

基于 EOF 迭代的月径流长期预报

李杰友¹ 熊学农¹ 刘秀玉²

(1. 河海大学水文水资源及环境学院,江苏 南京 210098 2. 广东省长湖水电厂,广东 英德 513000)

摘要 :应用经验正交函数分析方法 ,以月平均 500 hPa ,100 hPa 高度场及月平均海温场为预报因子 ,对广东省 潞江流域的月径流进行预报 .结果表明 ,基于 EOF 迭代的预报方法是一种有效的月径流长期预报新方法 ,具有明显的应用价值 .
关键词 经验正交函数 ;月径流 ;预报因子
中图分类号 :TV121 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2001)02-0043-04

1 EOF 的特点及原理

经验正交函数(Empirical Orthogonal Function ,简称为 EOF)分析方法是长期天气预报和短期气候预测中应用较为广泛和发展较为迅速的一种方法 .与传统回归方法相比 ,EOF 分解所展开的气象场收敛快 ,前几个主分量不仅集中并提取了场的主要信息 ,而且反映一定的天气学、物理学意义 ,具有较高的预报能力 .根据文献 [1] ,以 F 记为离散化实变量气象要素场的时间系列 ,即

$$F = \{ F_t, t = 1 \sim m \} \tag{1}$$

式中 $F = (F_{t1}, F_{t2}, \dots, F_{tn})^T$,为 t 时刻定义的在点 $s = 1 \sim n$ 的气象要素场 .

对于给定的 F ,可以在 n 维欧氏空间 E^n 中寻找一个向量 ,即

$$X(s) = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \tag{2}$$

使 F 的所有元素在其上的投影平方和达极值 .

由投影的定义可知 , F_t 在 X 上的投影仅与 X 的方向有关 ,而与 X 的模 $\| X \|$ 无关 ,若 X 为标准化的 ,即 $\| X \| = 1$,则 F 的所有元素在 X 上的投影平方和为

$$1 - \| X \|^2 = 1 - \sum_{s=1}^n x_s^2 = 0 \tag{3}$$

分量表达式为

$$\varphi(X) = \sum_{t=1}^m (\sum_{s=1}^n F_{ts} X_s)^2 \tag{4}$$

确定 X 的问题归结为在(3)式的约束条件下求(4)式的极值 .通过构造拉格朗日(Lagrange)函数 $L(X) = \varphi(X) + \lambda \psi(X)$,则确定 X 只需求解

$$\left. \begin{aligned} dL(X)/dX &= 0 \\ \psi(X) &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

(5)式的具体求解过程、主要导出量的几何意义 ,文献 [1] 已作了深入的讨论 ,文献 [2] 和文献 [3] 将其分别用于气候数值模拟和温度预报 .本文在此不再赘述 .由于构成 F 的每个向量实际为一个散布在一定区域内的要素场 ,所以 EOF 方法的实质是确定构成场集的主要流型 .

2 预报对象场的构成

设预报对象(本文中为 潞江流域长湖站的月径流量)的矩阵为

$$\mathbf{Q}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{F1} & \mathbf{Q}_{F2} \\ m1 \times n1 & m1 \times n1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

设选用的预报因子的矩阵为

$$\mathbf{G}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{F1} & \mathbf{G}_{F2} \\ m2 \times n1 & m2 \times n1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: $m1$ ——预报对象的数目; $m2$ ——预报因子的数目; $n1$ ——预报因子的时间系列长度.

设

$$\mathbf{Q}_{m \times n} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{F1} & \mathbf{Q}_{F2} \\ m1 \times n1 & m1 \times n1 \\ \mathbf{Q}_{F1} & \mathbf{Q}_{F2} \\ m2 \times n1 & m2 \times n1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: m ——预报因子和预报对象的总数, $m = m1 + m2$; n ——预报因子和预报对象的时间系列长度, $n = n1 + 1$.

$\mathbf{Q}_{F1}$ 和 (7) 式可由历史资料求出, $\mathbf{Q}_{F2}$ 则为通过迭代求出的预报对象. 迭代的步骤为:

a. 设 $\mathbf{Q}_{F2} = \mathbf{0}$, 可构造矩阵

$$\mathbf{Q}_{m \times n}^{(0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{F1} & \mathbf{0} \\ m1 \times n1 & m1 \times n1 \\ \mathbf{G}_{F1} & \mathbf{G}_{F2} \\ m2 \times n1 & m2 \times n1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{0}$ 为零矩阵.

