

抗震结构的动力优化设计研究

谢能刚¹,于玉莽²

(1. 华东冶金学院机械系,安徽 马鞍山 243002 2. 徐州市水利局,江苏 徐州 221002)

摘要 从结构动力学基本方程出发,导出动力优化的抗震设计方法,通过动力优化降低了结构的动力反应,同时利用能量设计法建立了结构动力优化的目标函数,其与动力最优控制中性能指标具有形式上的统一,并基于地震随机性,提出了结构动力优化,用非确定的机会约束规划模型求解。
关键词 抗震结构 动力优化 能量设计法 机会约束规划
中图分类号 :TU311.3 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2001)03-0069-04

当前保障工程结构抗震安全主要采用被动控制方法^[1],很少采用优化设计方法,是因为大部分工程设计人员认为优化设计是一种以经济为目的的设计,与结构安全度等牵扯不上。随着现代设计理论及方法的发展,优化设计的内涵有了扩大,对工程结构进行优化,使优化方案比初始方法在所关心的性能指标上更具有优质,而不一定是经济指标^[2]。

1 抗震结构的动力最优化

结构动力学的基本方程为

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = Bu(t) + Hv(t) \tag{1}$$

式中 : M, C, K ——结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵 ; $u(t)$ ——外荷载向量 ; $v(t)$ ——控制力向量 ; B, H ——权矩阵。

选择反映结构拓扑、形状和尺寸的特征量作为优化设计变量 S

$$S = \{s_1, s_2, \cdots, s_m\}^T \in S^m \tag{2}$$

则结构的模态矩阵 M, C, K 表示为设计变量 S 的函数 $M(S), C(S), K(S)$,设计变量 S 在设计变量空间 S^m 中的变化,导致结构模态矩阵改变,引起结构状态反应量 $\{y(t), \dot{y}(t)\}$ 变化,因此结构的状态反应量是设计变量的函数,将式(1)改写为状态方程

$$\frac{dZ(t, S)}{dt} = A(S)Z(t, S) + B(S)w(t) \tag{3}$$
$$Z(t, S) = \left\{ \begin{matrix} y(t, S) \\ \frac{dy(t, S)}{dt} \end{matrix} \right\} \quad A(S) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -M^{-1}(S)K(S) & -M^{-1}(S)C(S) \end{bmatrix}$$
$$B(S) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M^{-1}(S)B & M^{-1}(S)H \end{bmatrix} \quad w(t) = \left\{ \begin{matrix} u(t) \\ v(t) \end{matrix} \right\}$$

从状态方程(3)中 $A(S), B(S)$ 的表现形式可看出,在外荷与控制力相同的条件下,结构的动力反应受控于模态矩阵 M, C, K ,结构抗震的动力最优化通过在设计变量空间中对 S 的选取,获得一个具有最优模态矩阵 M, C, K 的结构,可实现结构动力反应 $\{y(t), \dot{y}(t)\}$ 达到预期目标或最优。

动力优化设计与被动控制设计的指导思想一致,都是试图改变结构的模态矩阵,但手段不同。动力优化设计无须附加子结构,不改变结构的整体性,可充分发挥自身的潜能,在保证结构经济适用的同时,通过局部尺寸、形状等几何特征量的变化,达到提高抗震能力的目的。

2 结构动力优化设计的目标函数

我国现行的结构抗震设计,是以承载力为基础的设计,因此对动应力特别是动拉应力的关心是显而易见的,但历次震害表明,结构破坏、倒塌的主要原因是变形过大,超过了结构能承受的塑性变形能力^[3].但无论应力还是变形,虽然是表征动力安全与稳定的重要指标,但由于结构的动力响应是多方向的(包括应力与变形),是一种综合反应,仅仅取其中的某一项作为优化目标有失偏颇,因此需要建立一个反映结构综合反应量的性能指标——能量目标函数.当结构遭遇强烈地震时,结构吸收的能量越多,其自身的反应(变形、应力等)就越大,结构可能遭到破坏,吸收的能量越少,其安全性和稳定性就越好.如果结构选择一个很好的构形(包括形式、拓扑形式、尺寸等)能将大部分地震能量耗散,则其具有好的综合运行质量和抗震性能^[4].

