

应用三维代数应力通量模型模拟分层流

华祖林 ,刘晓东

(河海大学水文水资源及环境学院 ,江苏 南京 210098)

摘要 根据分层流紊动扩散能力在水平与垂直方向存在明显差异的特征 ,建立了三维代数应力通量模型 .模型以有限体积法离散 ,SIMPLEC 方法求解速度、压力和温度耦合方程组 .对某分层流试验数值模拟计算表明 ,计算结果与实测值吻合良好 .对于各向异性的分层流 ,代数应力通量模型与双方程 $k-\epsilon$ 模型相比 ,更好地保留与模拟了其基本物理特征 ,所得结果更趋合理 .

关键词 分层流 ;各向异性 ;代数应力通量模型 ;数值模拟

中图分类号 :TV131.4 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2001)02-0001-07

在水环境问题研究中 ,常常会遇到水体分层现象 .如 湖泊、水库、海洋受太阳辐射而形成热力分层流动 ,潮汐河口盐淡水交汇而形成的盐度分层流 ;工业(如热核电站)废热排放于天然受纳水体形成温度分层 ,含有大量泥沙的浑水或排放的污染物质与清水混合产生密度分层 .因此 ,分层流的模拟研究对国民经济生产中的环保、电力、航运、化工及市政等具有十分重要的作用 .自 Schiff 和 Schonfeld 首次采用异重流运动方程计算河口盐水楔分层形态以来 ,采用数学模型对分层流进行模拟取得了较大进展 .较早采用的有积分法 ,如波赫模型^[1]、S-H 模型^[2]等 .因其简化太多而未对湍流紊动输运机理进行分析和模拟 ,不能对流场的细节进行计算与预测 .目前 ,双方程 $k-\epsilon$ 模型已经运用于分层流的模拟中 ,并有较为成功的报道^[3~6] .但由于 $k-\epsilon$ 属于各向同性模型 ,而分层流各向异性明显 ,虽然部分学者对 $k-\epsilon$ 模型作出了修正改进 ,但修正只是针对特定运动图案建立经验关系 ,求解缺乏通用性 .本文充分利用代数应力通量模型固有的体现湍流各向异性的特征 ,从而克服了双方程 $k-\epsilon$ 模型的弱点 ,对分层流模拟取得较为满意的效果 .

1 数 学 模 型

三维代数应力通量模型的完整方程组为

连续方程
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j) = 0 \tag{1}$$

动量方程
$$\frac{\partial (\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + f_i + \frac{\partial}{\partial x_j}(\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j}) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{u_i u_j}) - \rho g_i \beta T \tag{2}$$

浓度(或温度)方程
$$\frac{\partial (\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho U_k T)}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k}(\frac{\mu}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial x_k} - \rho \overline{u_k \theta}) \tag{3}$$

状态方程
$$\rho = \rho(T) \tag{4}$$

湍动能方程
$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho C_k \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial k}{\partial x_l}) + P_k + P_b - \rho \epsilon \tag{5}$$

耗散率方程
$$\frac{\partial (\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho C_\epsilon \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l}) + \frac{\epsilon}{k}(C_{\epsilon_1} P_k + C_{\epsilon_3} P_b - \rho C_{\epsilon_2} \epsilon) \tag{6}$$

应力方程
$$\overline{u_i u_j} = \frac{k}{\rho C_1 \epsilon} \left\{ (1 - C_2) P_{ij} + (1 - C_3) P_{ij,b} + \frac{2}{3} \delta_{ij} [C_2 P_k + C_3 P_b + \rho (C_1 - 1) \epsilon] \right\} \tag{7}$$

收稿日期 2000-10-14
基金项目 国家自然科学基金资助项目(50009001)
作者简介 华祖林(1965—),男,江苏江阴人,博士,高级工程师,主要从事水动力与水环境研究.

