)^3} \quad s = \xi r \quad (3)$$

其中

$$\xi = \frac{5b - 4m - a}{4m + b - 5a} \quad (4)$$

当 $m = (a + b)/2$ 时,

$$\xi = 1 \quad r = s = 4 \quad (5)$$

1.3 三角分布函数^[2]

三角分布的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 2(x-a)/[(m-a)(b-a)] & x \in [a, m] \\ 2(b-x)/[(b-a)(b-m)] & x \in [m, b] \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (6)$$

2 计算工期的计算机仿真

网络计划的计算机仿真是建立在蒙特卡罗(Monte Carlo)方法基础上的,它是在计算机上模仿工程系统实际执行的运行情况,并对工程项目在整个实施期间的动态变化进行观察和统计,使人们从仿真结果中了解工程系统的基本特性.网络计划的风险分析就是在工程项目执行之前,通过仿真获得工程系统的进度估计及其统计分布特性,从而获得工程总工期的风险分布,为进度分析和管理决策提供依据.

计算机仿真的步骤如下:

- 编制工程网络计划,对每道工序时间进行三点估计,即最乐观估计、最可能估计、最悲观估计;
- 确定仿真次数、分组数,确定工序的概率分布,一般为正态分布、 β 分布或三角分布;
- 分别按相应的概率分布随机抽样出 T_i 按确定型网络计划计算整个工程的时间参数;
- 统计、计频,研究总工期的特性,绘制出总工期和完工概率、完工风险的关系曲线^[3].

3 网络计划的仿真分析与风险估计

3.1 不同分布的抽样

3.1.1 正态分布的抽样^[4]

正态分布的抽样公式为

$$T_i = \bar{X} + \sigma \sum_{i=1}^{12} (r_i - 6) \quad (7)$$

$$\text{其中} \quad \bar{X} = \frac{a + 4m + b}{6} \quad \sigma = \frac{b - a}{6} \quad (8)$$

式中: T_i ——正态分布随机抽样时间; σ ——三点估计方差; $\bar{X}$ ——三点估计均值; r_i ——(0,1)间的随机数; a, m, b ——三点估计值.

3.1.2 β 分布的抽样

β 分布的概率密度较复杂,难以得到抽样公式的表达式,可以采用舍选法抽样,其具体步骤如下:(a)估计 a, b, m 值,计算 r, s 值.(b)计算 $f(x)$ 的最大值 $f(m)$.(c)产生两个[0,1]均匀分布随机数 r_1, r_2 .(d)计算 $f(a + (b-a)r_1)$ 的值.(e)判断 $f(a + (b-a)r_1)/f(m) \geq r_2$ 是否成立.若成立,则 $a + (b-a)r_1$ 即为服从 β 分布的随机作业时间;否则,重复(c)到(e),直至成立为止.

Γ 函数由以下公式近似求解:

$$\Gamma(x) = \Gamma(z + n) = (z + n - 1)(z + n - 2) \cdots (z + 1)z\Gamma(z) \quad (9)$$

式中: z ——位于区间[1,2]内的数; n ——正整数,若 x 为正整数,则 $\Gamma(x) = (x-1)!$ $\Gamma(z)$ 有表可查,可利用插值法求解.

3.1.3 三角分布的抽样^[2]

三角分布的抽样公式为

$$T_i = \begin{cases} a + \sqrt{r_i(m-a)(b-a)} & r_i \leq (m-a)/(b-a) \\ b - \sqrt{(1-r_i)(b-m)(b-a)} & r_i > (m-a)/(b-a) \end{cases} \quad (10)$$

式中: T_i ——三角分布随机抽样时间; a, m, b ——三点估计值; r_i ——伪随机数.

3.2 计算工期的计算机仿真

网络计划的总工期取决于关键线路上工序的时间,因为各工序的时间是一个随机变量,总工期也是一系列随机变量.但通过足够多次数的仿真后,经分组、计频、统计,可以得到总工期的统计特性.

当仿真运行到 n 次以后,得到总工期 $\{TZ_m\}$ 集合,分别计算均值和标准差:

样本均值

$$\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^n TZ_k$$

(11)

样本标准偏差

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^n (TZ_k - \bar{T})^2}$$

(12)

对样本排序,得出最大值和最小值,按分组数确定组距,分组计频,绘制出总工期的直方图,将其近似视为总工期的密度函数曲线,从而全面了解总工期的分布规律.

4 网络进度计划风险估算

计算出各组频数占总数的比例,将此作为以该组平均总工期完工的概率,累加各组的完工概率,得到总工期的近似累计概率曲线.

网络进度计划的风险是指在某特定工期内不能完工的概率.计算总工期的风险值,将各组风险值累加,得出总工期近似累计风险曲线.

$$F = (1 - \Sigma P) \times 100\%$$

(13)

式中: F ——在某工期内完工的风险值; ΣP ——累计完工概率.

有了这两条曲线,管理者就掌握了总工期的特性,为合理安排计划、配置资源、规避进度风险奠定了基础,为决策和决策审查提供了必要的信息.