2.1 结构能量反应方程

若不考虑控制力,在式(1)的两边同时左乘 $\dot{y}^T(t)$,并在地震时程 $[0, t]$ 上积分,得能量反应方程

$$\int_0^t \dot{y}^T(t) M \ddot{y}(t) dt + \int_0^t \dot{y}^T(t) C \dot{y}(t) dt + \int_0^t \dot{y}^T(t) K y(t) dt = \int_0^t \dot{y}^T(t) B u(t) dt \tag{4}$$

移项,简写为

$$E_{\text{系统}}(t) = E_{\text{动}}(t) + E_{\text{势}}(t) = E_{\text{外}}(t) - Q_{\text{阻}}(t) \tag{5}$$

式中: $E_{\text{系统}}(t)$ ——结构在动力反应过程中 t 时刻的能量函数; $E_{\text{动}}(t)$ ——结构在 t 时刻的动能, $E_{\text{动}}(t) = \int_0^t \dot{y}^T(t) M \dot{y}(t) dt = \frac{1}{2} \dot{y}^T(t) M \dot{y}(t)$; $E_{\text{势}}(t)$ ——结构在 t 时刻的势能, $E_{\text{势}}(t) = \int_0^t \dot{y}^T(t) K y(t) dt = \frac{1}{2} y^T(t) \cdot$

$K y(t)$; $E_{\text{外}}(t)$ ——从 $0 \rightarrow t$ 时刻外界传给结构的总能量, $E_{\text{外}}(t) = \int_0^t \dot{y}^T(t) B u(t) dt$; $Q_{\text{阻}}(t)$ ——从 $0 \rightarrow t$ 时刻结构耗散的能量, $Q_{\text{阻}}(t) = \int_0^t \dot{y}^T(t) C \dot{y}(t) dt$.

用有限单元法求解结构的动力反应时,能量目标函数的有限元表示式为^[5]

$$E = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2} q^T K q \tag{6}$$

式中 $q, \dot{q}$ 分别为结点的位移与速度向量.

2.2 能量目标函数的特点

能量目标函数的表现形式具有较强的综合性,体现了状态反应量 $\{q(t), \dot{q}(t)\}$ 和模态矩阵 M, C, K 的共同作用.

如果将外荷载与控制力视为方程(3)的外控制变量,将结构的模态特征量 M, C, K 视为方程(3)的内控制变量,则动力最优化可视为对结构本身的最优控制,是动力最优控制的一种特殊形式,同时结构动力优化的能量目标函数与最优控制的性能指标在形式上的一致性也验证了这一点.

最优控制理论中性能指标的表现形式为

$$J = Z^T Q Z + u^T R u \tag{7}$$

式中: Z ——状态变量; u ——外荷载向量; Q, R ——相应的权矩阵,要求是对称半正定或正定矩阵.

由于动力最优化不考虑外荷载的控制,因此在能量目标函数中没有这一项,式(6)中的状态变量 $\{q(t), \dot{q}(t)\}$ 对应于式(7)中的 Z ,式(6)中的 M 和 K 对应于式(7)中的 Q ,满足对称半正定或正定矩阵的要求.

3 结构动力优化设计的数学模型

选择反映结构拓扑、形状、尺寸和材料性状的特征量作为设计变量 S

$$S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}^T$$

求最优模态特征

$$M(S), C(S), K(S)$$

使能量目标函数

$$\sup_{t \in [0, T]} E(S) \rightarrow \min$$

并满足

结构的拓扑、形状、尺寸和材料性约束

结构的力学性能约束

结构的主要使用功能函数

其他形式的约束

$$a_i \leq s_i \leq b_i \quad (i = 1, 2, \cdots, m)$$

4 基于地震随机性的结构机会约束规划设计

4.1 地震的随机模拟

地震发生时间与强度的不可预见性与不可重复性决定了地震具有强烈的随机性. 对地震荷载的随机性, 可采用频域分析法或时域分析法. 频域分析法是利用反应谱理论, 考虑参数的随机性进行分析, 是基于随机变量的分析方法. 时域分析法则是在时域内, 将随机动力荷载描述为随机过程, 利用随机振动理论中的有关方法进行研究. 鉴于地震作用实际上是一个随机过程, 因而时域分析法更符合实际, 也更为复杂.

4.2 机会约束规划设计

机会约束规划设计针对约束条件中含有随机变量, 且必须在观测到随机变量实现之前作出决策的情况. 考虑到所作决策在不利情况发生时可能不满足约束条件, 而采取一种原则, 即允许所作决策在一定程度上不满足约束条件, 但该决策应使约束条件成立的概率不小于某一置信水平 α .

考虑带有地震随机参数的极小化机会约束规划模型为^[6]

求设计变量

$$X = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$$

使得

$$f \rightarrow \min$$

s. t. (满足于)

$$\begin{cases} P_r \{f(X, \xi) \leq \bar{f}\} \geq \beta \\ P_r \{g_j(X, \xi) \leq c_j\} \geq \alpha \end{cases} \quad (j = 1, 2, \cdots, k)$$

式中: $P_r \{ \}$ —— $\{ \}$ 中的事件成立的概率; α, β —— 事先给定的约束条件和目标函数的置信水平.