$$\text{通量项方程} \quad \overline{u_i \theta} = \frac{k}{C_{T_1} \rho \epsilon} \left[P_{i,T} + \rho C_{T_2} \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \overline{u_m \theta} - (1 - C_{T_3}) \rho \beta g_i \overline{\theta \theta} \right] \quad (8)$$

$$\overline{\theta \theta} = - \frac{k}{C_\theta \epsilon} \overline{u_k \theta} \frac{\partial T}{\partial x_k} \quad (9)$$

式中: ρ —— 水体密度; U_i —— 沿坐标系三个方向上时均速度分量; u_i —— 对应于时均速度分量 U_i 的脉动分量; P —— 时均压强; T —— 浓度(或温度)时均值; θ —— 浓度(或温度)脉动量; β —— 体积膨胀系数; k —— 湍流紊动动能; ϵ —— 湍流紊动动能耗散率; $C_k, C_1, C_2, C_3, C_{T_1}, C_{T_2}, C_{T_3}, C_\theta, C_\epsilon, C_{\epsilon_1}, C_{\epsilon_2}, C_{\epsilon_3}$ —— 模型常数(共12个)取值分别为 0.24 2.2 0.55 0.55 3.0 0.5 0.5 0.13 0.15 1.44 1.92 0.80; $P_{ij} = -\rho \overline{u_j u_i u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k}$; $P_k = -\rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$; $P_{ij,b} = -\rho \overline{g_i u_j \theta} + \overline{g_j u_i \theta}$; $P_b = -\beta \rho \overline{g_i u_i \theta}$; $P_{i,T} = -\rho \overline{u_i u_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} + \overline{\theta u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$).

将雷诺应力及通量项代数表达式(7)~(9)展开,即

$$\overline{uu} = - \frac{k}{C_1 \epsilon} \left\{ \chi (1 - C_2) \overline{uu} \frac{\partial U}{\partial x} + \overline{uv} \frac{\partial V}{\partial y} + \overline{uw} \frac{\partial W}{\partial z} \right\} + \frac{2}{3} C_2 \left[\overline{uu} \frac{\partial U}{\partial x} + \overline{vw} \frac{\partial V}{\partial y} + \overline{ww} \frac{\partial W}{\partial z} + \overline{uv} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \overline{uw} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \overline{vw} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) \right] + \frac{2}{3} (1 - C_1) \epsilon \quad (7a)$$

$$\overline{uv} = - \frac{(1 - C_2)k}{C_1 \epsilon} \left[\overline{uu} \frac{\partial V}{\partial x} + \overline{uv} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \overline{vw} \frac{\partial U}{\partial y} + \overline{uw} \frac{\partial V}{\partial z} + \overline{vw} \frac{\partial U}{\partial z} \right] \quad (7b)$$

$$\overline{uw} = - \frac{(1 - C_2)k}{C_1 \epsilon} \left[\overline{uu} \frac{\partial W}{\partial x} + \overline{uv} \frac{\partial W}{\partial y} + \overline{uw} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) + \overline{vw} \frac{\partial U}{\partial y} + \overline{ww} \frac{\partial U}{\partial z} \right] + \frac{(1 - C_3)k}{C_1 \epsilon} \beta g \overline{u \theta} \quad (7c)$$

$$\overline{vw} = - \frac{k}{C_1 \epsilon} \left\{ \chi (1 - C_2) \overline{uv} \frac{\partial V}{\partial x} + \overline{vw} \frac{\partial V}{\partial y} + \overline{vw} \frac{\partial V}{\partial z} \right\} + \frac{2}{3} C_2 \left[\overline{uu} \frac{\partial U}{\partial x} + \overline{vw} \frac{\partial V}{\partial y} + \overline{ww} \frac{\partial W}{\partial z} + \overline{uv} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \overline{uw} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \overline{vw} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) \right] + \frac{2}{3} (1 - C_1) \epsilon \quad (7d)$$