对 (9) 式进行 EOF 展开, 可求得其拟合场为

$$\hat{\mathbf{Q}}_{m \times n}^{(0)} = \mathbf{T}_{m \times k}^{(0)} \cdot \mathbf{V}_{k \times n}^{(0)} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}_{F1}^{(0)} & \hat{\mathbf{Q}}_{F2}^{(0)} \\ \hat{\mathbf{G}}_{F1}^{(0)} & \hat{\mathbf{G}}_{F2}^{(0)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中 $k^{(0)}$ 为第零步迭代的截断阶数.

b. 构造矩阵

$$\mathbf{Q}^{(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{F1} & \hat{\mathbf{Q}}_{F2}^{(0)} \\ \mathbf{G}_{F1} & \mathbf{G}_{F2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

对 (11) 式进行 EOF 展开, 可求得其拟合场为

$$\hat{\mathbf{Q}}_{m \times n}^{(1)} = \mathbf{T}_{m \times k}^{(1)} \cdot \mathbf{V}_{k \times n}^{(1)} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}_{F1}^{(1)} & \hat{\mathbf{Q}}_{F2}^{(1)} \\ \hat{\mathbf{G}}_{F1}^{(1)} & \hat{\mathbf{G}}_{F2}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

c. 构造矩阵

$$\mathbf{Q}^{(2)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{F1} & \hat{\mathbf{Q}}_{F2}^{(1)} \\ \mathbf{G}_{F1} & \mathbf{G}_{F2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

对 (13) 式进行 EOF 展开, 可求得其拟合场为

$$\hat{\mathbf{Q}}_{m \times n}^{(2)} = \mathbf{T}_{m \times k}^{(2)} \cdot \mathbf{V}_{k \times n}^{(2)} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}_{F1}^{(2)} & \hat{\mathbf{Q}}_{F2}^{(2)} \\ \hat{\mathbf{G}}_{F1}^{(2)} & \hat{\mathbf{G}}_{F2}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

d. 重复以上步骤, 直至第 n 步后得到矩阵

$$\mathbf{Q}^{(n)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{F1} & \hat{\mathbf{Q}}_{F2}^{(n-1)} \\ \mathbf{G}_{F1} & \mathbf{G}_{F2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

对 (15) 式进行 EOF 展开, 可求得其拟合场为

$$\hat{\mathbf{Q}}_{m \times n}^{(n)} = \mathbf{T}_{m \times k}^{(n)} \cdot \mathbf{V}_{k \times n}^{(n)} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}_{F1}^{(n)} & \hat{\mathbf{Q}}_{F2}^{(n)} \\ \hat{\mathbf{G}}_{F1}^{(n)} & \hat{\mathbf{G}}_{F2}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (16)$$

文献 [1, 2] 已证明, 上述的 EOF 迭代是收敛的. 当 $\|\mathbf{Q}_{F2}^n - \mathbf{Q}_{F2}^{(n-1)}\| < \epsilon$ 或达到预先指定的迭代次数时, $\mathbf{Q}_{F2}^{(n)}$ 即为所需的预报对象场构成的矩阵. 根据所构成的矩阵即可建立预报方程.

由于上述的 EOF 迭代方法本身是独立的, 所以针对每一个选用的预报因子都可作为预报对象场构成矩阵.

3 预报因子的引进及预报实例

广东省 潞江流域长湖站以上流域面积为 4 800 km². 流域地处东、西风带交替影响的过渡区, 受热带、亚热带各类天气系统的影响. 其突出特征: 一是冬无严寒, 夏无酷暑, 气候暖热, 雨量充沛; 二是丘岭起伏, 地形复杂, 气温垂直差异大, 气候类型多; 三是 有两个多雨的时期, 4 ~ 6 月为前汛期, 属锋面雨带降水, 致洪暴雨主要由冷锋、静止锋及切变线、低涡等西风带引起, 7 ~ 10 月为后汛期, 主要受台风等低纬热带天气系统的影响, 致洪暴雨由热带气旋、台风、东风波等东风带系统引起, 11 月 ~ 次年 3 月为枯季.

取长湖站 4 ~ 6 月、7 ~ 10 月、11 ~ 次年 3 月 3 个系列的月径流量分别对月平均 500 hPa, 100 hPa 高度场和月平均海温场进行相关普查, 发现它们之间 有较好的相关系. 因此, 分别以多时次月平均 500 hPa, 100 hPa 和月平均海温场作为预报因子, 通过 EOF 迭代, 进行月径流量预报.

a. 应用 4 ~ 6 月期间 3 个时次的月平均 500 hPa, 100 hPa 高度场和月平均海温场作为预报因子, 预报前汛期的月径流量.

b. 应用 7 ~ 10 月期间 4 个时次的月平均 500 hPa, 100 hPa 高度场和月平均海温场作为预报因子, 预报后汛期的月径流量.

c. 应用 11 ~ 次年 3 月 5 个时次的月平均 500 hPa, 100 hPa 和月平均海温场作为预报因子, 预报非汛期的月径流量.

月平均 500 hPa, 100 hPa 高度场和月平均海温场资料均来源于中央气象局公开发行的《气候监测公报》. 月平均 500 hPa 高度场资料地理范围为 10°N ~ 85°N, 5°E ~ 180°E, 网格距为 5° × 5°; 月平均 100 hPa 高度场资料地理范围为 10°N ~ 80°N, 10°E ~ 0°, 网格距为 10° × 10°; 月平均海温场资料范围为 0° ~ 50°N, 180°E ~ 80°W, 网格距为 5° × 5°; 分析对象时域为 1969 年 1 月 ~ 1997 年 12 月.