一个点 X 是可行的当且仅当事件 $\{ \xi | g_j(X, \xi) \leq c_j, j = 1, 2, \cdots, k \}$ 的概率不小于 α . 无论何种随机参数 ξ 和何种函数形式 f , 对每一个给定的设计变量 X , $f(X, \xi)$ 是随机变量, 其概率密度函数用 $\Phi_{f(X, \xi)}(\bar{f})$ 表示, 这样可能有多个 f 使得 $P_r \{f(X, \xi) \leq \bar{f}\} \geq \beta$ 成立, 从极小化目标值的观点来看, 我们所需要的目标值 f 应该是目标函数 $f(X, \xi)$ 在保证置信水平至少是 β 时所取的最小值, 即

$$f = \min \{ f | P_r \{f(X, \xi) \leq \bar{f}\} \geq \beta \}$$

求解机会约束规划设计的关键在于可行点的检验和目标值的计算, 可采用随机模拟技术进行处理.

4.3 可行点的检验与目标值的计算

对任意给定的设计变量 X , 采用随机模拟技术产生 n 个独立的随机向量 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n$, 设 n^0 是 n 次计算中 $g_j(X, \xi_i) \leq c_j (j = 1, 2, \cdots, k; i = 1, 2, \cdots, n)$ 成立的次数, 即所产生的随机向量中满足约束的个数. 由大数定律, 可以用 n^0/n 估计概率, 因此当且仅当频率 $(n^0/n) \geq \alpha$, 机会约束成立, 给定的设计变量 X 可行, 对可行的设计变量 X , 考虑由 n 个独立随机向量产生的目标函数序列 $\{f_1, f_2, \cdots, f_n\}$, 其中 $f_i = f(X, \xi_i) (i = 1, 2, \cdots, n)$, 取 N^0 为 βn 的整数部分. 由大数定律, 序列 $\{f_1, f_2, \cdots, f_n\}$ 中第 N^0 个最小的元素可近似看作为目标函数 $\bar{f}$.

5 结 束 语

探讨了抗震结构动力最优化中的三个问题: 从结构动力学基本方程出发, 可导出结构动力最优化的抗震设计方法, 并指出结构的动力最优化是动力最优控制的一种特殊形式, 它与被动控制设计的指导思想一致, 但手段不同, 结构动力优化设计无需附加子结构, 不改变结构的整体性, 可充分发挥结构自身的潜能. 同时由能量设计法建立了可行的动力最优化的能量目标函数. 并基于地震的随机性, 提出了结构的动力优化设计应为非确定的机会约束规划设计. 利用上述方法及模型对小湾拱坝进行动力优化分析, 得到了满意合理的结果^①.

① 河海大学. 高地震区高拱坝合理体型的研究. 九五国家重点科技攻关子题报告, 1999.

参考文献：

- [1] 周福霖. 工程结构减震控制[M]. 北京: 地震出版社, 1997. 11 ~ 35.
- [2] 王光远, 程耿东, 邵卓民, 等. 抗震结构的最优设防烈度与可靠度[M]. 北京: 科学出版社, 1999. 3 ~ 30.
- [3] 周锡元. 建筑结构抗震设防策略的发展[J]. 工程抗震, 1997, (1): 1 ~ 3.
- [4] 谢能刚, 王德信, 邱支振. 动力系统最优化的能量模型[J]. 河海大学学报, 2000, 28(3): 30 ~ 33.
- [5] 谢能刚, 王德信. 最优控制理论在拱坝动力优化中的应用[J]. 水利学报, 1999, (6): 16 ~ 20.
- [6] 谢能刚. 高地震区高拱坝体型的多目标动力优化设计方法的研究[D]. 南京: 河海大学, 1999.

Dynamic Optimal Design of Aseismic Structures

XIE Neng-gang¹, YU Yu-mang²

(1. East China University of Metallurgy, Maanshan 243002, China ;

2. Xuzhou Water Conservancy Bureau, Xuzhou 221002, China)

Abstract :Based on the basic equation in structural dynamic mechanics, a dynamic optimal design for reducing the dynamic response of structures is obtained. An objective function model is established with energy design method, which has the same form with the function target of dynamic optimal control. On account of the stochastic characteristics of earthquakes, a model designed for dynamic opportunity restraint program is applied.

Key words :aseismic structure ;dynamic optimization ;energy design method ;opportunity restraints program

· 简讯 ·

本刊加入“ 万方数据——数字化期刊群 ”的声明

为了实现科技期刊编辑、出版发行工作的电子化,推进科技信息交流的网络化进程,我刊现已入网“ 万方数据——数字化期刊群 ”,所以,向本刊投稿并录用的稿件文章,将一律由编辑部统一纳入“ 万方数据——数字化期刊群 ”,进入因特网提供信息服务.凡有不同意见者,请另投它刊.本刊所付稿酬包含刊物内容上网服务报酬,不再另付.

“ 万方数据——数字化期刊群 ”是国家“ 九五 ”重点科技攻关项目.本刊全文内容按照统一格式制作,读者可上网查询浏览本刊内容,并征订本刊.

《河海大学学报(自然科学版)》编辑部

2001 年 3 月