$$\overline{vw} = - \frac{k(1 - C_2)}{C_1 \epsilon} \left[\overline{uv} \frac{\partial V}{\partial x} + \overline{uv} \frac{\partial W}{\partial x} + \overline{vw} \frac{\partial W}{\partial y} + \overline{vw} \left(\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) + \overline{ww} \frac{\partial V}{\partial z} \right] + \frac{k(1 - C_3)}{C_1 \epsilon} \beta g \overline{v \theta} \quad (7e)$$

$$\overline{ww} = - \frac{k}{C_1 \epsilon} \left\{ \chi (1 - C_2) \overline{uw} \frac{\partial W}{\partial x} + \overline{vw} \frac{\partial W}{\partial y} + \overline{ww} \frac{\partial W}{\partial z} \right\} - \chi (1 - C_3) \beta g \overline{w \theta} + \frac{2}{3} C_2 \left[\overline{uu} \frac{\partial U}{\partial x} + \overline{vw} \frac{\partial V}{\partial y} + \overline{ww} \frac{\partial W}{\partial z} + \overline{uv} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \overline{uw} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \overline{vw} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) \right] - \frac{2}{3} C_3 \beta g \overline{w \theta} + \frac{2}{3} (1 - C_1) \epsilon \quad (7f)$$

$$\overline{u \theta} = - \frac{k}{C_{T_1} \epsilon} \left[\overline{uu} \frac{\partial T}{\partial x} + \overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} + \overline{uw} \frac{\partial T}{\partial z} + (1 - C_{T_2}) \overline{u \theta} \frac{\partial U}{\partial x} + \overline{v \theta} \frac{\partial U}{\partial y} + \overline{w \theta} \frac{\partial U}{\partial z} \right] \quad (8a)$$

$$\overline{v \theta} = - \frac{k}{C_{T_1} \epsilon} \left[\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial x} + \overline{vv} \frac{\partial T}{\partial y} + \overline{vw} \frac{\partial T}{\partial z} + (1 - C_{T_2}) \overline{u \theta} \frac{\partial V}{\partial x} + \overline{v \theta} \frac{\partial V}{\partial y} + \overline{w \theta} \frac{\partial V}{\partial z} \right] \quad (8b)$$

$$\overline{w \theta} = - \frac{k}{C_{T_1} \epsilon} \left[\overline{uw} \frac{\partial T}{\partial x} + \overline{vw} \frac{\partial T}{\partial y} + \overline{ww} \frac{\partial T}{\partial z} + (1 - C_{T_2}) \overline{u \theta} \frac{\partial W}{\partial x} + \overline{v \theta} \frac{\partial W}{\partial y} + \overline{w \theta} \frac{\partial W}{\partial z} \right] - (1 - C_{T_3}) \beta g \overline{\theta \theta} \quad (8c)$$

$$\overline{\theta \theta} = - \frac{1}{C_\theta \epsilon} \left(\overline{u \theta} \frac{\partial T}{\partial x} + \overline{v \theta} \frac{\partial T}{\partial y} + \overline{w \theta} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (9a)$$

2 方程离散及数值求解

2.1 方程离散

2.1.1 基本方程式离散

将方程式(1)~(3)(5)~(6)归纳为统一的通用方程形式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varphi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U \varphi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V \varphi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho W \varphi) = \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma_{\varphi x} \frac{\partial \varphi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\Gamma_{\varphi y} \frac{\partial \varphi}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\Gamma_{\varphi z} \frac{\partial \varphi}{\partial z}) + S_\varphi \quad (10)$$

式中: φ —— 通用变量,如 U, V, W, k, ϵ, T 等; $\Gamma_{\varphi x}, \Gamma_{\varphi y}, \Gamma_{\varphi z}$ —— x, y, z 方向的通用扩散系数; S_φ —— 源项.不同的基本方程式,对应 $\varphi, \Gamma_{\varphi x}, \Gamma_{\varphi y}, \Gamma_{\varphi z}, S_\varphi$ 取不同的值或表达式.采用交错网格法^[7],将压强 P 、湍流