5 实例分析

选择某工程实例说明网络计划计算机仿真的过程及总工期的风险分析,网络计划各工作的三点估计值如图 1.

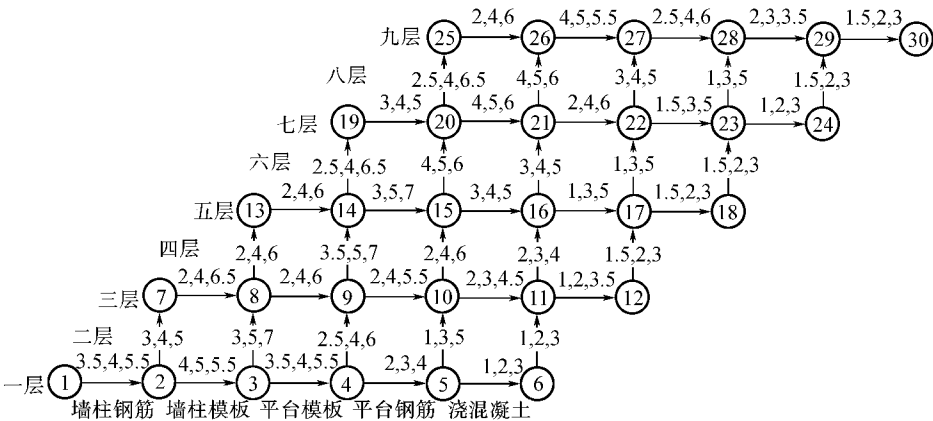


图 1 某工程结构施工进度计划网络

Fig.1 Planned construction schedule network of a project structure

设定仿真次数为 10 000 次,分别按正态分布、 β 分布和三角分布编制程序进行计算机仿真,分组计频统计后,绘制成图 2,这些直方图即为总工期概率密度函数的近似,由此计算出各组段时间内的总工期出现的概率及总工期风险值,绘制成图 3,以便指导施工.

为了更好地掌握三种分布的特征,为以后的工作服务,笔者还选用了其它网络计划进行仿真(由于篇幅有限,在此不罗列),分析比较后发现:

- a. 在三种分布仿真的总工期中, β 分布的平均值最大,正态分布的次之,三角分布的最小,这符合其分布的特征;总工期区间范围 β 分布大于正态分布和三角分布;标准偏差, β 分布大于正态分布,正态分布大于三角分布.