从率定期模拟及检验期试报结果来看, 以月平均海温场作为预报因子效果最好, 其次分别为月平均 500 hPa, 100 hPa 高度场. 因篇幅所限, 仅列出了以月平均海温场为预报因子的模拟与试报结果, 见表 1(表中, 1994 ~ 1995 年为模拟结果, 1996 ~ 1997 年为试报结果; 由于国内月径流长期预报精度评定目前尚无统一规范, 参照原水利电力部制定的短期预报规范, 精度以相对误差小于或等于 30% 作为合格标准进行评定, * 表示在该标准下不合格). 从表 1 可见, 率定期 1994 ~ 1995 年合格率为 91.7%; 检验期合格率, 1996 年为 75.0%, 1997 年为 83.3%, 平均为 79.2%.

表 1 1994 ~ 1997 年月径流试报结果

Table 1 Monthly discharge forecasting results in 1994 ~ 1997

月份	1994 年			1995 年			1996 年			1997 年		
	预报值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	实测值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	相对误差/%	预报值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	实测值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	相对误差/%	预报值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	实测值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	相对误差/%	预报值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	实测值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	相对误差/%
1	37.4	48.3	-22.6	51.2	61.9	-17.3	50.4	43.3	16.4	47.7	47.3	-0.8
2	69.0	60.3	14.4	95.1	100.0	-4.9	99.1	41.9	136.5*	52.3	65.3	-19.9
3	103.6	68.3	51.7*	149.4	132.0	13.2	137.2	93.7	46.4*	97.3	82.5	17.8
4	198.0	199.0	-0.5	181.0	154.0	17.5	262.7	290.0	-9.4	323.6	263.0	23.0
5	231.3	210.0	10.1	97.7	140.0	-30.2*	261.7	202.0	29.6	268.7	246.0	9.2
6	642.3	702.0	-8.5	358.3	351.0	2.1	284.3	321.0	-11.4	288.6	378.0	-23.8
7	236.5	265.0	-10.8	260.6	232.0	12.3	255.3	198.0	13.8	158.3	799.0	-80.2*
8	282.2	293.0	-3.7	203.6	199.0	2.3	247.2	233.0	6.1	194.5	390.0	-50.1*
9	159.2	132.0	20.6	111.1	87.3	27.3	202.8	146.0	38.9*	138.6	150.0	-7.6
10	74.4	77.0	-3.4	107.4	115.0	-6.6	80.6	81.1	-0.6	117.7	123.0	-4.3
11	67.2	61.7	0.9	45.9	63.6	-27.8	60.1	59.5	1.0	66.3	84.3	-21.4
12	108.2	111.0	-2.5	49.4	52.6	-3.2	60.8	51.4	18.3	55.7	78.6	-29.1

4 讨 论

1996 ~ 1998 年由于受厄尔尼诺(EL Nino)现象的影响 ,世界性气候变化异常 ,我国大部分地区也发生洪涝灾害 . 滙江流域也相继发生了大洪水 ,笔者认为这是造成个别月份误差大的主要原因 ,也有待于近一步分析研究 . 试报结果表明 EOF 迭代方法能较好的提取历史资料中的信息 ;只要有效考虑影响当地长期天气演变的物理过程和影响因子 ,就能获得好的预报效果 .

参考文献 :

[1] 王盘兴 . 经验正交函数分析方法一些基本问题的讨论 [A] . “ 八五 ” 长期天气预报理论和方法的研究 [C] . 北京 : 气象出版社 , 1996 . 9 ~ 13 .
[2] 张帮林 , 丑纪范 . 经验正交函数在气候数值模拟中的应用 [J] . 中国科学(B 辑) , 1991 (4) : 442 ~ 448 .
[3] 李跃清 . 多时次因子的 EOF 迭代温度预报方法 [A] . “ 八五 ” 长期天气预报理论和方法的研究 [C] . 北京 : 气象出版社 , 1996 . 176 ~ 179 .

Long-Range Monthly Discharge Forecast Method Based
on Empirical Orthogonal Function Repeatedly Analytic Method

LI Jie-you¹ ,XIONG Xue-nong¹ ,LIU Xiu-yu²

(1 . College of Water Resources and Environment ,Hohai Univ . ,Nanjing 210098 ,China ;
2 . Changhu Water Power Plant ,Guangdong Prorince ,Yingde 513000 ,China)

Abstract :Based on the empirical orthogonal function analytical method ,500 hPa ,100 hPa and the North Pacific sea surface temperature are used as forecast factors and quantitative model of monthly discharge is established . The forecast results illustrate that the empirical orthogonal fuction repeatedly analytic method is a right way for long range monthly discharge forecast and is of practical value .

Key words :empirical orthogonal function ;monthly discharge ;forecast factor