动能 k 、耗散率 ε 、温度 T 等变量放置在主网格节点上, 将速度分量 U, V, W 放在主网格中间的交界面上. 应用有限体积法, 将统一形式的通用微分方程在某一单元体内积分, 可得

$$a_P \varphi_P = a_E \varphi_E + a_W \varphi_W + a_N \varphi_N + a_S \varphi_S + a_T \varphi_T + a_B \varphi_B + b_\varphi \quad (11)$$

式中: $a_E = D_e A(|P_e|) + [-F_e \ 0]$; $a_W = D_w A(|P_w|) + [F_w \ 0]$;

$$a_N = D_n A(|P_n|) + [-F_n \ 0]$$
; $a_S = D_s A(|P_s|) + [F_s \ 0]$;

$$a_T = D_t A(|P_t|) + [-F_t \ 0]$$
; $a_B = D_b A(|P_b|) + [F_b \ 0]$;

$$a_p^0 = \frac{\rho_p^0 \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t}$$
; $b_\varphi = S_C \Delta x \Delta y \Delta z + a_p^0 \varphi_p^0$;

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B - S_p \Delta x \Delta y \Delta z.$$

其中, 对流强度及扩散率定义为

$$F_e = (\rho U)_e \Delta y \Delta z ; D_e = \frac{\Gamma_{xe} \Delta y \Delta z}{(\delta x)_e} ; F_w = (\rho U)_w \Delta y \Delta z ; D_w = \frac{\Gamma_{xw} \Delta y \Delta z}{(\delta x)_w}$$

$$F_n = (\rho V)_n \Delta z \Delta x ; D_n = \frac{\Gamma_{yn} \Delta z \Delta x}{(\delta y)_n} ; F_s = (\rho V)_s \Delta z \Delta x ; D_s = \frac{\Gamma_{ys} \Delta z \Delta x}{(\delta y)_s}$$

$$F_t = (\rho W)_t \Delta x \Delta y ; D_t = \frac{\Gamma_{zt} \Delta x \Delta y}{(\delta z)_t} ; F_b = (\rho W)_b \Delta x \Delta y ; D_b = \frac{\Gamma_{zb} \Delta x \Delta y}{(\delta z)_b}$$

派克里特数 P 为 F 和 D 的比值, 如 $P_e = \frac{F_e}{D_e}$ 等; $A(|P|) = [0 (1 - 0.1 |P|^5)]$.

2.1.2 雷诺应力和通量项方程离散

a. 将雷诺应力式(7a)~(7f)写成统一表达式

$$a_1 \overline{uu} + b_1 \overline{uv} + c_1 \overline{uw} + d_1 \overline{vw} + e_1 \overline{vw} + f_1 \overline{uw} = g_1 \quad (12)$$

式中 $a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, f_1, g_1$ 为系数, 对于不同的应力分量, 它们各自均有不同的表达式.

b. 将通量项方程式(8a)~(8c)写成如下形式:

$$a_2 \overline{u\theta} + b_2 \overline{v\theta} + c_2 \overline{w\theta} = d_2 \quad (13)$$

式中系数 a_2, b_2, c_2, d_2 对应于不同的通量项分量, 有不同表达式. 对于 $\overline{w\theta}$ 方程, 系数 d_2 含有 $\overline{\theta^2}$, $\overline{\theta^2}$ 在求出上一次迭代过程中的 $\overline{u\theta}, \overline{v\theta}, \overline{w\theta}$ 后, 由(9a)式计算得到.

2.2 数值求解

对离散方程采用按行或按列的 TDMA 算法求解. 对动量方程采用欠松弛技术, 为保证计算快速收敛及稳定, 在动量方程中人为地增加一扩散项, 同时在源项中将其抵消. 压力校正采用 SIMPLEC 程式, 对雷诺应力及通量项离散式采用直接迭代法求解. 计算迭代过程中, 对连续方程和动量方程, 采用全流场相对质量源项的绝对值之和足够小作为收敛判别准则.