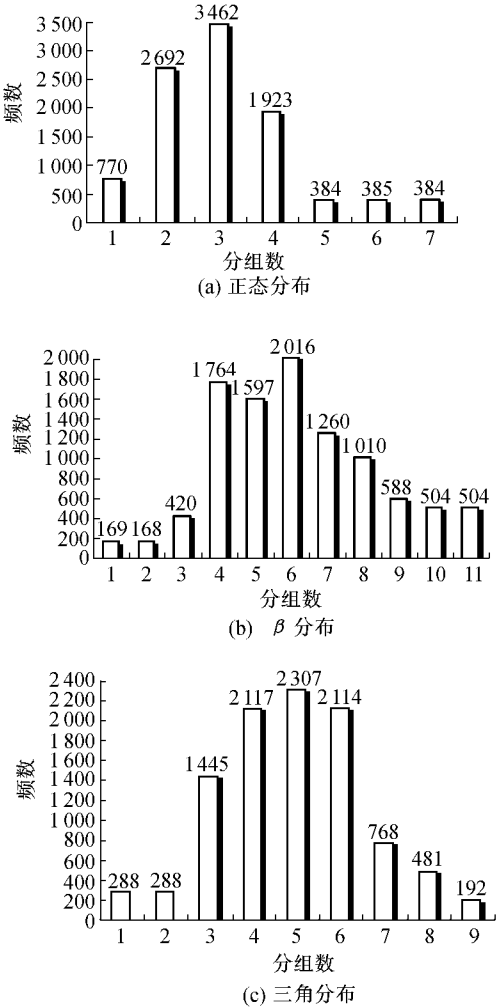


图 2 总工期频数统计

Fig.2 The total period probability statistics

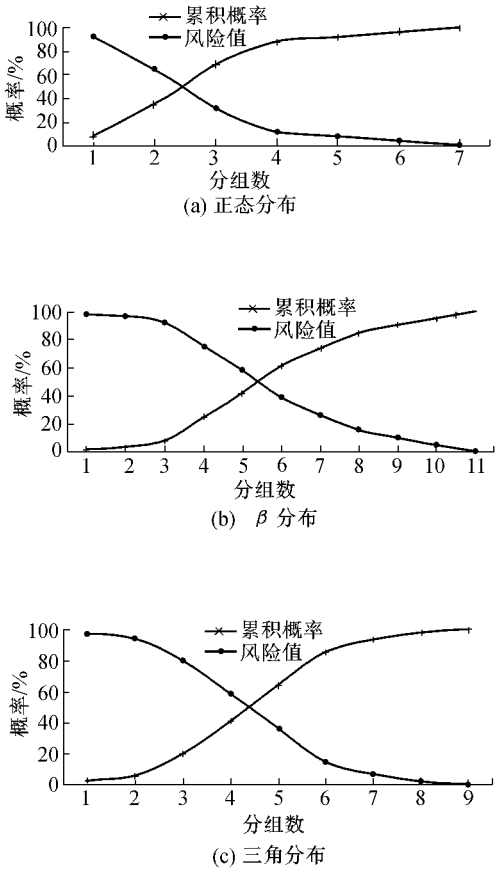


图 3 总工期累积概率与风险分布

Fig.3 The total accumulated period probability and risk distribution

b. 从总工期频数统计直方图上分析,三种分布的总工期均呈正态分布,但略有不同之处是正态分布的头部较尖, β 分布的头部次之,三角分布的头部最圆滑.

c. 通过对关键线路明显与否的两种网络计划的计算机仿真结果分析发现,对于关键线路较明显的网络计划,正态分布和三角分布的总工期呈正态分布的特征较明显,而 β 分布的总工期较为无序,这与 β 分布的活性特征有关.对于关键线路不明显的网络计划,三者均呈正态分布,分析原因为:由于关键线路愈不明确,随机过程中出现的节点数愈多,愈接近正态分布.由此得出结论:当一条工作线路的工作节点很多时,或可能在工作线路中出现的工作节点很多时,当各工序均符合正态分布或三角分布或 β 分布时,总工期均呈正态分布.

d. 当各工作的三点估计值均呈左偏或均呈右偏时,总工期的分布也相应地出现偏差,而各工作的偏离杂乱无章时,总工期并不出现偏离,而呈正态分布.

6 结 论

以上分析证明了在非肯定网络计划中,当工作节点足够多时,各工作的延续时间概率分布无论呈何种分布,其总工期符合正态分布.所以我们在进行总工期风险分析时,就可以直接按正态分布计算而不必顾及其各工作的分布情况,这就大大缩短了总工期预测的时间.

参考文献：

[1] 中国建筑学会建筑统筹管理研究会. 中国网络计划技术大全[M]. 北京 地震出版社,1993. 807 ~ 812.
[2] 王卓甫,陈登星. 水利水电施工进度计划的风险分析[J]. 河海大学学报,1999,27(4) 83 ~ 87.
[3] 徐哲,冯允成. 网络计划进度的风险分析[J]. 北京 系统工程理论与实践,1998(4) 24 ~ 28.
[4] 华东水利学院. 水文学的概率统计基础[M]. 北京 水利出版社,1981. 120 ~ 140.

Computer Emulation and Risk Analysis of Network Planning

LI Gan-sheng¹, WANG Zhuo-fu¹, BAI Hong-kun²

(1. College of International Industry and Commerce, Hohai Univ., Nanjing 210098, China ;
2. Henan Province Power Survey & Design Institute, Zhengzhou 450007, China)

Abstract: This paper established is a risk analysis models of normal distribution β distribution, triangular distribution network schedule planning, for the study of the effect of the distribution of duration on the distribution of total period and the character of total period risk distribution. Based on computer emulation, the estimated schedule and the statistical distribution character of projects are given ;then the risk distribution of total period is obtained. A case analysis is conducted in detail, and a conclusion is drawn. The total period is of normal distribution whatever duration distribution is.

Key words : network planning ;probability distribution ;computer emulation ;risk analysis

《河海大学学报(自然科学版)》征订启事

《河海大学学报(自然科学版)》是以水资源开发、利用与保护为重点的综合性学术期刊,主要刊登本校在水资源、水文、地质、测量、水利工程、水电工程、水运工程、海洋及海岸工程、水工结构、工程力学、水力学及河流动力学、岩土工程、计算机科学、电力工程、电子技术及自动化工程、工业与民用建筑、管理工程、水利经济、环境工程、机械工程等学科方面的科研成果、学术论文、学术讨论、研究动态等学术性文章,可供上述有关专业的科技工作者及大专院校师生阅读和参考。

本刊创办于 1957 年,是我国中文核心期刊,在国内工程技术界和学术界有较大影响。刊载的文章中,有不少国家科技攻关(重点)项目和各种科学基金资助项目的研究成果,部分达到了国内领先和国际先进水平,为我国水利、水电、水运工程及其他有关工程建设的规划、设计、施工和管理提供了科学理论、方法和具体建议,发挥了较大的社会效益和经济效益,深受工程界和科技界赞许,并获得全国优秀高校自然科学学报二等奖,以及全国水利系统优秀期刊、江苏省优秀期刊称号。本刊每逢单月出版,国内外公开发行,邮发代号: 28-63,每期定价 8.00 元,全年订费 48.00 元。欢迎广大读者在全国各地邮局订阅或直接与编辑部联系。联系地址 南京市西康路 1 号《河海大学学报》编辑部,邮政编码 210098。