3 边界条件及处理方法

3.1 入口边界 Γ_1

需给定水位、流速、湍流紊动动能、耗散率及雷诺应力、通量边界值, 即

$$\varphi|_{\Gamma_1} = \varphi_1 \quad (\varphi_1 \text{ 为已知值}) \quad (14)$$

3.2 出口边界 Γ_2

利用自由出流边界条件, 即

$$\begin{cases} H|_{\Gamma_2} = H_2 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n}|_{\Gamma_2} = 0 \end{cases} \quad (H_2 \text{ 为已知值}) \quad (15)$$

3.3 固壁边界 Γ_3

在靠近固壁附近, 即在壁面和主湍流区之间, 存在一个近壁面区, 此区速度和其他一些输运量沿壁面法

向梯度很大.在近壁区域内,湍流 Re 数很低,这里必须考虑分子粘性的影响.由于这个区域的存在,在数值计算中,为了获得较高精度,在固壁附近,要布置相当多的节点,有时多达 $20 \sim 30$ 个^[8],从而大大增加计算量和数值求解的困难.壁面函数法是流固间连接的一座桥梁,它克服了边界附近网格过密的缺点,也是湍流模型应用中的一个重要环节.本文利用壁面函数法处理固壁边界条件.

壁面上的函数值 $\varphi|_{\Gamma_3} = 0$. 设 P 点是距壁面 δ 的一个近壁网格点,在一般情况下,认为近壁单元中可分成粘性次层及完全湍流区两类情况.设粘性次层中速度 U 为线性分布,而在粘性次层外为对数分布,即 $y^+ > 11.5$ 时,

$$U^+ = \frac{1}{k} \ln(E y^+)$$

或

$$U_P = \frac{k_P^{1/2} c_\mu^{1/4}}{\kappa} \ln \left(E \frac{k_P^{1/2} c_\mu^{1/4} \rho \delta}{\mu} \right) \quad (16)$$

当 $y^+ < 11.5$ 时,

$$U_P = \tau_w \frac{\delta}{\mu} \quad (17)$$

式中: $U^+ = \frac{U_P}{U_\tau}$, $U_\tau = \frac{\tau_w}{\rho c_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}$; $y^+ = \frac{U_\tau \delta}{\nu} = \frac{c_\mu^{1/4} \rho k_P^{1/2} \delta}{\mu}$; E ——常数(光滑墙壁粗糙度系数 $E \approx 9.0$); κ ——常数($\kappa = 0.41$).

a. U 动量方程壁面函数

$$U_P = \frac{\sum_i A_i U_i + S_c}{\sum_i A_i - S'_P} \quad (i = N, E, W, S) \quad (18)$$

若假定取北为壁面,则: $A_N = 0$; $S'_P = \bar{S}' - \frac{\tau_w a_N}{U_P}$. 其中 $\bar{S}'$ 为非壁面源的其他源项, a_N 为 U_P 单元的北面积.

b. k 方程壁面函数

$$k_P = \left(\frac{\tau}{\rho} \right)_w \frac{1}{c_\mu^{1/2}} \text{ 或 } S_k = G^0 - \rho \epsilon = \tau_w \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{c_\mu \rho^2 k^2}{\tau_w} \frac{\partial U}{\partial y}$$

$$S_c + S_P k_P = \int_V S_k dV$$

$$S_c = \tau_w U_s \Delta x \quad (19)$$

$$S'_P = \frac{c_\mu \rho^2 k_P U_s \Delta x}{\tau_w} \quad (20)$$

c. ϵ 方程壁面函数

ϵ_P 为 ϵ 方程之壁面函数(而非 P 点或壁面的 ϵ 值),为一固定值

$$\epsilon_P = \frac{\tau_w^{3/2}}{0.4 \delta \rho_w^{3/2}} \text{ 或 } \epsilon_P = \frac{c_\mu^{3/4} k_P^{3/2}}{\kappa \delta} \quad (21)$$

ϵ_P 也可以用源项表示,即

$$S_c = \epsilon_P 10^{30}; S'_P = -10^{30} \quad (22)$$

直接将 ϵ 值在 P 点固定为 ϵ_P .

对于物质浓度的边界条件,一般忽略穿越壁面的通量,取法向梯度为零.

3.4 自由水面边界 Γ_4

采用对称性条件,即

$$\begin{cases} P|_{\Gamma_4} = P_0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_4} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

4 分层流实例计算

计算实例取自于文献 [9]。该分层流试验水槽总长 12.0 m, 宽 21.5 cm, 坡度为 0.001。主要由进水系统、试验水槽段、回水系统三个部分组成。其中水槽试验段长 4.5 m, 其余部分为进口段和出口段, 在进口段离底面 10.5 cm 处搁置一块 2.0 mm 厚薄玻璃板, 将上、下层水流隔开进入水槽。纵向剖面见图 1。试验中流速测量采用激光测速系统并与微机连接, 水温采用数字显示半导体点温计逐点测量。

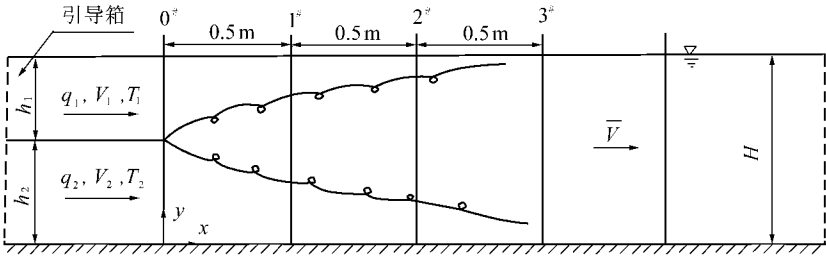


图 1 温差分层流试验纵向剖面

Fig.1 Longitudinal profile of stratified flow experiment

采用本文建立的代数应力通量模型对该试验分层流进行计算。计算中采用的网格数为 $120 \times 22 \times 34$, 并且垂向采用变网格布置。计算工况主要试验指标参数见表 1。

表 1 主要指标参数

Table 1 Principal indexes and parameters for experiment

上 层					下 层					流速比 $\frac{V_1}{V_2}$	密度佛汝德数	
流量 q_1 ($\text{L} \cdot \text{s}^{-1}$)	水深 h_1 /cm	水温 T_1 / $^{\circ}\text{C}$	平均流速 V_1 ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	密度 ρ_1 ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	流量 q_2 ($\text{L} \cdot \text{s}^{-1}$)	水深 h_2 /cm	水温 T_2 / $^{\circ}\text{C}$	平均流速 V_2 ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	密度 ρ_2 ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)		$F_{\Delta 0}$	F_{Δ}
0.46	5.05	31.4	4.24	995.220	2.5	10.5	20.2	11.07	998.165	0.383	2.008	1.294

图 2 为水槽中心纵向剖面流速分布图。从流速分布图可以看出, 上、下层流速在薄板末端交汇后虽有掺混, 但在垂向仍能维持一定的分层状态。由于上层热水密度相对较小, 下层冷水密度相对较大, 因此一定程度上抑制了两层相互掺混的发展。图 3 为本文计算结果与实测流速及标准 $k-\epsilon$ 模型计算结果的比较。由此可以看出, 本文代数应力模型计算出的流速垂向分布比 $k-\epsilon$ 模型计算结果更接近于实测值, 表明代数应力模型比 $k-\epsilon$ 模型更能反映分层流的各向异性特点。

图 4 为计算的湍流动能 ($k/10 u_*^2$) 分布情形, 较大值主要集中在交界面附近。图 5 为垂向温度分布 ($T - T_2$) ($T_1 - T_2$) 与实测值及 $k-\epsilon$ 模型计算结果的比较。由于 $k-\epsilon$ 模型为各向同性模型, 其计算的温度垂向分布更趋均匀化。这两种模型对垂向温度分布预报能力的差异与前面分析基本一致。

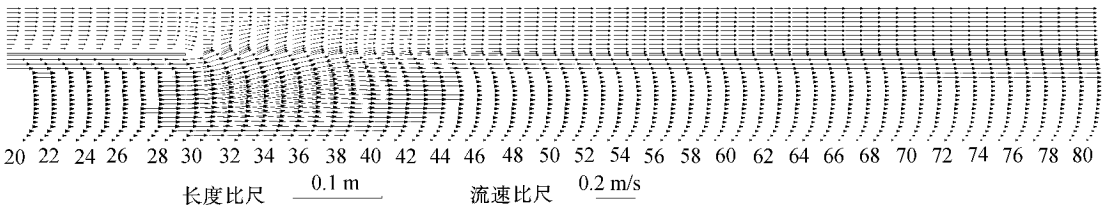


图 2 纵向剖面流速分布

Fig.2 Velocity distribution over longitudinal profile

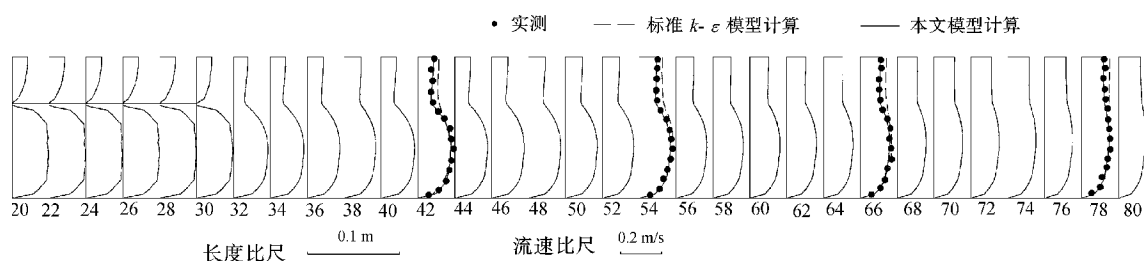


图3 纵向剖面流速计算与实测比较

Fig.3 Comparison of the computed velocity and the observed value

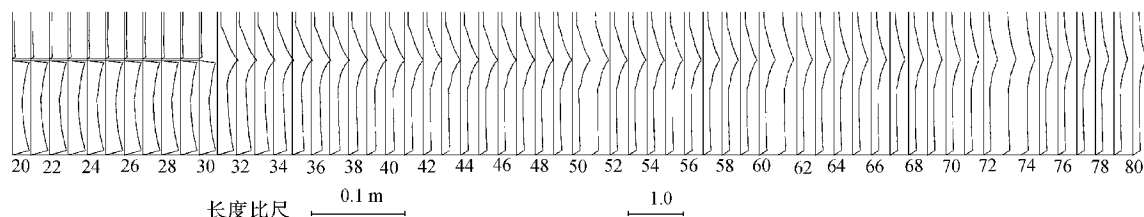


图4 计算的湍流动能分布

Fig.4 Computed turbulent kinetic energy distribution

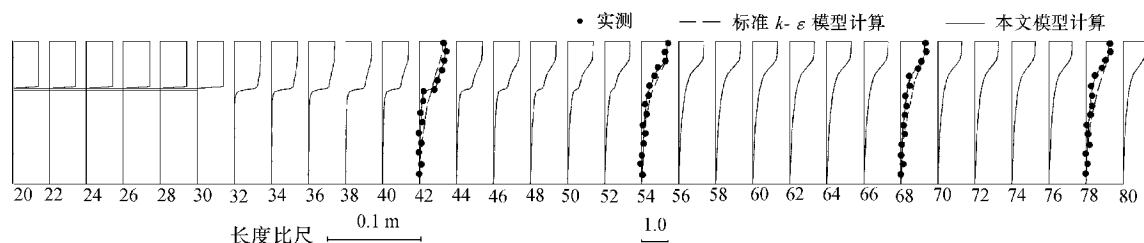


图5 纵向剖面温度计算与实测比较

Fig.5 Comparison of the computed temperature and the observed value

5 结 论

a. 本文采用三维代数应力通量数学模型对温度分层流进行了模拟, 实测值与计算值吻合良好, 效果令人满意。

b. 代数应力通量模型保留了各向异性的湍流基本物理特性, 因此与双方程 $k-\epsilon$ 模型相比, 代数应力通量模型更适合于模拟诸如分层流等各向异性的流动及物质输运现象。

c. 本文模型以有限体积法离散方程, 在数值求解过程采用经典的 SIMPLEX 方法, 计算结果易于收敛, 稳定性好。

d. 代数应力通量模型能较好地反映分层流中存在的浓度(或温度)跃层, 这对研究分层流产生、发展, 直至消失的内在机理具有较大的理论与工程实际意义。

参考文献:

- [1] Prych E A. A warm water effluent analyzed as a buoyant surface jet[R]. Swedish Meteorological and Hydrological Institute, Rept, No. 21, 1972.
- [2] Stolzenbach K D, Harleman D R F. An analytical and experimental investigation of surface discharges of heated water[R]. MIT Water Resources and Hydrodynamics Lab, Tech Rept, No. 135, 1971.
- [3] 邱晨霞, 汪德, 许协庆. 应用 $k-\epsilon$ 模型模拟三维分层流[J]. 水利学报, 1997(7): 7~12.
- [4] Raithby G, Elliott R, Hutchinson B. Prediction of three-dimensional thermal discharge flows[J]. J Hydr Engrg, 1998, 114(7): 720~

737.

- [5]倪浩清 ,贺益英 ,王能家 等.明渠温差重流浮力回流的数学模型[J].中国科学(A 辑) ,1987 (4) 32 ~ 43.
- [6]Rodi W. Turbulence model for environmental problem[A]. In :Prediction Methods for Turbulent Flow[C].New York :Hemisphere Publishing Corporation , 1980. 260 ~ 349.
- [7]帕坦卡 S V. 传热与流体流动的数值计算[M].张政译.北京 :科学出版社 ,1984. 46 ~ 76.
- [8]陶文铨.数值传热学[M].西安 :西安交通大学出版社 ,1988. 439 ~ 447.
- [9]金海生.紊动分层剪切流的试验和数学模型研究[D].南京 :河海大学 ,1990.
- [10]Jean-Francois Sini ,Ivan Dekeyser. Numerical prediction of turbulence plane buoyant jets discharging in a stratified stagnant or flowing ocean[J]. Numerical Heat Transfer , Part A. , 1989 ,16 371 ~ 387.
- [11]Gatski T B ,Speziale C G. On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows[J]. J Fluid Mech , 1993 ,254 :59 ~ 78.
- [12]David T Walker ,Chen Chao-Yi . Evaluation of algebraic stress modeling in free-surface jet flows[J]. Journal of Fluids Engineering , 1996 ,118 :48 ~ 54.

A 3-D Numerical Method for Stratified Flow with Algebraic Reynolds Stress and Scalar Flux Model

HUA Zu-lin ,LIU Xiao-dong

(College of Water Resources and Environment , Hohai Univ. , Nanjing 210098 ,China)

Abstract :A three-dimensional algebraic model for stress and scalar flux is established in this paper according to the characteristics of different turbulence diffusion in the horizontal and vertical direction of stratified flow. The coupled velocity , pressure and temperature equations are discretized by the finite volume method and solved by SIMPLEC method in this model. By the calculation for a stratified flow case , it is shown that the computed results are in good agreement with the experimental data. For the anisotropic stratified flow , the basic physical characteristics are retained and well reflected in the algebraic model for Reynolds stress and scalar flux compared with the two-equation k - ϵ turbulence model , indicating that the calculational results are reasonable.

Key words :stratified flow ; anisotropy turbulence ; the algebraic model for stress and scalar flux ; numerical simulation